

## پیش تنیدگی

ایمان الیاسیان دانشجوی دکترای عمران سازه [eiman.elyasian@gmail.com](mailto:eiman.elyasian@gmail.com)

پیش تنیدگی به معنای ایجاد تنشهای دائمی و مخالف با تنشهایی میباشد که در اثر بارهای بهره برداری در سازه ایجاد خواهند شد.

مزایای استفاده از سیستم پیش تنیدگی در کفها 1- پوشش دهانه بزرگتر 2- ضخامت دال کمتر

3- حذف تیرها 4- کنترل ترک و دوام بیشتر 5- افزایش سرعت اجرا 6- کاهش ارتفاع کل ساختمان

7- امکان ستون گذاری نامنظم 8- امکان ایجاد بازشوهای بزرگ و نامنظم در سقف 9- کاهش وزن ساختمان

10- بهبود عملکرد زلزله ای 11- کاهش هزینه ها

موارد استفاده پیش تنیدگی

1- دالهای بتنی پیش تنیده به روش پس کشیده 2- طراحی و اجرای پلها 3- طراحی و اجرای مخازن، سیلوهوا و

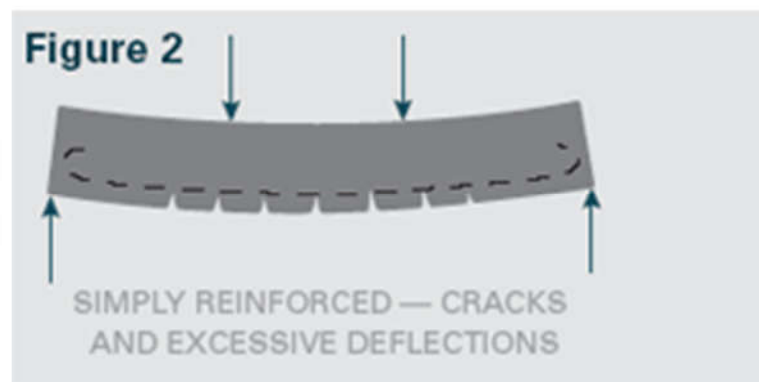
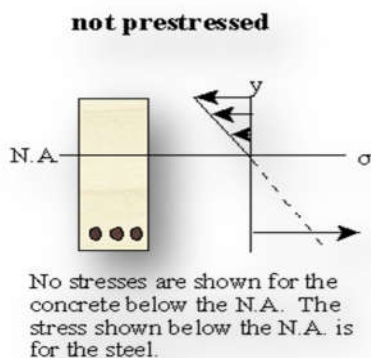
پوسته ها 4- مهارخاک

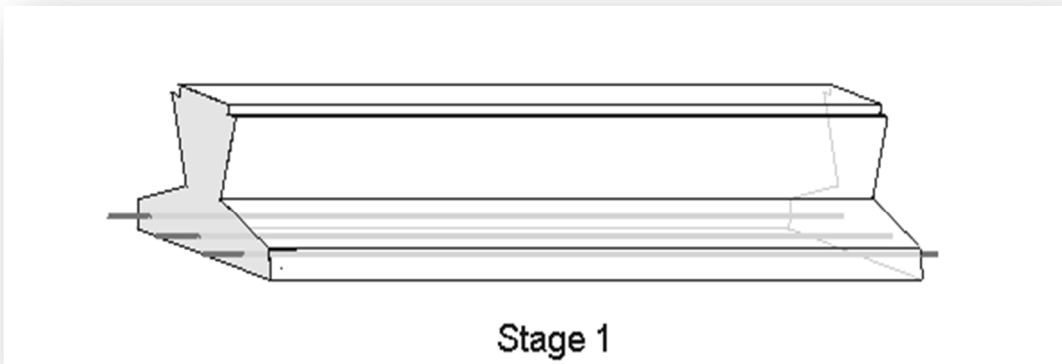
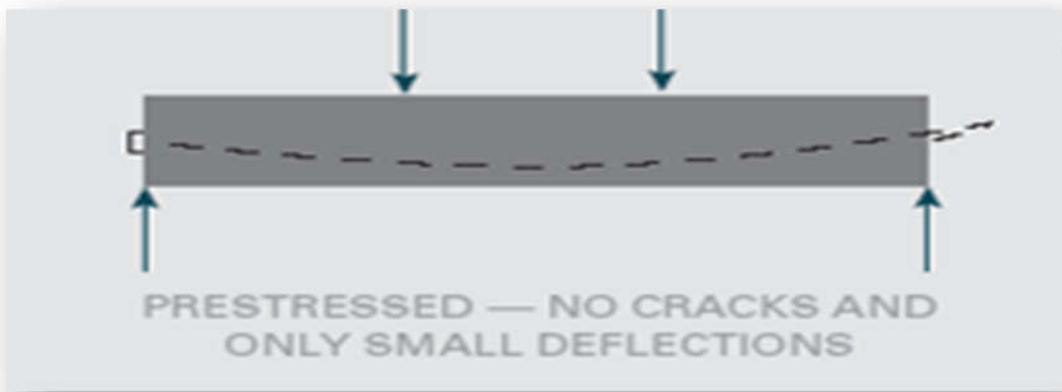
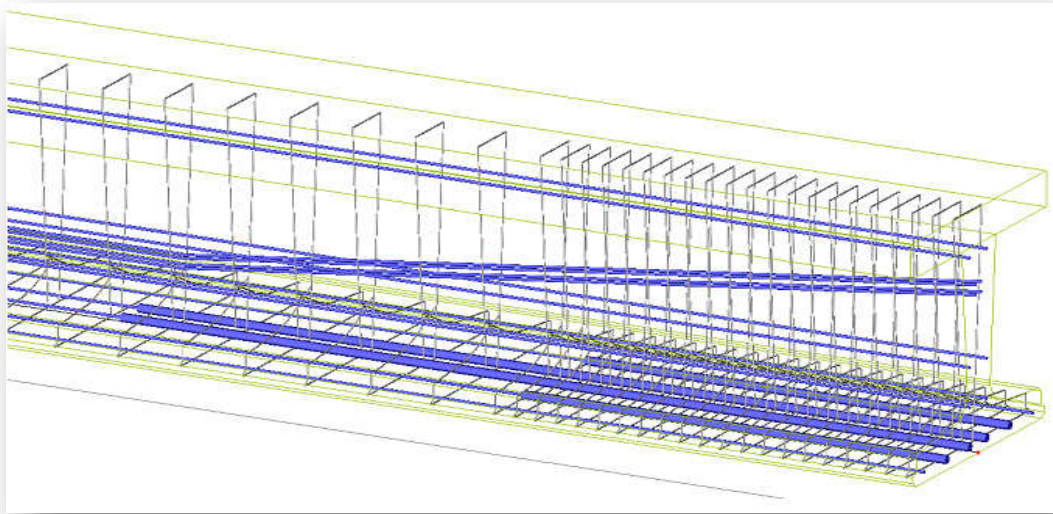
### مزایای مختلف سیستم پیش تنیدگی

مزایای اقتصادی	مزایای سازه ای	مزایای معماری
○ کاهش قابل ملاحظه در مقدار آرماتور و بتن مصرفی	○ استفاده حداکثر و بهینه از ظرفیت مصالح بتنی و کابل ها	○ ایجاد سهولت و انعطاف پذیری در طراحی پلان و نما
○ کاهش قابل ملاحظه در زمان و هزینه نیروی انسانی بواسطه کاهش مقدار مصالح	○ کاهش ارتفاع تیرها و ضخامت دال های بتنی	○ امکان ایجاد دهانه های بلندتر و وجود ستون های کمتر در سازه
○ کاهش هزینه تمامی آیتم های ارتفاعی نازک کاری بدلیل کاهش ارتفاع سازه	○ باربری بیشتر عضو پیش تنیده با هندسه مشابه نسبت به بتن مسلح	○ کاهش ارتفاع طبقات و کل ساختمان
○ امکان ایجاد طبقات بیشتر تحت یک ارتفاع مجاز	○ کاهش وزن مرده ساختمان و مصالح مصرفی	○ امکان ایجاد کنسول های بلندتر
○ کاهش فوق العاده در زمان ساخت و ساز	○ امکان ساخت مقاطع سبک تر بتنی پیش ساخته	○ افزایش فضای مفید بهره برداری در سازه
○ افزایش طول عمر مفید سازه	○ ایمنی بالاتر سقف یکپارچه بتنی در زلزله	○ ایجاد فضای مناسب برای تامین پارکینگ های بیشتر
○ افزایش سود دهی پروژه های ساختمانی بواسطه افزایش تعداد پارکینگ ها	○ کنترل خیز و تغییر شکل ها در سازه	○ حذف آویز تیرها و امکان استفاده از سقف کاملاً مسطح
○ امکان احداث پروژه های تجاری با معماری خاص جهت جذب مشتری	○ کنترل ترک خوردگی در سازه	○ قابلیت استفاده در پلان های نامنظم و منحنی شکل
	○ کاهش ارتعاش ناشی از بارهای ضربه ای و دینامیکی	○ امکان ایجاد بازشو های بزرگتر در سقف
	○ افزایش دوام بتن	○ قابلیت استفاده از ستونهای خارج از محور
		○ قابلیت بیشتر عبور لوله ها و ادوات تاسیساتی

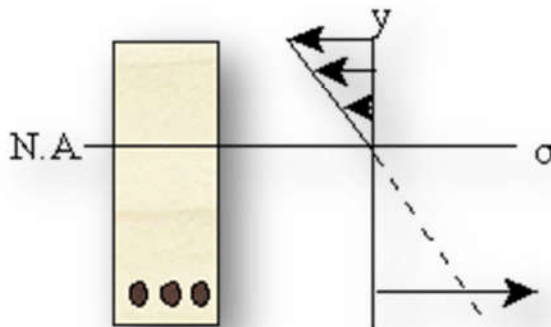
- اف

هدف از پیش تنیدگی:



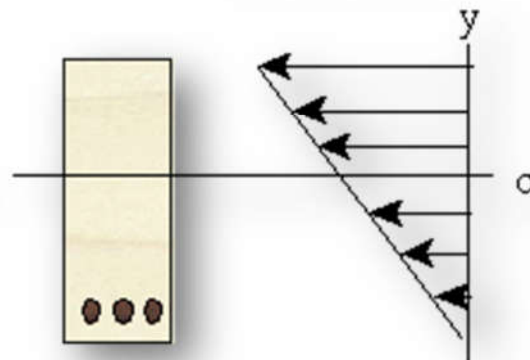


## not prestressed



No stresses are shown for the concrete below the N.A. The stress shown below the N.A. is for the steel.

## prestressed



All of the concrete is in compression. The stress in the steel is not shown; it would have some residual tension.

### تاریخچه:

اولین نوآوری در استفاده از بتن سازه ای 130 سال قبل با مسلح کردن بتن توسط میلگردهای فولادی به وقوع پیوست. پس از آن، در سال 1886 با مطرح شدن بتن پیش تنیده امکان رقابت سازه های بتنی در حوزه هایی که در گذشته تنها توسط سازه های فولادی قابل اجرا بود، مانند پلها با دهانه های بزرگ، ساختمان های بلند مرتبه، سازه های دریایی و غیره را به صورت مقرون به صرفه فراهم ساخت.

### روشهای پیش تنیدگی

بر حسب نوع اعمال نیروی پیش تنیدگی دو نوع عضو پیش تنیده خواهیم داشت:

1-پیش کشیده (pre-tensioning)

2-پس کشیده (post-tensioning)

### پیش کشیدگی:

در سیستم پیش کشیدگی ابتدا مفتول های پیش تنیدگی در محل خود در قالب مستقر شده و در دو انتها توسط مهار های مخصوصی نگهداری شده و کشیده میشود سپس عمل بتن ریزی در قالب صورت میگیرد. بعد از رسیدن بتن به مقاومت کافی کابلها بریده میشوند.



پس کشیدگی:

در مرحله اول کابل‌ها را در قالب کار، داخل غلاف‌هایی قرار می‌دهند و بتن‌ریزی را انجام می‌دهند



در مرحله دوم وقتی به اندازه کافی بتن خود را گرفت دو سر کابل‌ها را به طرف بیرون می‌کشند سپس در محل مورد نظر مهار می‌کنند

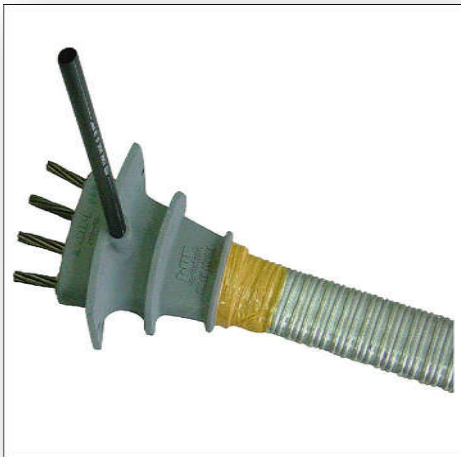


در زمینه اجرای سیستم پس کشیده دو روش بکار می رود:

1- سیستم چسبنده Bonded

2- سیستم غیر چسبنده Unbonded

1- سیستم چسبنده: در این روش داخل غلاف ها پس از بتن ریزی و کشیده شدن کابل ها با دوغاب پر می شود.



**2- سیستم غیر چسبنده:** در این سیستم کابل با دوغاب تزریق نمی شود و می تواند آزادانه و مستقل از بتن حرکت کند. اغلب کابل ها در یک غلاف محافظ با گریس پوشانده شده اند .

#### مقایسه ی سیستم غیر چسبیده و چسبیده:

- سهولت بیشتر در حمل و نصب در سیستم غیر چسبیده
- عدم احتیاج به تزریق و دوغاب در سیستم غیر چسبیده
- در صورت اجرای صحیح، هر دو سیستم دوام خوبی را تأمین می کنند.
- در سیستم چسبیده قابلیت تعویض و تعمیر کابل ها میسر نمی باشد. اما در سیستم غیر چسبیده، این امکان وجود دارد.
- انعطاف پذیری در سازه هایی که با سیستم چسبیده اجرا شده اند، بسیار آسان است، در حالی که در سیستم غیر چسبیده به روش های خاص نیاز دارد.
- تخریب سازه هایی که با سیستم چسبیده اجرا شده اند، بسیار آسان می باشد، لکن در سیستم غیر چسبیده نیاز به مراقبت های ویژه در حین تخریب دارد.

#### مقایسه چسبنده و غیر چسبنده:

##### غیر چسبنده:

تلفات اصطکاکی را کاهش می دهد-کابل گذاری را آسان می کند  
بازوی لنگر بزرگتری فراهم می کند-نیاز به غلاف محافظ با گریس دارد  
سرعت اجرای بالاتری دارد-معمولاً ارزانتر است

##### چسبنده

لایه ای جهت محافظت از کابل خواهد داشت

مقاومت خمشی بالاتری فراهم می کند

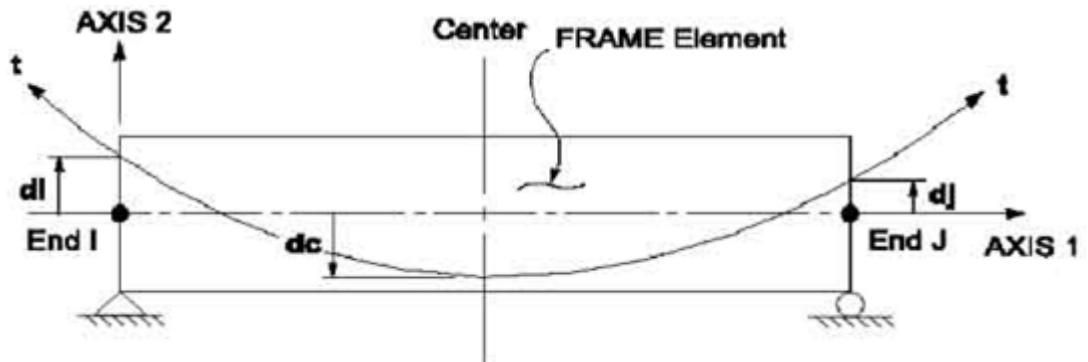
بعد از گروت ریزی آنچنان به مهار بستگی ندارد

مانع گسترش ترک می شود

مقایسه سیستم های پیش کشیدگی و پس کشیدگی:

1- با سیستم پس کشیده میتوان قطعات پیش تنیده را یا در پای کار و یا در کارخانه ساخت بدون اینکه مثل سیستم پیش کشیده احتیاجی به سرمایه گذاری جهت تهیه ملزومات کارگاه پیش کشیدگی باشد.

2- در سیستم پس کشیدگی امکان ایجاد مسیرهای منحنی شکل برای کابل وجود دارد.



3- در سیستم پس کشیده مقداری از نیروی کشیدگی در اثر اصطکاک از بین می رود.

4- در سیستم پس کشیده امکان کشیدن تک تک کابلها بصورت مرحله به مرحله و با یک قالب بندی ساده وجود دارد در صورتیکه در پیش کشیدگی در محل کارگاه احتیاج به قالب بندی و ادوات مخصوص به خود میباشد.

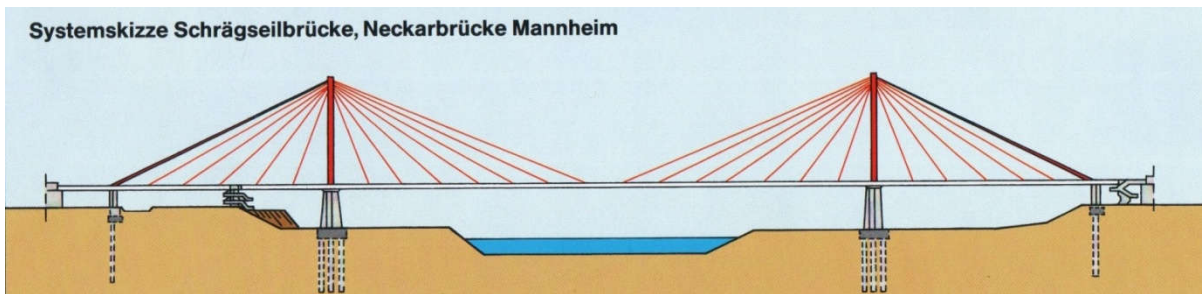
کاربرد های پیش تنیدگی

پل





پلهای کابلی



تیرهای پیش ساخته کف و سقف





مخازن و پوسته ها



ستون



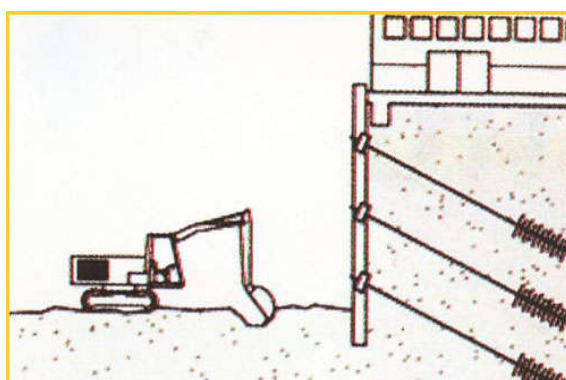
مقاوم سازی سازه ها



دال های بتنی



## دیوارهای حائل و مهار خاک



مصالح مورد استفاده:

1- بتن :

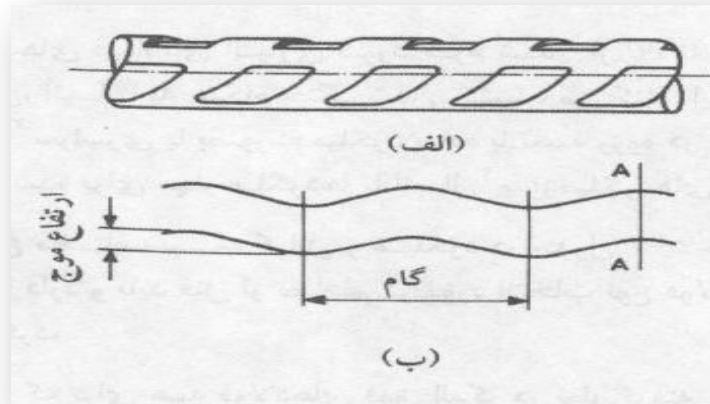
استفاده از بتن پر مقاومت

2- تاندونهای فولادی (strand) :

سیم یا مفتول

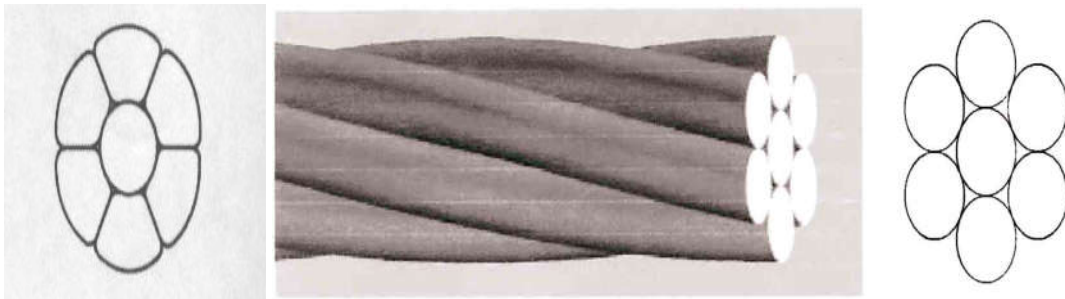
مفتول از نورد گرم فولاد به صورت میلگرد و سپس کشیدن سرد میلگرد

که با کاهش قطر آن همراه است ساخته میشود.



### رشته یا کابل

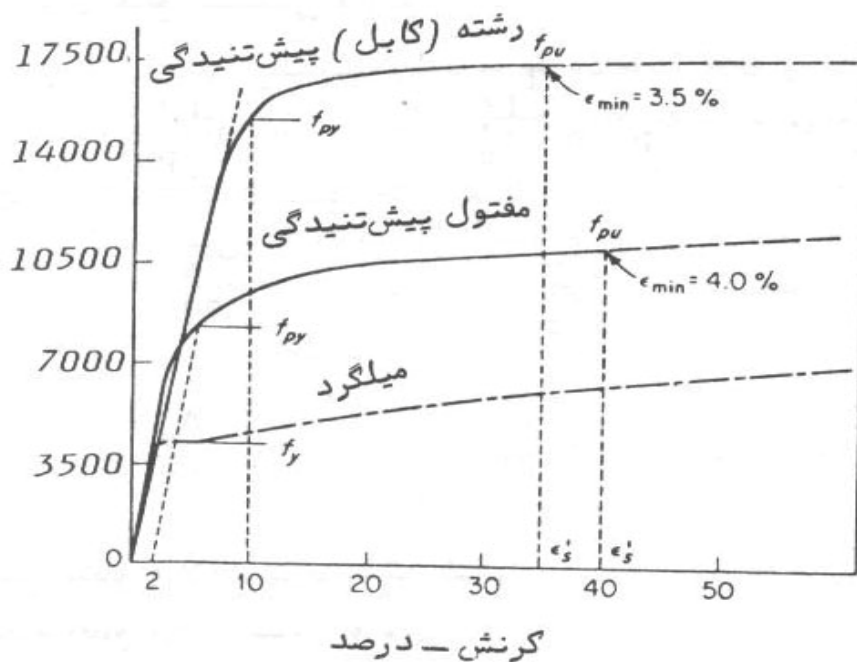
کابل از پیچاندن چند سیم تنها به دور یک سیم مرکزی تهیه میشود که فقط در کارهای پس کشیده مورد استفاده قرار میگیرد



### • میلگرد:

با اضافه کردن آلیاژهای مخصوص در هنگام تولید فولاد و سپس اصلاح سرد میلگرد تولید شده میلگردهایی با مقاومت بالا برای کارهای پیش تنیده تولید میشود.

تنش - کیلوگرم بر سانتیمتر مربع



### مزایای معماری:

ایجاد سهولت و انعطاف پذیری در طراحی پلان و نما

امکان ایجاد دهانه های بلندتر و وجود ستون های کمتر در سازه

کاهش ارتفاع طبقات و کل ساختمان

امکان ایجاد کنسول های بلندتر

افزایش فضای مفید بهره برداری در سازه

ایجاد فضای مناسب برای تأمین پارکینگ های بیشتر

حذف آویز تیرها و امکان استفاده از سقف کاملاً مسطح

امکان ایجاد بازشوهای بزرگتر در سقف

قابلیت استفاده از ستونهای خارج از محور

قابلیت بیشتر عبور لوله ها و ادوات تأسیساتی

## مزایای سازه ای:

استفاده حداکثر و بهینه از ظرفیت مصالح بتنی و کابل ها

کاهش ارتفاع تیرها و ضخامت دال های بتنی

باربری بیشتر عضو پیش تنیده با هندسه مشابه نسبت به بتن مسلح معمولی

کاهش وزن مرده ساختمان و مصالح مصرفی

ایمنی بالاتر سقف یکپارچه بتنی در زلزله

امکان ساخت قطعات سبک تر بتنی پیش ساخته

کنترل خیز و تغییرشکل در سازه ها

کنترل ترک خوردگی در سازه

کاهش ارتعاش ناشی از بارهای ضربه ای و دینامیکی

افزایش دوام بتن

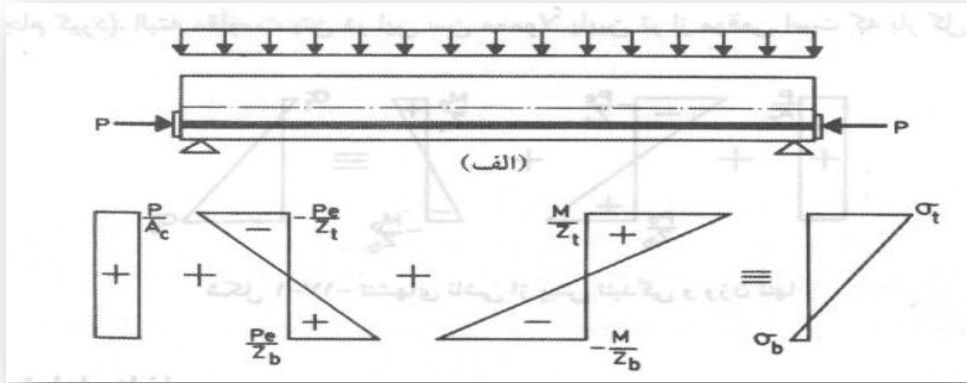
کاهش ابعاد فونداسیون

## مبانی طراحی

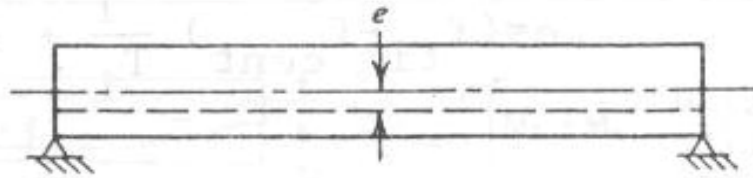
مسئله اصلی در طراحی این است که با هر نوع هندسه و بار گذاری چه ابعادی برای عضو مورد نیاز می باشد و جزئیات نیروی پیش تنیدگی و شکل تاندون چه خواهد بود.

## رفتار سازه ای:

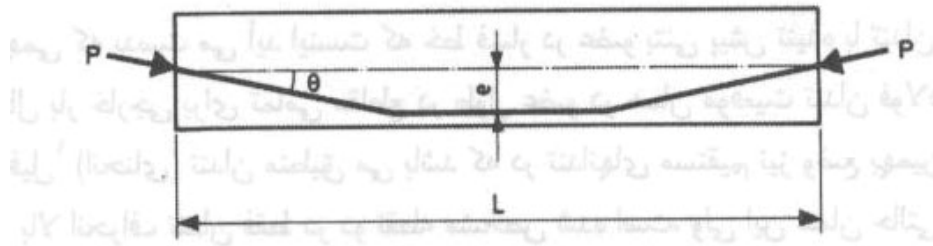




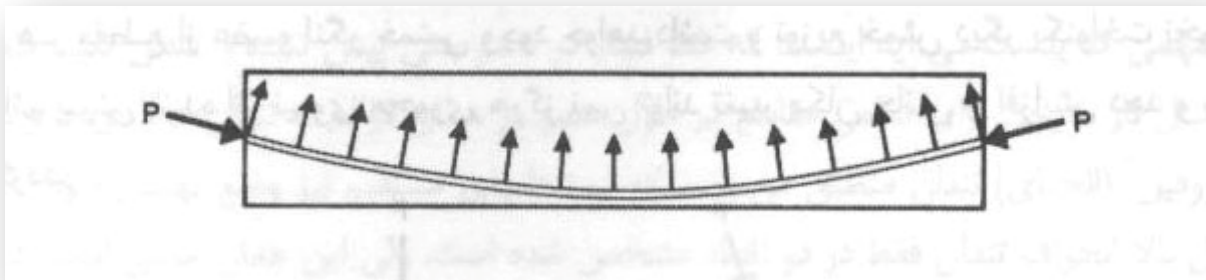
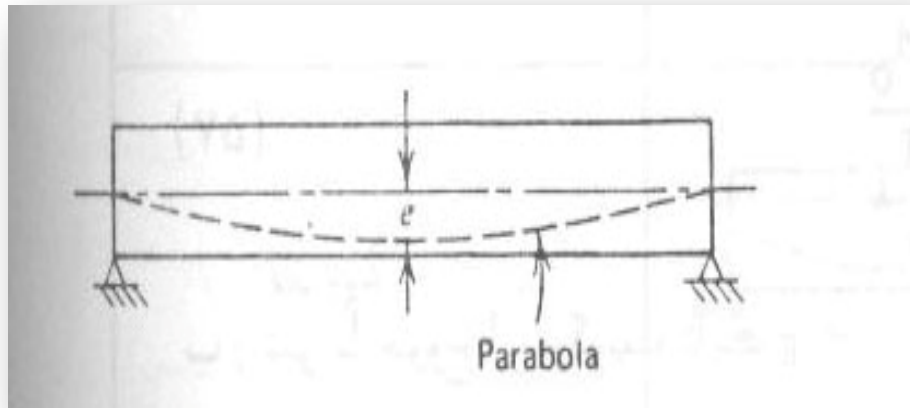
1- مسیر کابل با خروج از مرکزیت ثابت:



2- مسیر کابل با خروج از مرکزیت ذوزنقه:



3- مسیر کابل با خروج از مرکزیت سهمی:



### افت نیروی پیش تنیدگی

عوامل متعددی وجود دارند که موجب میشوند نیروی تاندونهای پیش تنیدگی از مقدار نیروی اولیه اعمال شده به وسیله جک افت یابد که به شرح جدول زیر می باشند

کوتاه مدت	دراز مدت
-----------	----------

### کوتاه شدن الاستیک عضو

کشیدگی مهار: تاندون پیش تنیدگی به هنگام انتقال نیروی کشیدگی از جک به مهار تحت انقباض کوچکی قرار می گیرد.

### اصطکاک

جمع شدگی بتن: کاهش حجم بتن در طول زمان

خزش بتن: تغییر شکلهای دراز مدت تحت بار ثابت

واهلش فولاد: اتلاف تنش در فولاد تحت تغییر شکل

نسبی و درجه حرارت ثابت

مقادیر اتلاف تنش توصیه شده توسط آستو و ACI به استثنای اتلاف تنش اصطکاک

اتلاف کل بر حسب کیلوگرم بر سانتیمتر مربع			نوع فولاد پیش تنیدگی
AASHTO			
ACI	$f_c=350$	$f_c=280$	
2450	3150	—	رشته ها (کابل ها) ی پیش تنیدگی
1750	2310	2240	رشته ها (کابل ها) ی پیش تنیدگی
—	1610	1540	میلگرد

### انتخاب مقطع

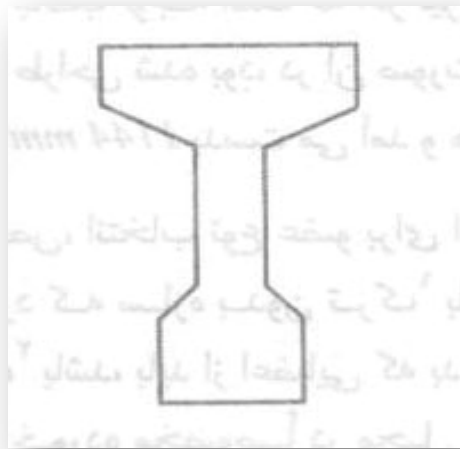
طراح باید تصمیم بگیرد که کدام شکل از مقطع در یک موقعیت خاص استفاده گردد.

مقطع مستطیلی توپر یکی از غیر اقتصادی ترین مقاطع می باشد. چون نواحی میانی از ارتفاع تیر معمولاً تحت تنش های بالایی قرار ندارد.

یک روش برای فائق آمدن بر این نقص بوجود آوردن حفره در ناحیه مرکزی مقطع می باشد.



شکل دارای شکل بسیار کار آمدی میباشند و این نوع مقطع حداکثر سطح بتنی در دورترین فاصله نسبت به محور خنثی فراهم می امقاطع کند



یک مقطع مناسب با کارایی مشابه در خمش ولی با سختی پیچشی بزرگتر مقاطع جعبه ای می باشد.



مقاطع T شکل برای تیرهایی با دهانه بلند که معمولاً در پل‌ها استفاده می‌شوند مناسب می‌باشد. این مقاطع دارای بالهای فشاری بزرگ می‌باشند. مقاطع T شکل منفرد در حین اجرا چندان پایدار نیست. برای جلوگیری از این امر معمولاً از مقاطع T شکل دابل مطابق شکل استفاده می‌شود.



شکل دیگر مقاطع T شکل معکوس می‌باشد. مطابق شکل قسمت تحتانی تیر میتواند لنگر خمشی بزرگ ناشی از وزن خود تیر و وزن دال بتن ریزی شده در محل را تحمل نماید.



1- حداقل تعداد انواع مختلف فولاد پیش تنیدگی

سیمها یا میلگرد های انفرادی	میلگردها یا سیم های که تشکیل کابل یا سیم را داده اند	تاندانها
-----------------------------	--	----------

3	7	3
---	---	---

2- بتن محافظتی روی فولاد های پیش تنیدگی

حداقل قشر به سانتیمتر	وضعیت
5/7	1- بتنی که روی زمین ریخته شود و به طور دائم در تماس با شد
5/2 8/3	2- بتنی که در معرض هوای خارج یا زمین باشد (a) پانل های دیوار-دال ها-تیرچه ها (b) سایر اعضا
9/1 8/3 5/2 1	3- بتنی که در معرض هوای خارج یا در تماس با زمین نباشد (a) دیوارها-دال ها-تیرچه ها-تیرها-ستونها (b) میلگرد های اصلی (c) خاموت ها-تنگها-مارپیچ ها-پوسته ها-صفحات تا شده (d) میلگرد Ø16-مفتول w31 یا d31

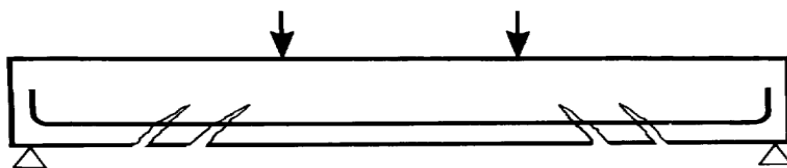
3- حداقل فاصله خالص بین تاندانها و مجاری پیش تنیدگی

پیش کشیده		پس کشیده	
قائم	افقی	قائم	افقی
$\geq dg$ $\geq \varnothing$ $\geq 10$ mm	$\geq dg + 5$ mm $\geq \varnothing$ $\geq 20$ mm	$\geq \varnothing$ $\geq 50$ mm	$\geq \varnothing$ $\geq 40$ mm

## تاریخچه بتن پیش تنیده

اولین شخصی که به بررسی کاربرد پیش تنیدگی در بتن پرداخت، شخصی آمریکایی به نام جکسون بود که اختراع خود را در سال ۱۸۸۶ به ثبت رسانید. دو سال بعد، در سال ۱۸۸۸ دو هرینگ آلمانی، با قرار دادن سیم های فلزی کشیده شده در دال بتنی اولین دال بتنی پیش تنیده را ایجاد کرد. اما هیچکدام از روشهای اولیه پیش تنیدگی در عمل موفق نبود، زیرا به علت نا مرغوب بودن نوع فولاد (فولاد با مقاومت پایین، که در آن زمان فقط این نوع از فولاد در دسترس بود) و بتن مقدار زیادی از تنش پیش تنیدگی به مرور زمان در اثر خزش (Creep) و انقباض بتن (shrinkage) از بین می رفت. در نتیجه بتن پیش تنیده از نظر اقتصادی نمی توانست با بتن فولادی (بتن مسلح) رقابت نماید. اولین کسی که در حقیقت توانست از بتن پیش تنیده به صورتی که امروزه آن را می شناسیم استفاده کند، یک شخص فرانسوی به نام آئیگن فریسینه فرانسوی ( پدر بتن پیش تنیده ) بود. او در سال ۱۹۲۸ توانست با استفاده از فولادهای با مقاومت بالا، در صد از دست رفتن تنش ناشی از خزش و انقباض، به تنش اولیه پیش تنیدگی را کاهش داده و در نتیجه بتن پیش تنیده را از نظر اقتصادی مقرون به صرفه کند. از این زمان به بعد بتن پیش تنیده بعنوان یک روش ساخت قابل قبول مورد استفاده واقع شد. در سال 1952 یک انجمن بین المللی در کمبریج شکل گرفت، دیدگاه اصلی این گروه در جریان گذاشتن دنیا در ارتباط با مفاهیم بتن پیش تنیده بود. این گروه FIP نامیده می شدند. بریتانیا و چندی از کشورهای اروپایی نیز یک انجمن بتن تحت عنوان PCDG تشکیل دادند. کاربرد بتن پیش تنیده معمولاً در عضوهایی است که تحت تأثیر خمش می باشد مانند تیرها، دال ها، دیوار های حائل و ستونها. ولی از بتن پیش تنیده در عضو هایی که تحت تأثیر کشش هستند مانند لوله ها، مخازن آب و غیره به نحو مطلوب می توان استفاده نمود. ایده پیش تنیدگی و یا پیش فشردگی در یک سازه امر جدیدی نیست. بشکه های چوبی در قدیم از تخته های خمیده همراه با تسمه فلزی ساخته و حتی در زمان حاضر نیز ساخته می شوند. تسمه فلزی قطری کمتر از قطر بشکه دارد و با فشار به محل خود رانده شده و بدین ترتیب یک بشکه آب بند حاصل می شود. چرخ درشکه نیز به طرز مشابه با عبور دادن یک چرخ آهنی گرم شده به دور طوقه چوبی چرخ پیش فشرده شده است. در موقع سرد شدن، چرخ آهنی منقبض خواهد شد و محکم طوقه چوبی چرخ را در بر خواهد گرفت. بنابراین با فشار دادن طوقه و دستکهای چرخ به هم موجب سخت شدگی آنها می شود پیش تنیده را بهتر است به صورت بتن پیش فشرده تعریف کرد. این بدان معنی است که در یک عضو بتنی قبل از سرویس دهی، تنش فشاری ایجاد شود. هدف از این کار تحت تأثیر قرار دادن ناحیه کششی بتن در زمان سرویس دهی است. بر اساس آیین نامه ACI 318 بتن پیش تنیده عبارت است از بتن سازه ای ( ساختمانی) که جهت کاهش تنش های کششی بالقوه حاصل از بارها، در آن تنش های

داخلی ایجاد شده است. پیش تنیدگی روشی است برای مقاوم سازی بتن یا مواد دیگر که توسط رشته‌های فولادی با مقاومت بالا و یا میلگردها انجام می‌شود. به زبان ساده، پیش تنیدگی به معنای ایجاد تنش‌های داخلی پایدار به صورت عمدی (حساب شده) در یک سیستم سازه‌ای به منظور بهبود عملکرد آن سیستم است. طراحی این تنش‌ها به گونه‌ای است که تاثیر تنش‌های ناشی از بارهای خارجی را بی اثر می‌کند. بتن پیش تنیده، یکی از جدیدترین فرم‌های ساختمان است که وارد مهندسی سازه شده است. تکنولوژی پیش تنیدگی امکان ساخت سازه‌های جدید، که پیش از آن تصور ساخت آن‌ها ممکن نبود را فراهم کرده است. استفاده از اصل پیش تنیدگی در فولاد و بتن نسبتاً جدید بوده، اما بسیار پرکاربرد است. پیش تنیدگی در بتن سبب ایجاد تنش‌های فشاری به صورت یکنواخت و غیر یکنواخت شده و تنش‌های کششی ناشی از بارهای خارجی را بی اثر می‌کند. با این حال، در این روش محدودیت‌های زیادی برای تنیده کردن کابل‌ها و میلگردهایی که می‌توانند این کشش را تحمل کنند وجود دارد. علاوه بر خمش تیر مسئله دیگری که باید در نظر گرفته شود، برش است. نیروهای برشی افقی و عمودی باعث ایجاد کشش و فشار قطری معادل می‌شوند در بتن پیش تنیده، تنش فشاری ناشی از پیش تنیدگی می‌تواند بر این تنش‌های قطری غلبه کند.



ترک‌های ناشی از تنش‌های برشی

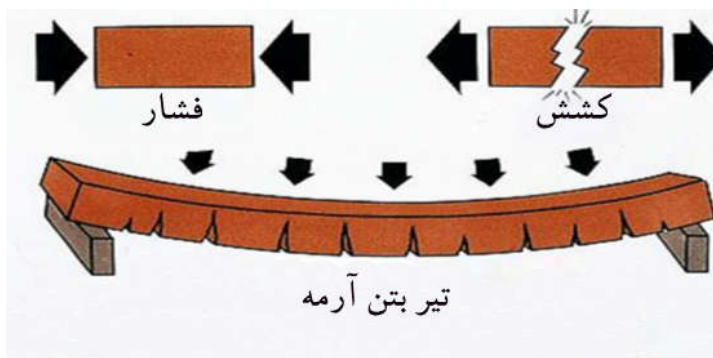
آزمایشات نشان می‌دهند، پیش تنیدگی باعث افزایش مقاومت خستگی بتن نیز می‌شود. همچنین مشخص شده است که در صورتی که تنش‌های کششی ناشی از بارها از تنش فشاری ناشی از پیش تنیدگی تجاوز کند، ترک‌ها در ناحیه کششی، ظاهر خواهند شد. به هر حال حتی بعد از این که تیر تا نزدیکی ظرفیت نهایی اش بارگذاری شود باربرداری باعث از بین رفتن ترک‌ها خواهد شد. فشار پیش تنیدگی مجدداً باز می‌گردد و تیر شرایط قبل از بارگذاری را خواهد داشت (حالت ارتجاعی بتن پیش تنیده). پیش تنیدگی بتن ممکن است به صورت پیش کشیدگی کابل‌های فولادی کششی قبل از ریختن بتن یا به صورت پس کشیدگی کابل‌ها بعد از ریختن بتن انجام شود. تاندون‌های پیش تنیدگی با ایجاد نیروی فشاری اولیه در ناحیه کششی بتن، موجب می‌شوند بعد از آنکه بارهای زنده (از قبیل بار وسایل و کاربران) و مرده (از قبیل کف سازی) در زمان بهره‌برداری از سازه بر سازه اعمال شدند این ناحیه تحت کشش قرار نگیرد و موجب ترک بتن و از دست رفتن کارایی بتن نشود. به این ترتیب، از حداکثر ظرفیت باربری بتن استفاده



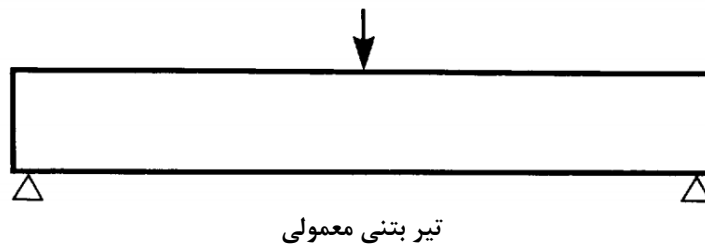
می شود و ابعاد و اندازه اعضا کاهش می یابد. بتن پیش تنیده به عنوان نسل سوم بتن معرفی شده است. از بتن پیش تنیده می توان در تهیه تیرها، کفها، مخازن، نیروگاههای هسته ای یا پل ها استفاده کرد. یکی از بیشترین کاربردهای بتن پیش تنیده ساخت پل ها می باشد. در این زمینه معرفی بتن پیش تنیده ساخت پل های بتنی با دهانه های بزرگ را عملی ساخته است. این پلها معمولاً از قطعات پیش ساخته تشکیل شده اند که با جرثقیل در ارتفاع موردنظر قرار گرفته اند و به کمک پیش تنیدگی ( روش پس کشیدگی ) به قطعات موجود متصل می شوند. به عنوان یک مثال روزمره برای استفاده از پیش تنیدگی، می توان شخصی را در نظر گرفت که چندین آجر را جا به جا می کند. به عنوان یک جایگزین برای جابه جایی آجرها بصورت عمودی می توان آن ها را به صورت افقی و اعمال یک نیروی فشاری در هر دو انتها حمل کرد. نیروی کششی بین آجرها صفر است. اما به دلیل نیروی فشاری کافی در طول قطار آجرها، می توان آن ها را با هم حمل کرد. در صورت به کار بردن یک نیروی مجاز، می توان انتظار تحمل بار از مجموعه را داشت. بار بیشتر از نیاز باعث فروپاشی مجموعه خواهد شد مثال ساده دیگر می تواند یک ردیف از قوطی کبریت های خالی که توسط یک نوار کشسان به هم متصل شده اند، باشد. مقدار باری که این مجموعه می تواند حمل کند بستگی به مقدار نیرویی دارد که نوار کشسان به مجموعه وارد می کند. این ایده اساسی (استفاده از چندین واحد جدا از هم) یک راه ویژه برای ساخت سازه ها با دهانه بلند را پیشنهاد می کند. قطعات پیش ساخته بر روی داربست نصب می شوند. قطعات یکدیگر را می فشردند و سپس داربست ها پس از نصب قطعات از آنها جدا می شوند.

### مقایسه بتن پیش تنیده با بتن آرمه معمولی

در بتن آرمه معمولی، تمامی تنش های کششی توسط میلگردهای فولادی که در ناحیه کششی عضو قرار دارند تحمل می شوند. تنش های فشاری نیز معمولاً توسط بتن (و گاهی در مشارکت با فولاد فشاری) تحمل می شوند و مقدار بتن در بخش کششی عضو در نظر گرفته نمی شود (شکل 1-3). در دهانه های بزرگ یا سازه های پیچیده، این سیستم مشکل ساز است زیرا باعث طراحی اعضای بزرگ با بار مرده زیاد یا درصد بالای فولاد می شود که در نهایت به علت تغییر شکل هایی که رخ می دهد ترک خوردگی اجتناب ناپذیر است.

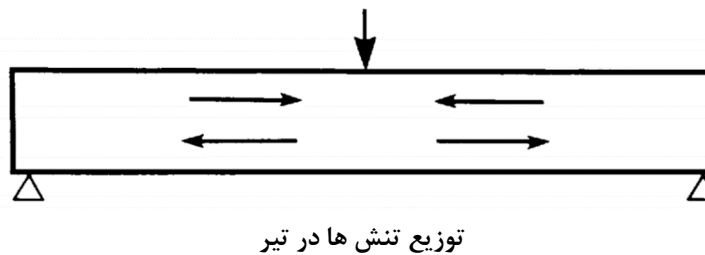


نمایش کشش و فشار در تیر بتنی تقویت شده



هنگامی که بار افزایش می یابد تیر کمی تغییر شکل می دهد و سپس ناگهان فرو می ریزد. تحت اثر این بار تنش در تار فوقانی

فشاری خواهد بود اما در تارهای پایینی کششی خواهد بود

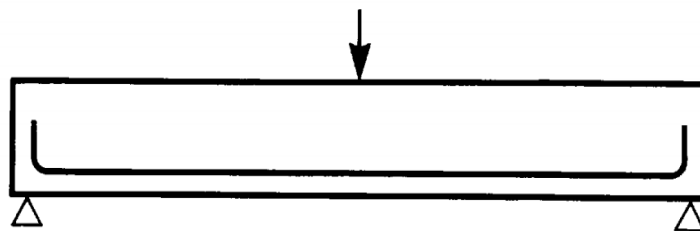


به دلیل مقاومت کم بتن در کشش، انتظار می رود تیر تحت یک بار نسبتاً کوچک ترک خورده و بشکند. دو راه برای مقابله با

این مقاومت کششی پایین وجود دارد: تقویت و پیش تنیدگی. در بتن تقویت شده، میلگردها در ناحیه ای قرار می گیرند که بتن

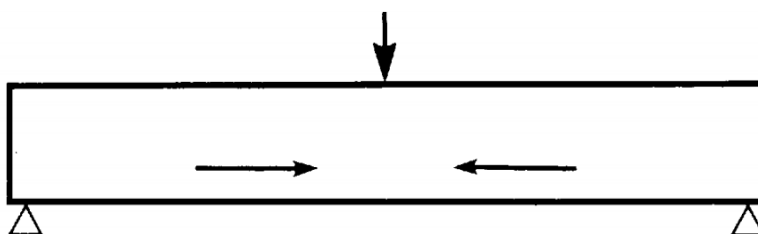
تحت کشش قرار دارد میلگردهای کششی تمام تنش کششی را جذب می کنند، در این روش ترک خوردگی بتن در محدوده مجاز

حفظ می شود.



تیر بتن آرمه

در بتن پیش‌تنیده تنش فشاری ایجاد شده در ناحیه کششی باعث کاهش یا خنثی کردن تنش کششی می‌شود بدین ترتیب تنش کششی از تنش فشاری تجاوز نمی‌کند، بنابراین ترک خوردگی در پایین تیر رخ نمی‌دهد. مقاومت کششی بتن غیر آرمه حدود ۱۰ درصد مقاومت فشاری آن است. در بتن آرمه معمولی، میلگردهای فولادی برای از بین بردن این مقاومت کششی پایین استفاده می‌شوند. این میلگردها، نیروهای کششی را تحمل کرده و عرض ترک‌هایی که تحت بارهای طراحی گسترش می‌یابند را کاهش می‌دهند. اما پیش‌تنیدگی، قبل از اعمال بارهای بهره‌برداری، بتن را در فشار قرار می‌دهد و از این طریق باعث ایجاد بتن عاری از ترک می‌شود.



تیر بتن پیش‌تنیده

مزیت عمده بتن پیش‌تنیده در کنترل عمق ترک بوده، به طوری که می‌توان با کنترل ترک و جلوگیری کردن از ترک خوردن مقطع از حداکثر مقطع در تحمل بارهای بهره‌برداری استفاده کرد. به طور کلی استفاده از بتن پیش‌تنیده نسبت به بتن آرمه معمولی مزایایی دارد که در زیر به صورت مختصر آورده می‌شوند:

- ❖ پیش‌تنیدگی با نگهداشتن بتن در فشار باعث کاهش اثر ترک‌ها در اعضای بتنی می‌شود.
- ❖ مقاومت‌های طراحی معادل باعث کاهش عمق تیر و کاهش ارتفاع طبقات و در نتیجه کاهش ارتفاع کل ساختمان می‌شود.
- ❖ بتن پیش‌تنیده ارتجاعی است که سبب مطابقت مفروضات طراحی با رفتار واقعی سازه می‌شود.

❖ اگر عضو تحت بار اضافی قرار گیرد، ترک‌ها ممکن است گسترش یابند ولی با برداشتن بار اضافی بسته خواهند شد.

❖ پیش تنیدگی اجازه می‌دهد که هم اعضای سازه‌ای و هم سازه‌ها از چندین واحد پیش ساخته، ساخته شوند، به‌عنوان مثال ساخت مدولی و قطعه‌ای.

❖ المان‌های سبک تر از نظر مشخصه وزنی اجازه ساخت اعضای با دهانه بلندتر و با مقاومت بالا را به ما می‌دهند.

❖ توانایی کنترل تغییر شکل‌ها در دال‌ها و تیرهای پیش تنیده اجازه ساخت دهانه‌های بلندتر و تعداد ستونهای کمتر و در نتیجه افزایش فضای مفید بهره برداری در سازه را می‌دهد.

❖ پیش تنیدگی استفاده مطلوب‌تری از فولاد را ممکن می‌سازد و استفاده اقتصادی از بتن و فولاد کششی با مقاومت بالا ممکن می‌شود.

❖ اقتصادی بودن سازه در بارگذاری های سنگین و دهانه های بزرگ

❖ مزیت های معماری مانند ایجاد کنسولهای بلندتر، حذف آویز تیرها، کاهش ارتفاع طبقات و کل ساختمان، ایجاد

بازشوهای بزرگتر در سقف، افزایش فضای مفید بهره برداری در سازه، قابلیت استفاده در پلان های نامنظم و منحنی شکل

معایب بتن پیش تنیده را می توان به شرح زیر بیان نمود:

❖ گران بودن ( هزینه بر بودن در مصالح، ساخت و حمل و نقل )

❖ نیازمند مصالح با کیفیت عالی است.

❖ نیازمند دانش فنی و فناوری بالا و کارگران ماهر است. ( اجرای بتن پیش تنیده به نظارت و مهارت بیشتری

احتیاج دارد که باعث بالا رفتن هزینه واحد عملیات اجرایی خواهد شد)

❖ ابزار تخصصی و خاص نیاز دارد.

❖ استفاده از بتن پیش تنیده زمانی مقرون به صرفه است که امکان تولید انبوه وجود داشته باشد.

❖ تخریب این نوع سقف به دلیل پتانسیل موجود در کابل های کشیده شده پرخطر است.

## اتلاف تنشها و دلایل استفاده از فولاد پرمقاومت

یکی از مباحث بسیار مهم در بتن پیش تنیده، بحث اتلاف تنش ها است. یک عامل مهم و تعیین کننده در طراحی و اجرای موفق سازه های پیش تنیده درک صحیح از اتلاف تنشها و محاسبات آن به صورت دقیق می باشد. چنانچه اتلاف تنش ها کمتر از مقدار واقعی برآورد شود، در آن صورت نیروی پیش تنیدگی کمتری به عضو وارد می شود که جوابگوی تنش ها در حالت بهره برداری نمی باشد. در صورت برآورد بیشتر از مقدار واقعی اتلاف تنشها نیز نیروی پیش تنیدگی بیشتری به عضو وارد می شود که مشکلات متعددی از جمله خیز بیش از حد عضو را به همراه خواهد داشت.

اتلاف تنش در اعضای پیش تنیده معمولاً به دو صورت رخ می دهد :

1) اتلاف تنشهای اولیه یا کوتاه مدت : که بلافاصله پس از اعمال نیروی پیش تنیدگی به عضو بتنی عمل می نمایند.

2) اتلاف تنشهای بلند مدت : که در طول زمان ایجاد می شوند.

**اتلاف تنش های کوتاه مدت شامل سه بخش به شرح زیر می باشد:**

1- لغزش کابل در گیره : این نوع اتلاف تنش در مرحله رها کردن جک و انتقال نیروی پیش تنیدگی به کابل اتفاق می افتد.

در این مرحله مقداری لغزش کابل در گیره ایجاد می شود که سبب کاهش طول کابل و در نتیجه اتلاف تنش در آن می گردد.

2- تغییر شکل ارتجاعی : این نوع اتلاف تنش بلافاصله پس از انتقال نیروی جک به عضو بتنی اتفاق می افتد. نیروی پیش

تنیدگی وارده به عضو بتنی سبب تغییر شکل ارتجاعی عضو و کوتاه شدن کابل و در نتیجه اتلاف تنش در آن می شود.

3- اصطکاک کابل پیش تنیدگی : این نوع اتلاف تنش کوتاه مدت که تنها در اعضای پس کشیده اتفاق می افتد، اتلاف تنش

در اثر اصطکاک کابل پیش تنیدگی با غلاف داخل عضو است، که می توان با پر کردن غلاف بوسیله گریس و از بین بردن اصطکاک

کابل با غلاف ( تکنیک کابل نچسبیده ) از بروز این نوع اتلاف انرژی جلوگیری کرد.

**اتلاف تنشهای بلند مدت شامل سه بخش به شرح زیر می باشد:**

1- خزش بتن : به تغییر شکل عضو در طول زمان تحت اثر یک بار دائمی خزش می گویند.

2- جمع شدگی بتن : این نوع اتلاف تنش در اثر تبخیر آب داخل ذرات بتن در طول زمان اتفاق می افتد که سبب کاهش حجم

بتن و در نتیجه انقباض آن می گردد. 3- وادادگی تنش در فولاد : سستی یا وارفتگی در عضو فولادی تحت کشش که موجب کاهش

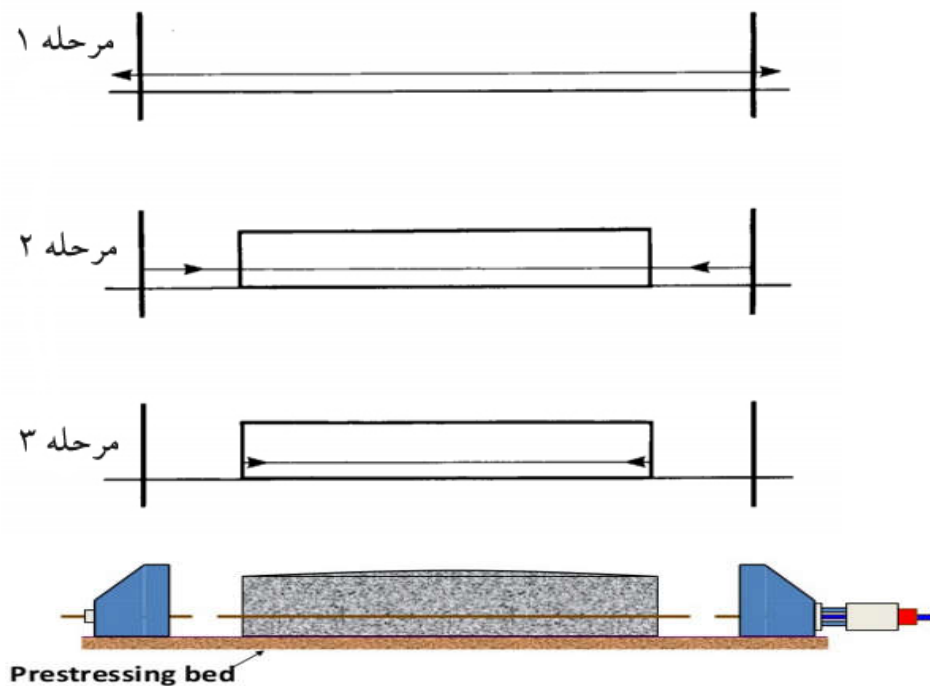
تنش در طول زمان بدون تغییر در طول عضو می شود. اگر در بتن پیش تنیده از فولاد معمولی استفاده شود با توجه به مقاومت پایین

فولاد معمولی و عدم امکان اعمال مقدار زیاد نیروی پیش تنیدگی، اثرات انقباضی ناشی از جمع شدگی و خزش بتن پس از مدت زمان کوتاهی سبب از بین رفتن کل نیروی پیش تنیدگی اولیه می شوند و عضو پیش تنیده تبدیل به یک عضو معمولی می شود ولی اگر عضو بتنی توسط فولاد با مقاومت بالا پیش تنیده گردد با توجه به امکان اعمال نیروی پیش تنیدگی بیشتر، مقدار اتلاف تنش نسبت به تنش پیش تنیدگی اولیه ناچیز خواهد شد و نیروی پیش تنیدگی موثر قادر به پیش تنیده کردن عضو می باشد، بنابراین یکی از الزامات اولیه پیش تنیده کردن اعضای بتنی استفاده از فولاد با مقاومت بالا است. لازم بذکر است مقاومت فولاد در میزان اتلاف تنش تاثیری نداشته و استفاده از فولاد پرمقاومت تنها موجب کاهش نسبت اتلاف تنش به مقاومت فولاد می شود.

## روشهای ایجاد پیش تنیدگی

### پیش کشیدگی

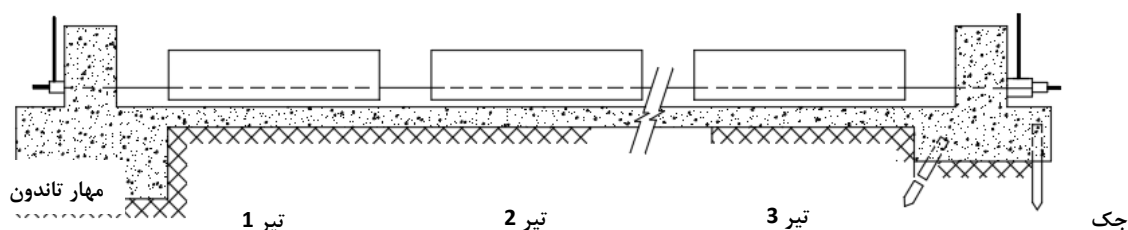
برای ایجاد پیش کشیدگی در اعضا ابتدا کابل های پیش تنیدگی (سیمها، رشته های بافته شده) تا حد از پیش تعیین شده ای کشیده شده و سپس به دیواره ها بسته می شوند (مرحله 1). سپس عملیات بتن ریزی در اطراف کابل ها صورت می گیرد (مرحله 2) و بعد از عمل آوری و رسیدن بتن به مقاومت مطلوب کابل های پیش تنیدگی از هر دو طرف بریده می شود (مرحله 3). در این روش هیچ گونه غلافی در مقطع استفاده نشده و درگیری کامل بین بتن و کابل های پیش تنیدگی وجود دارد (شکل 1-8).



روش پیش کشیدگی

همان‌طور که پیوستگی بین کابل‌ها و بتن در برابر کوتاه شدن کابل‌ها مقاومت می‌کند، بتن نیز فشرده می‌شود. نیروی پیش‌تنیدگی بعد از بریده شدن کابل‌ها در طولی از کابل به بتن منتقل شده که این طول وابسته به شکل و سطح مقطع کابل و همچنین جنس فولاد دارد. پیشوند «پیش» در پیش کشیده به این علت است که کابل‌ها قبل از سخت شدن بتن تحت کشش قرار می‌گیرند. معمولاً برای کشیدن کابل‌ها از جک‌های هیدرولیکی استفاده می‌شود. زمانی که کابل‌ها به افزایش طول از پیش تعیین شده می‌رسند، با استفاده از گیره‌هایی مشابه گیره‌هایی که در پس‌تنیدگی استفاده می‌شود به دیواره‌ها بسته می‌شوند. گیره‌هایی که برای رشته سیم‌های بافته شده استفاده می‌شوند گیره‌های مهاری (chuck) نامیده می‌شوند.

روش پیش کشیدگی معمولاً در بستر پیش کشیدگی صورت می‌پذیرد. در این روش تعداد زیادی قالب‌های پیش ساخته شبیه هم نیاز است. قطعات تولید شده در این روش در کارخانه و در بسترهای دائمی ساخته می‌شوند.



مزیت این روش، به خاطر وجود خط تولید قطعات مشابه است. بدین ترتیب که در یک زمان می‌توان چندین قطعه را تولید

#### بستر پیش کشیدگی و تکیه‌گاه کناری (Naaman)

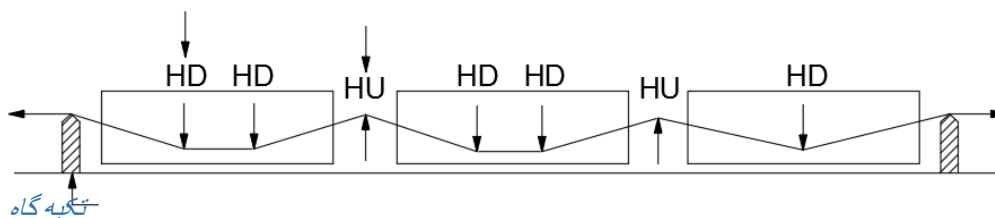
کرد

در پیش کشیدگی چسبندگی بین بتن و فولاد بسیار حیاتی است و در کل عملیات باید مطمئن بود که فولاد عاری از هرگونه مواد نظیر روغن قالب و ... که چسبندگی را کاهش می‌دهند باشد. مانند بتن‌های معمولی، عملیات عمل آوری از اهمیت زیادی برخوردار است. فرایند عمل آوری، می‌تواند در بعضی از مواقع توسط بخار تسریع شود. زمانی که بتن به مقاومت کافی رسید و پایه‌های موقت در سر جای خود قرار گرفتند می‌توان جک‌ها را به آرامی جدا کرد. هنگامی که تاندون‌ها برای بازگشت به حالت اولیه خود تلاش می‌کنند چسبندگی بین فولاد و بتن مانع از این اتفاق می‌شوند در نتیجه بتن در فشار قرار می‌گیرد. قطعات تهیه شده می‌توانند آزادانه بر بستر بلغزند. کشش موجود بین قطعات نیز از بین می‌رود، بنابراین با ایمنی می‌توان کابل‌ها را از انتهای قطعات جدا کرد. در این لحظه تاندون‌ها به قطر اولیه خود باز می‌گردند و بنابراین یک عمل گوه‌ای صورت خواهد پذیرفت و نیروهای تاندون‌ها، به بتن منتقل می‌شود. طولی از تاندون‌ها که این عمل انتقال نیرو در آن طول صورت می‌پذیرد را، ناحیه انتقال می‌گویند. طول این ناحیه به سطح تماس بین تاندون‌ها و بتن بستگی دارد. در مورد سیم‌ها، این مقدار نسبت به رشته‌ها کمتر تغییر

می‌کند. به هر حال در هر مورد، این طول به درجه متراکم سازی نیز بستگی دارد. روش دیگر، کشیده شدن سیم‌ها به طور همزمان است. در این حالت، جک‌ها بین صفحات مهار و اتصالات فولادی به جای پایه‌های موقت قرار می‌گیرند. سپس از جک‌ها برای کشیدن کل کابل‌ها استفاده می‌شود. در سیستم‌های کوچک اختصاصی، میلگردهای تقویتی ثانویه معمولاً نیاز نیستند. پیش‌کشیدگی ممکن است به صورت واحدهای جدا از هم نیز صورت پذیرد. در این حالت ایجاد تنش در فولادها و صفحات تکیه‌گاهی در هر قالب به طور مجزا صورت می‌پذیرد. در این روش نیز باید هر قطعه تحت مراقبت ویژه قرار بگیرد. در این روش همه تاندون‌ها به صورت مستقیم قرار داده می‌شوند و به طور پیوسته به بتن می‌چسبند. می‌توان نشان داد که اکثر قطعاتی که از این روش ساخته شدند عملکرد مناسبی از خود را در قطعات خمشی با مقطع ثابت نشان نمی‌دهند. اثربخشی نیروی فشاری به صورت حاصل ضرب نیرو در خروج از مرکزیت می‌باشد که می‌توان با افزایش خروج از مرکزیت، نیروی کوچک‌تر و خروج از مرکزیت بزرگ‌تر به دست آورد. بسته به المان‌های سازه‌ای پیش‌کشیده شده، شکل پروفیل کابل‌ها می‌تواند مستقیم باشد مانند دال‌های هسته توخالی، یا برای یک یا دو نقطه تغییر شکلی داشته باشد (که نقاط پایین‌افتادگی یا پایین‌نگه داشته شده نیز نامیده می‌شوند) مانند شاه‌تیرهای پل‌ها. پایین‌افتادگی معمولاً با پایین‌کشیدن یا به پایین‌هل دادن قسمتی از کابل‌ها تا محل مورد نظر به دست می‌آید. در شکل نمایی از روش «پایین‌نگه داشتن» نشان داده شده است. به لحاظ اقتصادی یا هر زمانی که از نظر فنی ممکن باشد.

نیروی پایین‌نگهدارنده

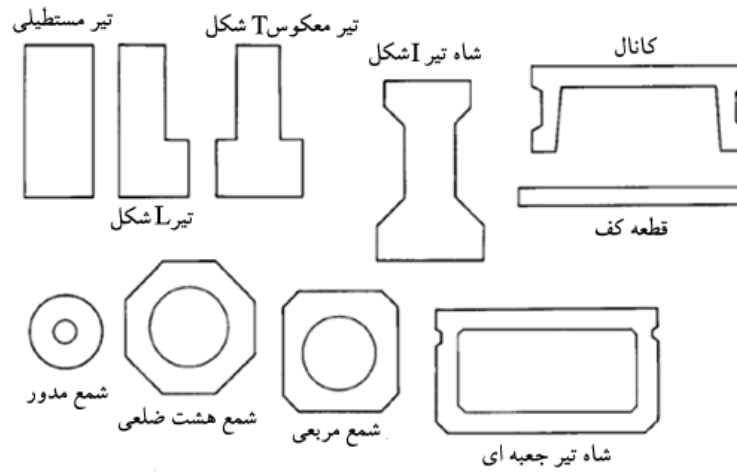
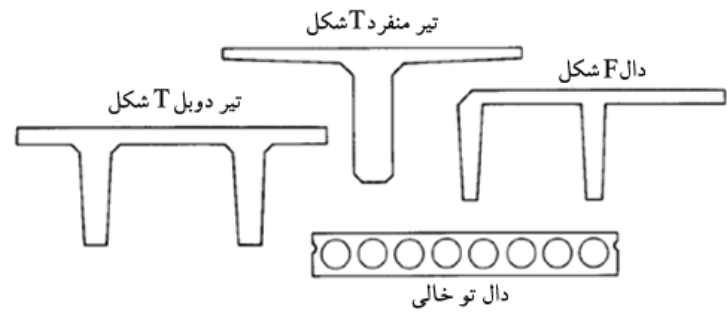
نیروی بالا‌نگهدارنده



نمونه‌ای از مقاطع استاندارد رایج در پیش‌کشیدگی در شکل نشان داده شده است.

پروفیل کابل‌های پیش‌کشیدگی با یک یا دو نقطه پایین‌افتادگی (ایجاد خروج از مرکزیت) (Naaman)

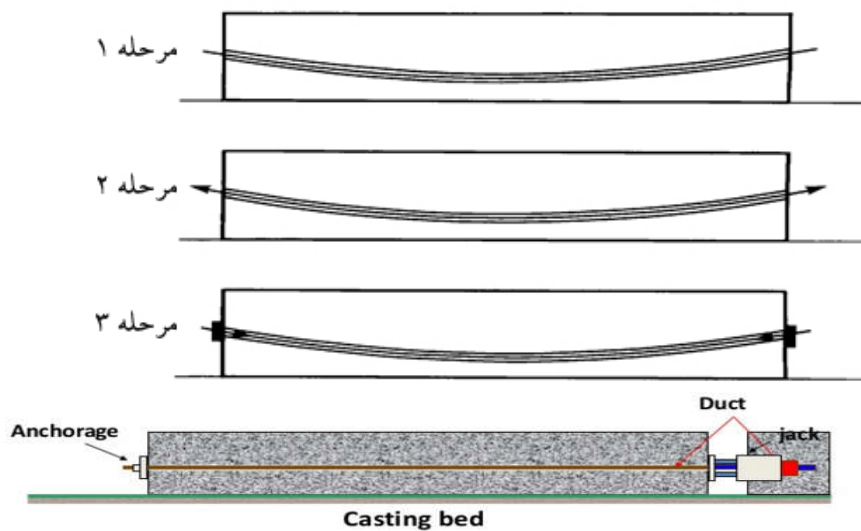




مقاطع استاندارد محصولات بتنی پیش تنیده پیش ساخته رایج در ایالات متحده (Naaman)

## پس کشیدگی

پس کشیدگی عبارت است از کشیدن کابل های فولادی پس از عملیات بتن ریزی. در روش پس کشیدگی غلاف های توخالی و تاندون ها در یک مسیر از قبل تعیین شده در قالب قرار می گیرند (مرحله 1) و سپس عملیات بتن ریزی انجام می شود (مرحله 2). وقتی که مقاومت مورد نیاز تأمین شد، فولادها تحت تنش قرار می گیرند. سپس کابل از یک سمت یا دو سمت کشیده شده و به کمک گوه های مخصوص نیروی کابل در دو انتها به بتن منتقل می گردد (مرحله 3). پروفیل های منحنی شکلی که در پس کشیدگی مورد استفاده قرار می گیرند توزیع تنش فشاری مورد نیاز طراحان سازه را فراهم می کنند. همانطور که در مورد پیش کشیدگی گفته شد، استفاده از تاندون هایی با مسیر مستقیم نمی تواند در قطعات بزرگ مؤثر باشد. بیشترین تاثیر پیش تنیدگی در مکانی رخ می دهد که ماکزیمم مقدار ممان خمشی رخ می دهد. و به همین ترتیب کمترین تاثیر پیش تنیدگی جایی رخ می دهد که ممان خمشی مینیمم رخ می دهد. در حضور یک نیروی پیش تنیدگی ثابت، به وسیله تغییر خروج از مرکزیت می توان این اثربخشی را افزایش داد. به هر حال در هر مقطع از تیر اثر پیش تنیدگی با اثر نیروی های خارجی مقابله خواهد کرد. مهارهای دائمی در انتهای مجرا به انتهای قالب متصل می شوند. شکل 1-12 یک نمونه از غلاف های اجرا شده را نمایش می دهد.



روش پس کشیدگی

نیروی پیش تنیدگی توسط گیره‌های دو انتهای سازه از کابل به بتن منتقل می‌گردد. فولاد پیش تنیدگی نباید قبل از کشیدن به بتن چسبیده باشد، در غیر این صورت امکان کشیدن آن وجود نخواهد داشت. در این روش فولادهای پیش تنیدگی می‌توانند چسبیده یا نچسبیده باشند. دو حالت کابل چسبیده و نچسبیده مزایایی نسبت به یکدیگر دارند و در برخی موارد یک روش نسبت به روش دیگر ارجحیت دارد. از مهمترین مزایای کابل نچسبیده، امکان افزایش نیروی پیش تنیدگی پس از گذشت یک مدت زمان و عملکرد اتلاف تنشها می باشد. به عبارت دیگر در این حالت امکان تنظیم مجدد نیروی پیش تنیدگی کابل پس از گذشت یک مدت زمان وجود دارد. در این روش، پس از تنظیم مجدد نیروی پیش تنیدگی، معمولاً داخل غلاف دوغاب سیمان تزریق می شود و کابل برای همیشه چسبیده می گردد. در حالت کابل نچسبیده که نیروی پیش تنیدگی فقط از طریق گیره های انتهایی به عضو بتنی منتقل می گردد باید به ایمنی گیره ها و محفوظ نگه داشتن آن ها توجه خاص شود. گرچه از پس کشیدگی می توان در کاربری های پیش ساخته پیش تنیده استفاده کرد، ولی بهترین استفاده از آن یکی در ساخت و سازه های در جا هست که ساختمان و شاه تیرهای پل برای حمل ، بسیار بزرگ هستند و دیگری در سازه هایی که در محل ساخت نیاز به کشش دارند. استفاده از پس کشیدگی در پروژه های بزرگ مقیاس مثل مجراهای انرژی هسته ای، برج های تلویزیونی و سازه های ساحلی متداول شده است و مشخصاً این استفاده گسترش خواهد یافت.

## خود تنیدگی

برای ایجاد تنش در کابل می توان از روش های غیر مستقیم مانند پیش تنیدگی الکتریکی، پیش تنیدگی شیمیایی (پیش تنیدگی سیمان منبسط شونده) و یا پیش تنیدگی با آلیاژهای شکلی حافظه دار استفاده کرد ولی روش های فوق محدود بوده و کاربرد چندانی ندارند.

## مصالح پیش تنیدگی

### بتن

بتن مورد استفاده در اعضای پیش تنیده مقاومت بالاتری نسبت به بتن های معمولی دارد. اگر بتن معمولی در اعضای پیش تنیده استفاده شود، در این صورت معمولاً ابعاد بزرگی برای مقطع نتیجه می گردد و تنش های موضعی در محل اعمال نیروی پیش تنیدگی نیز جوابگو نمی باشند، ضمن اینکه اتلاف تنش و همچنین ابعاد اعضای پیش تنیده نیز با افزایش مقاومت بتن کاهش می یابد. در اعضای پیش تنیده از مقاومت فشاری بتن در محدوده 28 الی 42 مگاپاسکال استفاده می شود، اما مقدار رایج مقاومت فشاری بتن

35 مگاپاسکال می باشد. استفاده از بتن های با مقاومت بسیار بالا مقرون به صرفه نیست زیرا اولاً هزینه بتن به صورت تصاعدی افزایش می یابد، ثانياً نمی توان ابعاد عضو بتنی را به دلیل کمانش عضو از حد متعارف کاهش داد. بتن پیش تنیده نیازمند بتن دارای مقاومت فشاری بالا در سن منطقی اولیه و مقاومت کششی نسبتاً بالاتری از بتن معمولی است. مقاومت فشاری اولیه بتن دراعضای پیش تنیده از اهمیت زیادی برخوردار است، زیرا به دلیل اعمال نیروی پیش تنیدگی، بتن باید قادر به تحمل مقدار قابل توجهی تنش فشاری در ابتدای عمر خود باشد. در برخی موارد، روشهایی برای تسریع در افزایش مقاومت فشاری اولیه بتن مورد استفاده قرار می گیرند که شامل استفاده از افزودنی ها، سیمان زودگیر تیپ III و عمل آوری بتن به وسیله بخار آب می شوند. البته در افزودنی ها نباید کلرید سدیم وجود داشته باشد. همچنین، رعایت اصول آئین نامه های اجرایی الزامی است. به طور کلی برای اعضای پیش تنیده بتن با انقباض کم، حداقل ویژگی های خزش و مدول یانگ بالا لازم است. بسیاری از خواص مطلوب، از جمله دوام، نفوذ ناپذیری و مقاومت در برابر سایش، به شدت تحت تاثیر مقاومت بتن قرار می گیرد.

## فولاد پیش تنیدگی

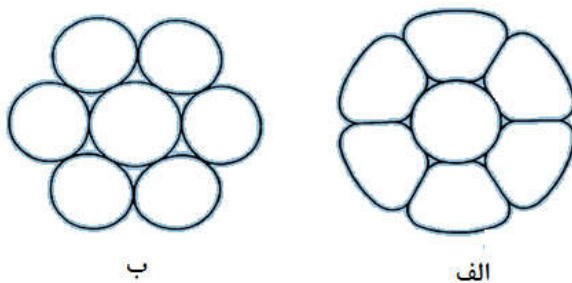
همانطور که قبلاً بیان شد فولاد پیش تنیدگی باید دارای مقاومت بالا باشد. مجموعه فولاد مورد استفاده دراعضای پیش تنیدگی را کابل پیش تنیدگی ( تاندون ) می نامند. از تاندون به صورت عضو کشیده شده و به کار رفته در بتن برای انتقال تنش پیش تنیدگی استفاده می شود. در سازه های بتن پیش تنیده سه نوع تاندون فلزی استفاده می گردد:

**1- سیم ها:** سیم ها از جنس فولاد سرد کشیده شده و در اندازه های کوچک می باشند. قطر کم سیم به دلیل سرد کشیده شدن آن است و معمولاً هر مقدار قطر سیم کمتر باشد، مقاومت آن بیشتر می شود. سیم ها با قطرهای 3 تا 7 میلی متر موجود اند. در کارهای سازه ای کمترین قطر سیم مورد استفاده 4 میلی متر می باشد (شکل 1-13).

**2- کابل چند رشته ( استراند ):** متداولترین نوع کابل پیش تنیدگی می باشد. سیم های سرد کشیده به دلیل قطر کم به هم بافته می شوند تا سطح مقطع بیشتری حاصل گردد. سیم های بافته شده استاندارد متشکل از 7 سیم سرد کشیده شده می باشند که یک سیم با قطر کمی بزرگتر در وسط و شش سیم دور آن قرار می گیرد (شکل 1-14).

**3- میله های فولاد آلیاژی:** از آلیاژهایی نظیر کربن، منگنز، سیلیکات و غیره برای افزایش مقاومت فولاد استفاده می گردد. میله ها عضو های کششی هستند که به شکل اعضای مستقیم در بازار وجود دارند (شکل 1-15).

در حالت ایده آل یک ماده تاندون نه تنها باید دارای مقاومت بالا بلکه باید (1) تا حد تنش‌های نسبتا بالا به حالت الاستیک باقی بماند، (2) دارای شکل پذیری کافی قبل از شکست باشد، (3) دارای خواص اتصال خوب، وارفتگی پایین، مقاومت خوب در برابر خستگی و خوردگی، باشد. (4) مقرون به صرفه و دارای سهولت اجرایی باشد. کابل های پیش تنیدگی تقریبا همه دارای 7 سیم به قطرهای 8 تا 18 میلی متر می باشند. اگرچه دامنه ی تغییر قطرها زیاد است، ولی ترجیح داده می شود از قطرهای خاص استفاده شود. همانطور که بیان شد در تهیه استراند، یک کابل مستقیم وجود دارد و شش کابل دیگر به دور آن پیچیده می شوند. اگر سیم ها پیچیده نباشند قطر آن ها به راحتی قابل محاسبه است ( شکل 1-16 - مقطع الف). همچنین می توان با پرس کردن سیم ها، فضاهای خالی بین سیم ها را کمتر کرد که در این حالت مقطع سیمها همانند بیضی است و قطر آن ها از قطر اسمی کمتر می شود ( شکل - مقطع ب).



اشکال متداول و قطرهای رایج در جدول 1-1 نشان داده است.

شکل : مقطع کابل

شکل	سایز (قطر)	نوع
-----	------------	-----

شکل های رایج و قطرهای تاندون های پیش تنیده (Naaman)



شکل 1-15: میله فولادی

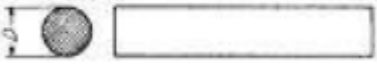






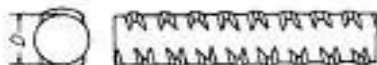


شکل 1-14: کابل چند رشته



شکل 1-13: سیم

جدول - مشخصات رایج میلگردهای پیش تنیدگی (Naaman)

	اینچ	میلیمتر	
	0/060 - 0/360	9/0 - 2/0	سیم گرد ساده
	0/200 - 0/276	7/0 - 5/0	سیم یخ دار
	0/276 - 0/512	13/0 - 7/3	سیم تابیده
	0/114x2	2/9x2	کابل 2 رشته
	0/250 - 0/600	15/2 - 6/2	کابل 7 رشته
	0/700 - 0/860	21/8 - 17/8	کابل 19 رشته
	0/362 - 1/260	32/0 - 9/2	میلگرد
	0/906 - 1/260	32/0 - 23/0	میلگرد آجدار

سیم‌ها به صورت مقاطع مختلف و شرایط سطح متنوع نظیر گرد یا بیضی شکل، صاف یا آجدار، تابیده و یا یخ‌دار ساخته می‌شوند. بیشترین سیم پیش تنیده توسط عملیات سرد (کشیدن و یا نورد) تولید می‌شود. از آنجا که رشته‌ها از سیم‌های با قطر نسبتاً کوچک ساخته شده‌اند، سهولت کاری (انعطاف پذیرتری) بسیار بیشتری نسبت به یک میلگرد تک با قطر اسمی مشابه دارد و همچنین امکان دستیابی به خواص بهتر

با توجه به کنترل کیفیت بالاتر وجود دارد. متداول ترین رشته، قطر 0/5 اینچ ( 12/7 میلیمتر) با مقاومت کششی حداقل 1860 مگاپاسکال است.

مشخصات رایج سیم ها و کابل های پیش تنیدگی معمولی در جدول 1-2 نمایش داده شده است.

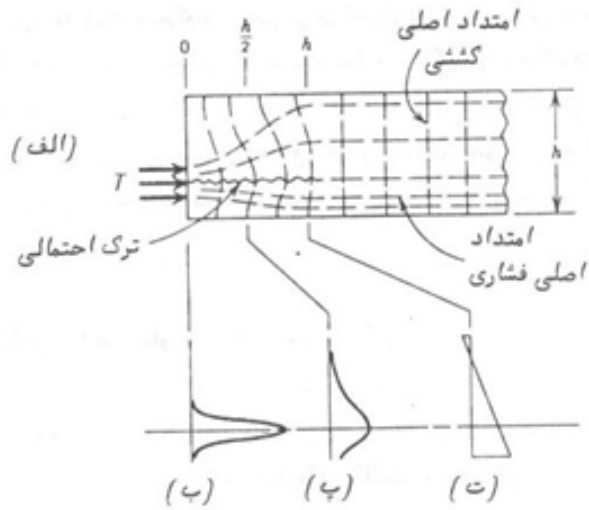
جدول - مشخصات رایج سیم ها و کابل های پیش تنیدگی معمولی (Naaman)

حداقل مقاومت کششی $f_{pu}$		مساحت اسمی		قطر اسمی		نوع یا گرید ASTM	فولاد پیش تنیدگی
ksi	Mpa	in <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	in.	mm		
250	1725	0/0289	18/70	0/192	4/88	WA , BA	سیم (ASTM A425)
250	1725	0/0302	19/40	0/196	4/98	WA	
240	1655	0/0302	19/40	0/196	4/98	BA	
240	1655	0/0491	31/60	0/250	6/35	WA , BA	
235	1622	0/0598	38/70	0/276	7/01	WA	
250	1725	0/036	23/22	0/250	6/35	گرید 250	کابل 7 رشته (ASTM A416)
250	1725	0/058	37/42	0/313	7/94		
250	1725	0/080	51/61	0/375	9/53		
250	1725	0/108	69/68	0/438	11/11		
250	1725	0/144	92/90	0/500	12/54		
250	1725	0/216	139/35	0/600	15/24		
270	1860	0/085	54/84	0/375	9/53	گرید 270	
270	1860	0/115	74/19	0/438	11/11		
270	1860	0/153	98/71	0/500	12/54		
270	1860	0/192	123/87	0/563	14/29		
270	1860	0/216	139/35	0/600	15/24		

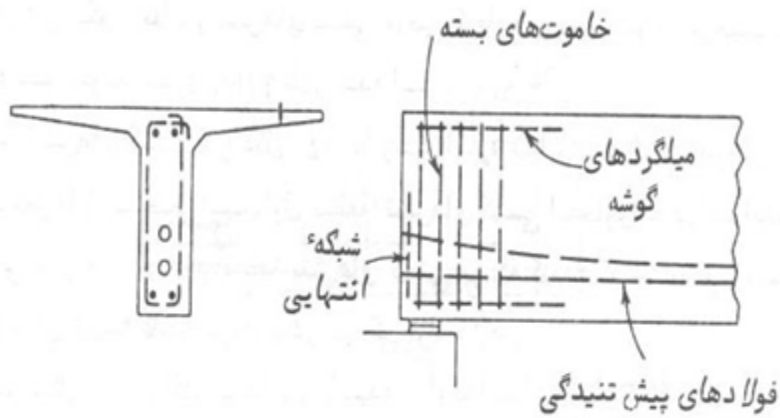
مشخصات رایج میلگردهای پیش تنیدگی در جدول خلاصه گردیده است.

حداقل مقاومت کششی $f_{pu}$		مساحت اسمی		قطر اسمی		گرید ASTM	نوع
ksi	Mpa	in <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>	in.	mm		
145	1000	0/442	283/9	0/750	19/05	145	میلگردهای فولادی صاف (ASTM A722)
145	1000	0/601	387/1	0/875	22/22		
145	1000	0/785	503/2	1/000	25/40		
145	1000	0/994	638/7	1/125	28/57		
145	1000	1/227	793/5	1/250	31/75		
145	1000	1/485	954/8	1/375	34/92		
160	1104	0/442	283/9	0/750	19/05	160	
160	1104	0/601	387/1	0/875	22/22		
160	1104	0/785	503/2	1/000	25/40		
160	1104	0/994	638/7	1/125	28/57		
160	1104	1/227	793/5	1/250	31/75		
160	1104	1/485	954/8	1/375	34/92		
157	1083	0/280	180/6	0/625	15/87	160-150	میلگردهای آجدار
150	1035	0/852	548/4	1/000	25/40		
160	1104	0/852	548/4	1/000	25/40		
150	1035	1/295	835/5	1/250	31/75		
160	1104	1/295	835/5	1/250	31/75		
150	1035	1/630	1051/6	1/500	34/92		

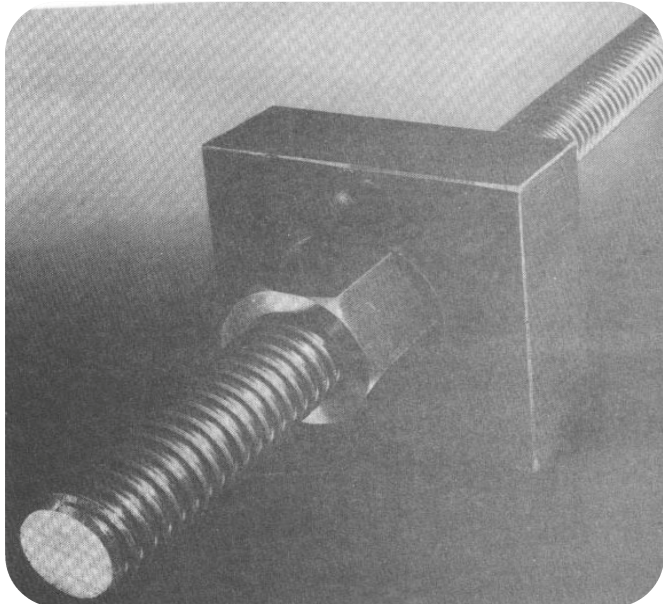
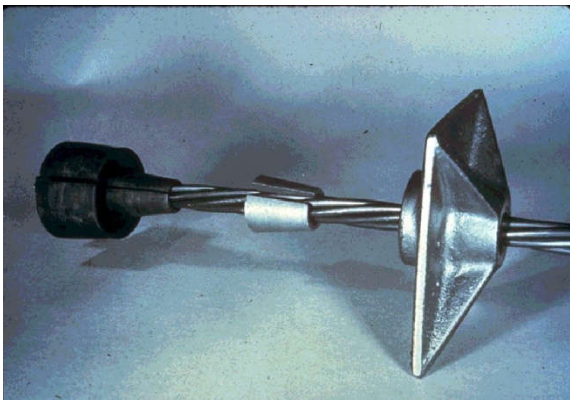


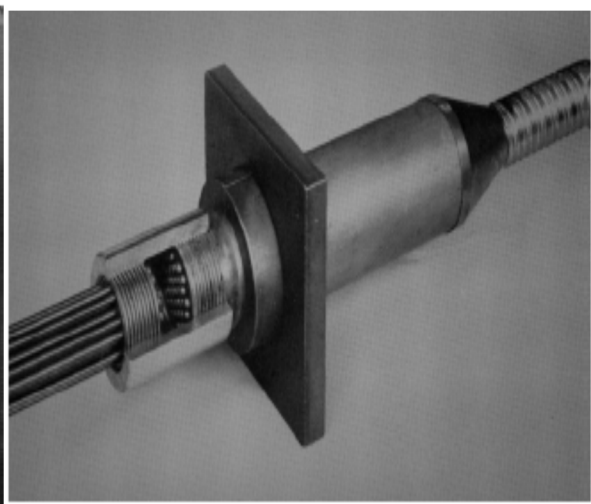
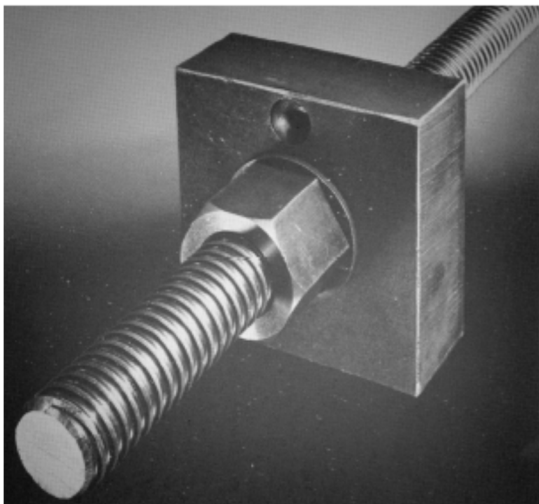
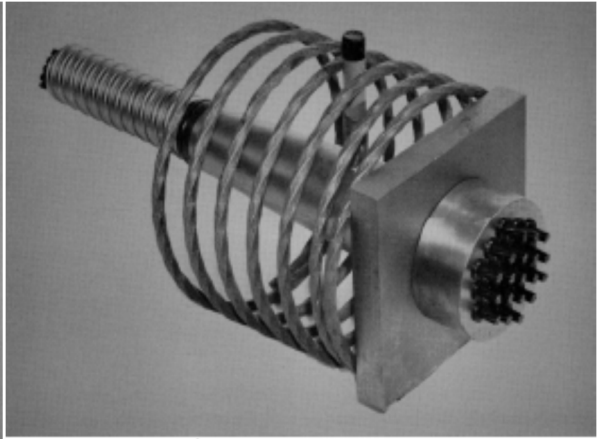
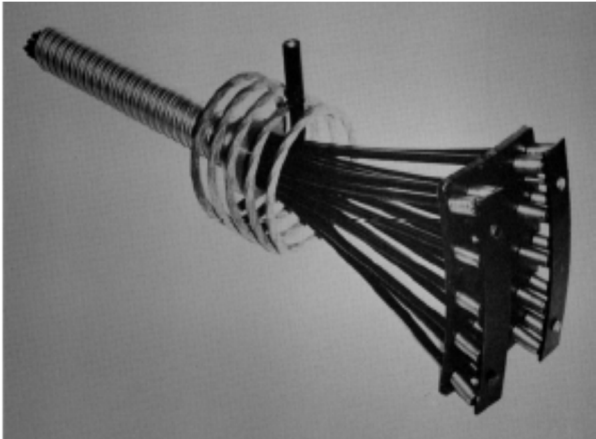


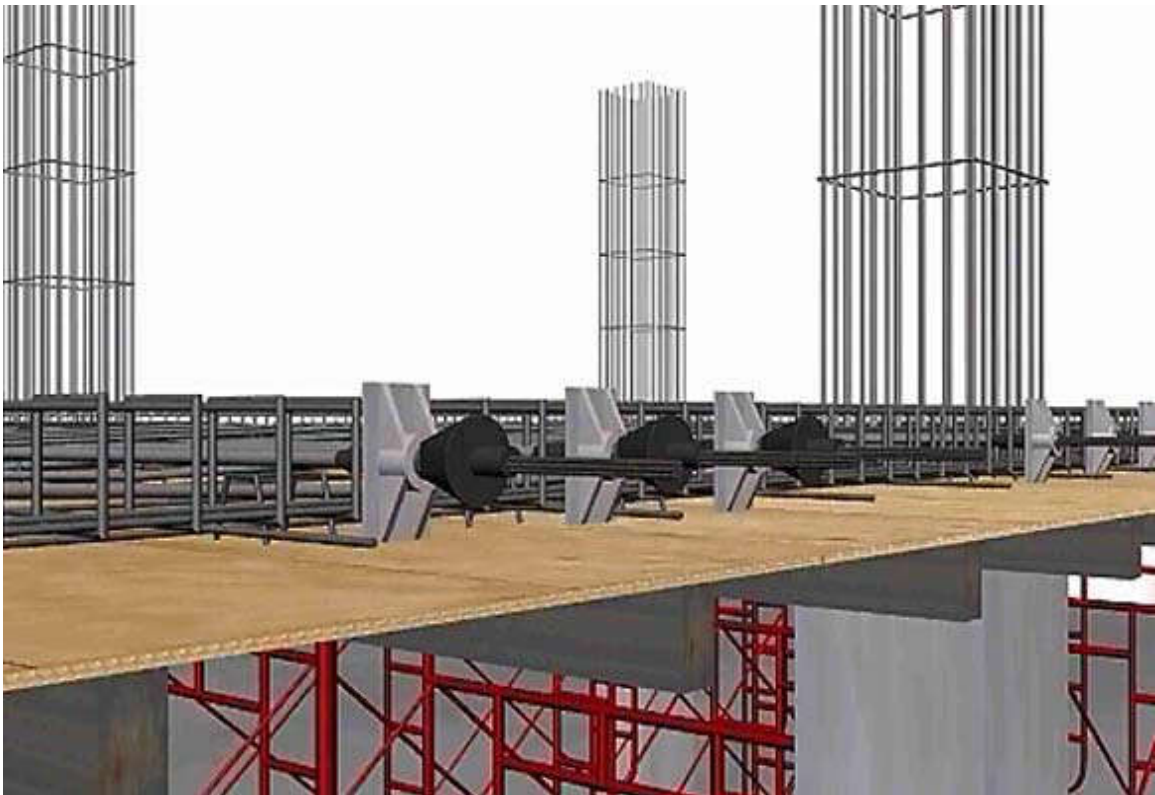
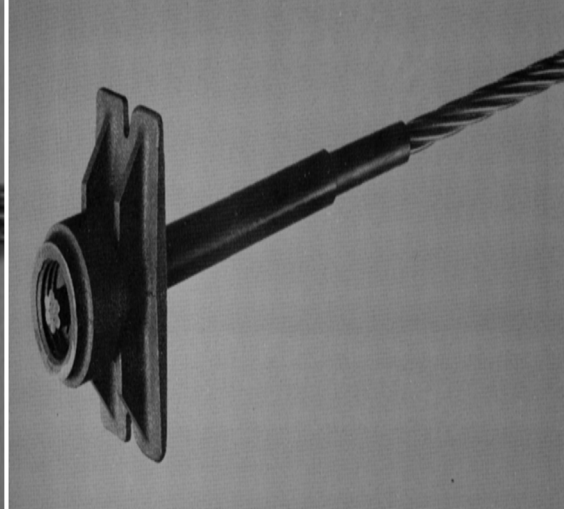
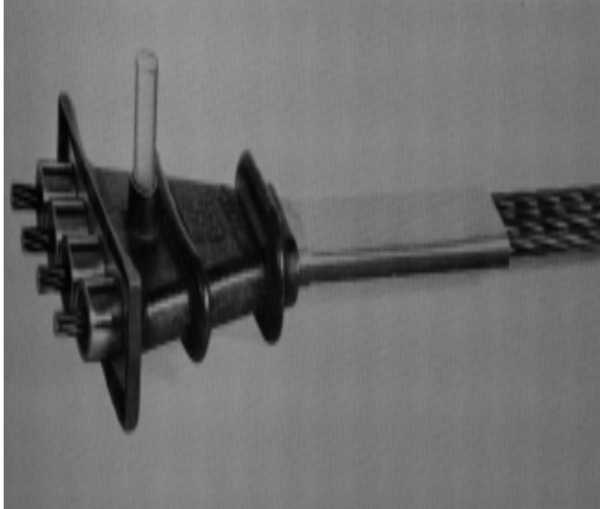
توزیع تنش در ناحیه انتهای تیر پس کشیده (الف) نیروی پیش‌تنیدگی  $P$  و امتداد تنش‌های اصلی (ب) تنش‌های فشاری بتن در تماس با صفحه تکیه‌گاهی گیره، مهار کننده (پ) توزیع تنش‌های فشاری در فاصله  $h/2$  از انتهای تیر (ت) تنش‌های فشاری در فاصله  $h$  از انتهای تیر.

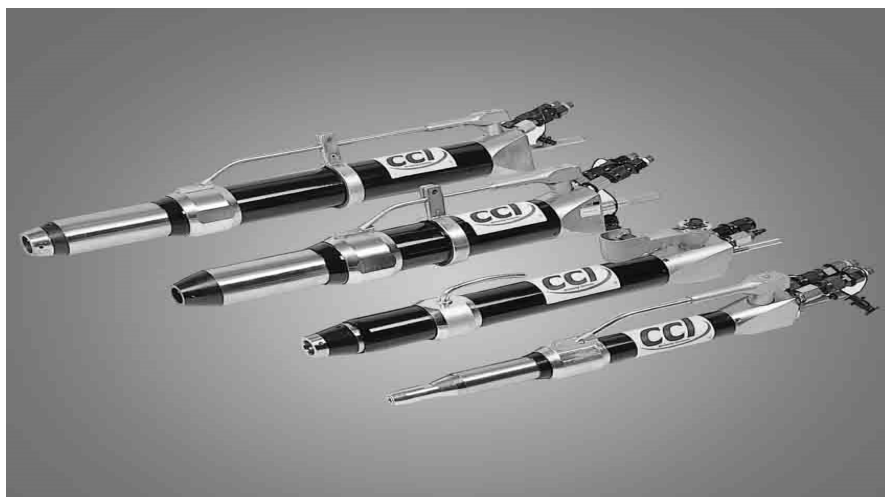


میلگردهای مسلح کننده برای ناحیه انتهای





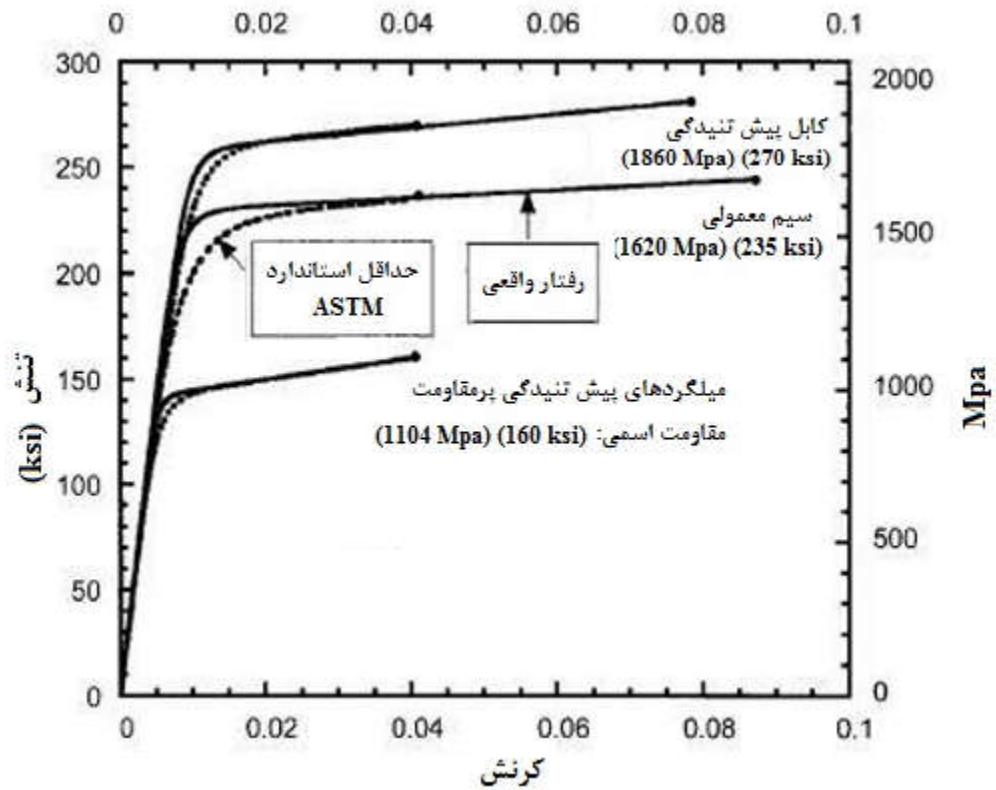




### خواص مکانیکی و تنش- کرنش فولادهای پیش تنیده

خواص مکانیکی فولادهای پیش تنیده که به طور مستقیم در طراحی استفاده می‌شود باید حداقل شرایط مورد نیاز را تامین کند. این موارد شامل مقاومت کششی و کرنش شکست متناظر نقطه تسلیم و مدول الاستیسیته می‌باشد. به طور کلی تاندون‌های فولادی خواص واقعی بالاتری نسبت به حداقل مشخصات مورد نیاز استانداردهای مختلف دارند. به عنوان مثال، حداقل مورد نیاز مقاومت،  $f_{pu}$  یا به عبارت دیگر بیشینه مقاومت مشخصه کاهش یافته، مربوط به یک نمونه بایست حداکثر 5 درصد باشد. این مقدار متناظر با انحراف معیار 40 مگاپاسکال است. برای یک  $f_{pu}$  مقاومت مشخصه داده شده، حداقل مقاومت تسلیم نباید کمتر از  $0.85 f_{pu}$  در تمامی تاندون‌ها، و کرنش نهایی آنها نباید کمتر از چهار درصد باشد. جزئیات بیشتر در مورد خواص واقعی، تنوع و مدل سازی آنها را می‌توان در مراجع مختلف که در آن به تجزیه و تحلیل غیر خطی از اعضای بتنی پیش تنیده پرداخته شده است، یافت.

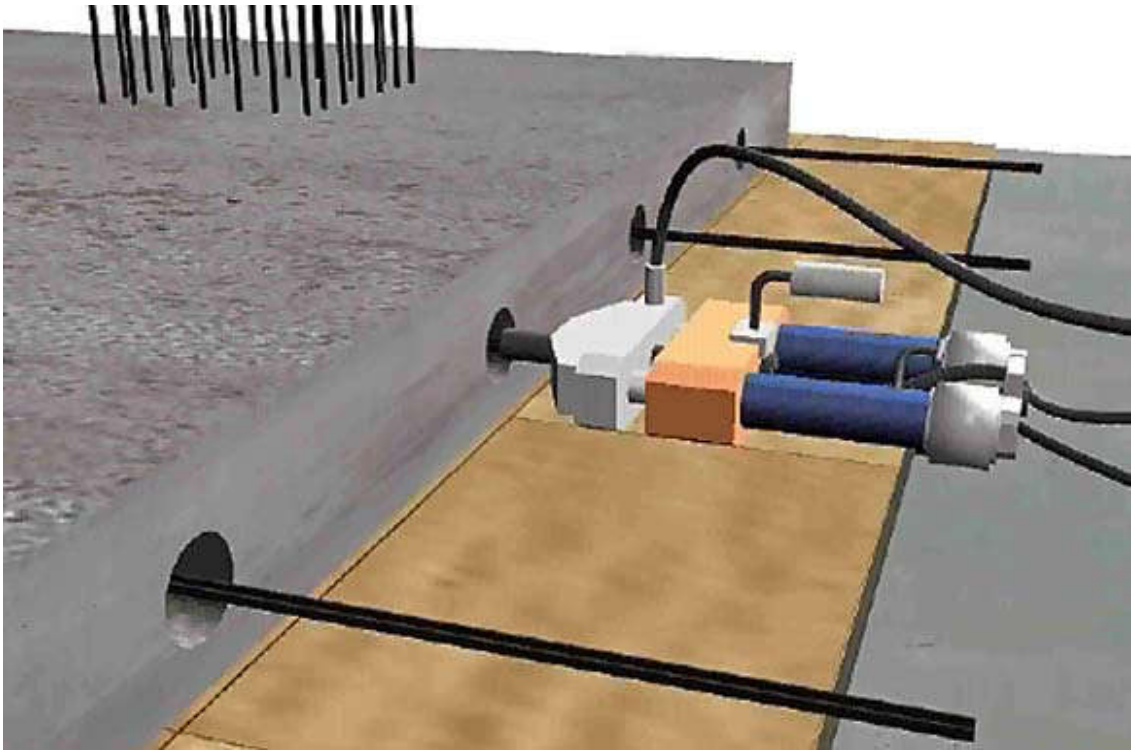
نمونه منحنی تنش- کرنش فولاد پیش تنیده در تنش تک محوره در شکل رسم شده است.



منحنی تنش-کرنش فولاد پیش تنیده (Naaman)

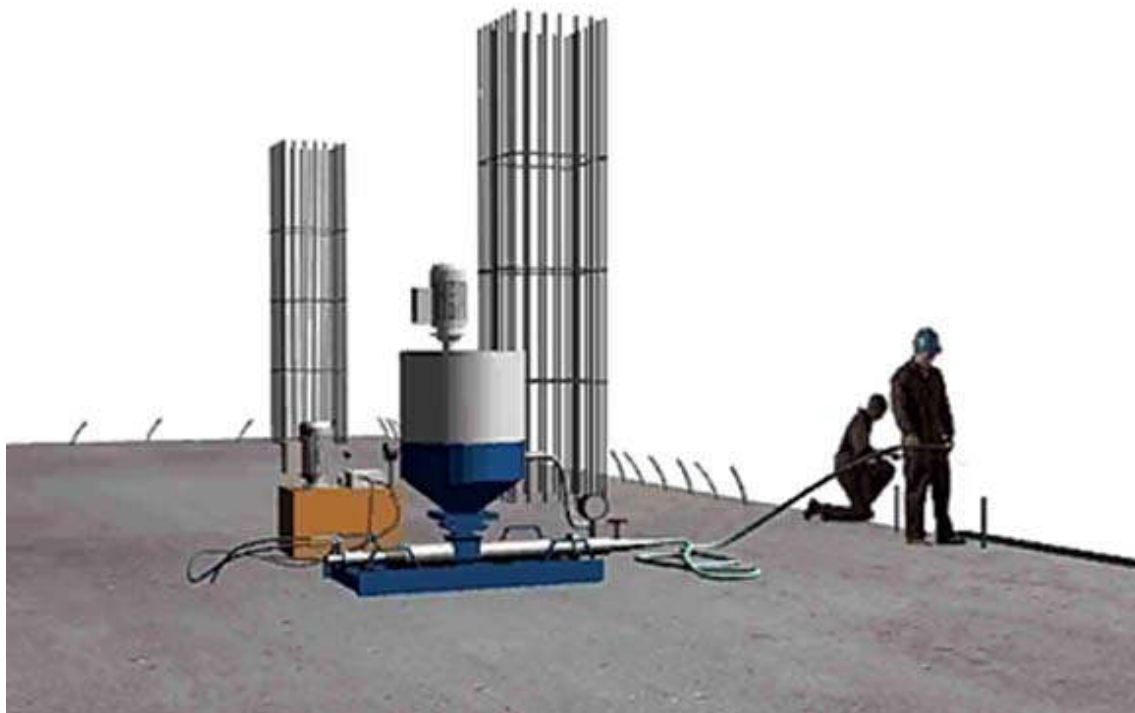
## تجهیزات

با توجه به تفاوت های موجود در روش ساخت قطعات پیش تنیده (پیش کشیدگی و پس کشیدگی) بالطبع ابزار وسایل ساخت و تولید این قطعات با هم متفاوت می باشند. تجهیزات مهم جهت پیش تنیدگی شامل گیره، جک، گوه و... می باشد. با توجه به گستردگی سیستم های مورد استفاده در روش پس کشیدگی، تجهیزات مورد نیاز بستگی به نوع سیستمی که مورد استفاده قرار می گیرد، دارد.





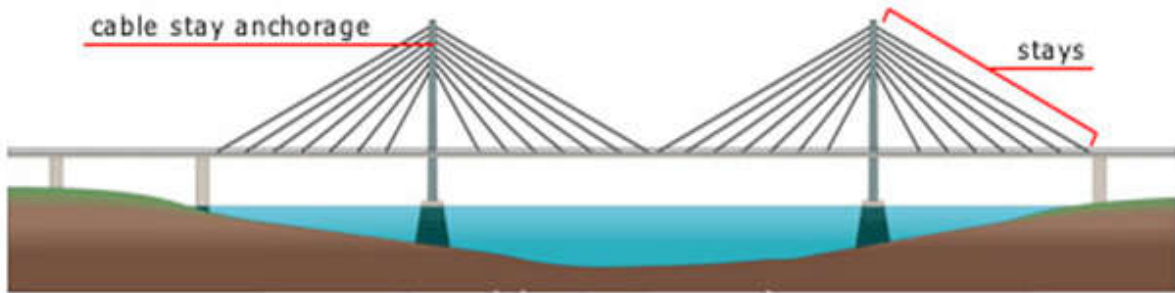




در اکثر اعضای بتنی پیش تنیده شبکه ای از آرماتورهای معمولی پیش ساخته قرار میگیرد این شبکه اهداف زیر را برآورده میکند:

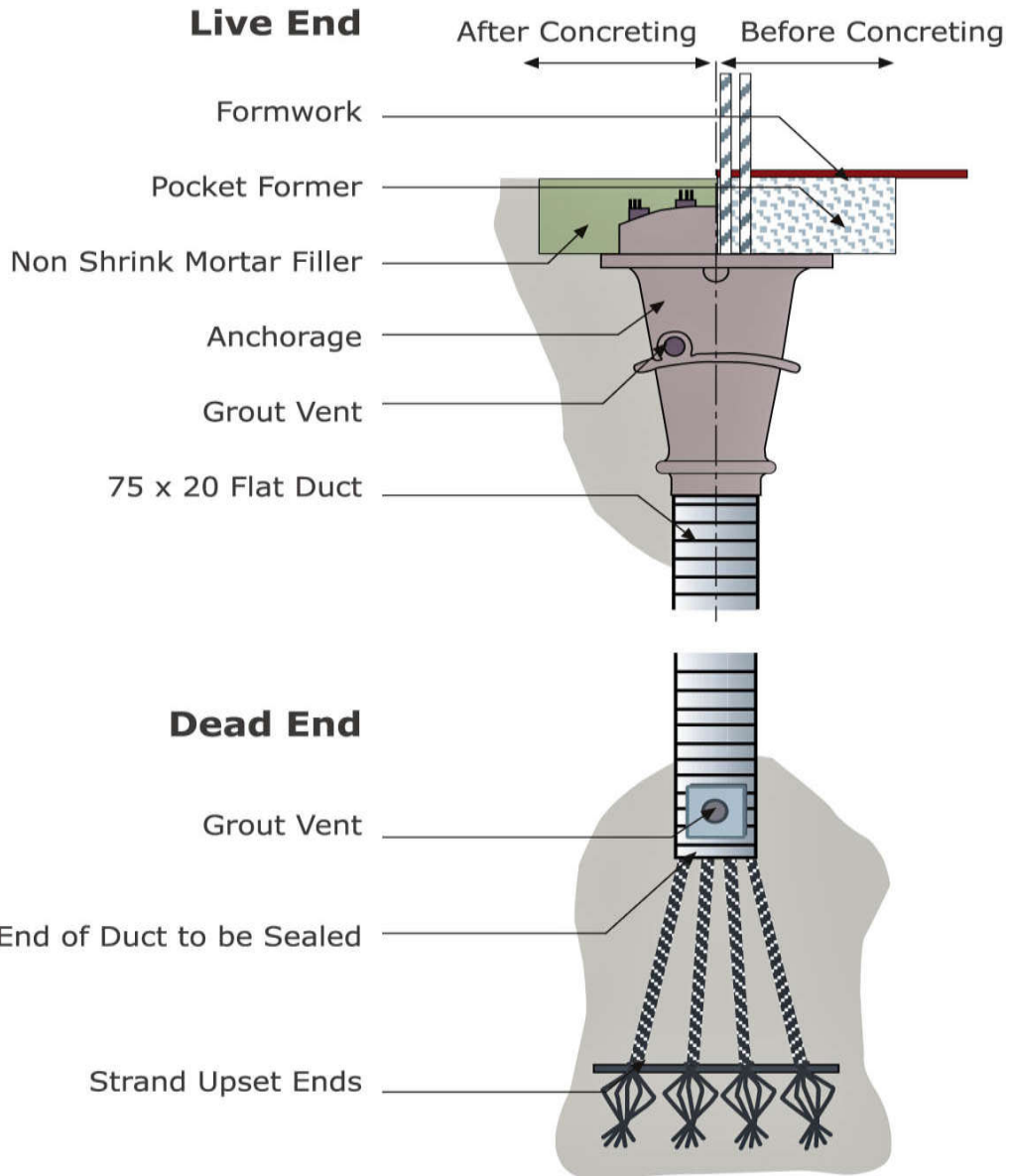
- 1- تسهیل در قرار دادن مجاری کابلها
- 2- بالا بردن مقاومت نهایی خمشی و برشی عضو
- 3- مقاومت در برابر تنشهای کششی که در اثر جلوگیری از جمع شدگی عضو توسط قالب بعد از انتقال بوجود می آید
- 4- قادر ساختن عضو برای پایداری در برابر هر نوع بار ناگهانی اعمال شده به آن

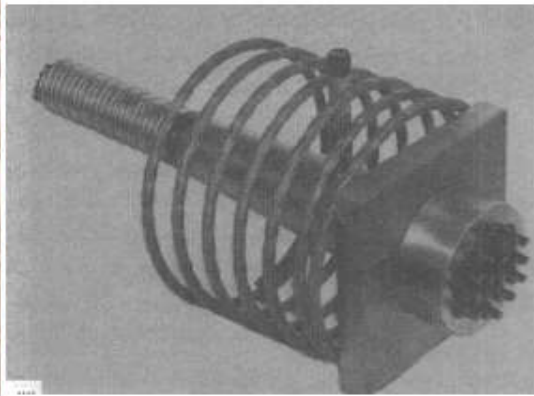
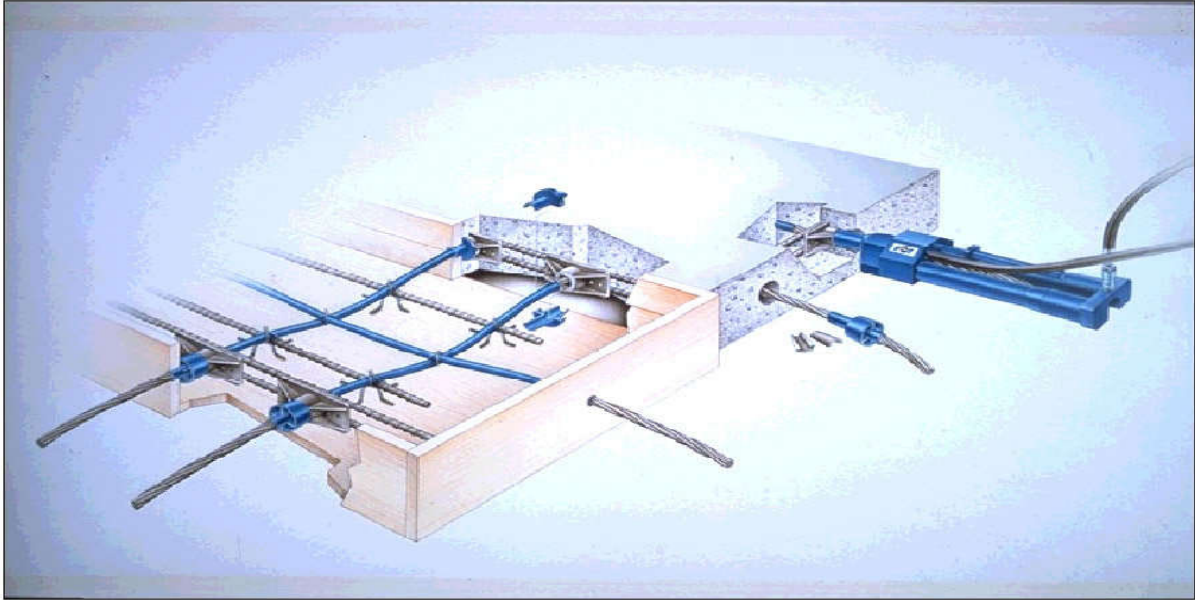
fan cable stays

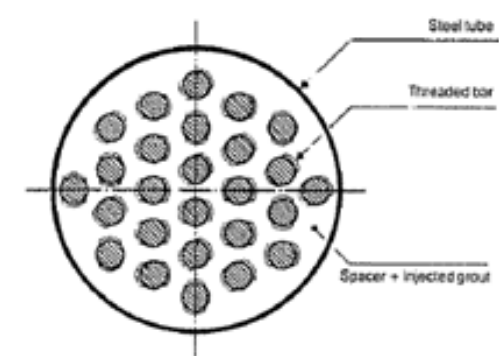


harp cable stays

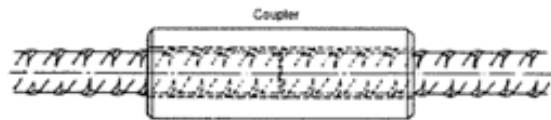
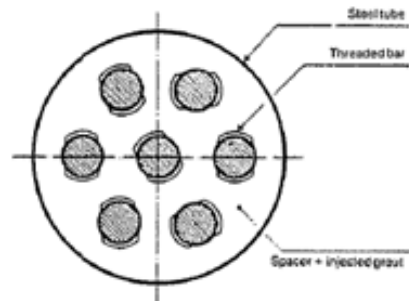






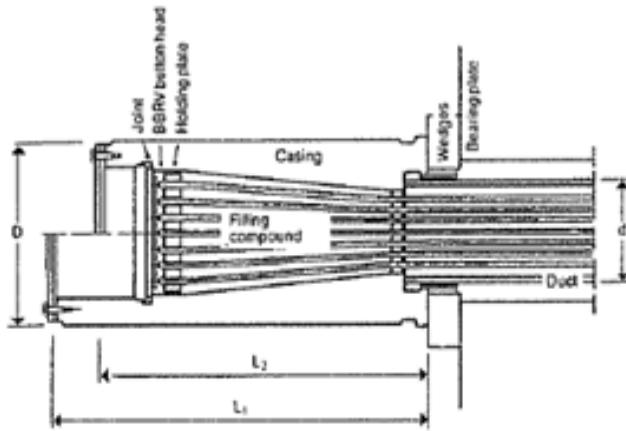
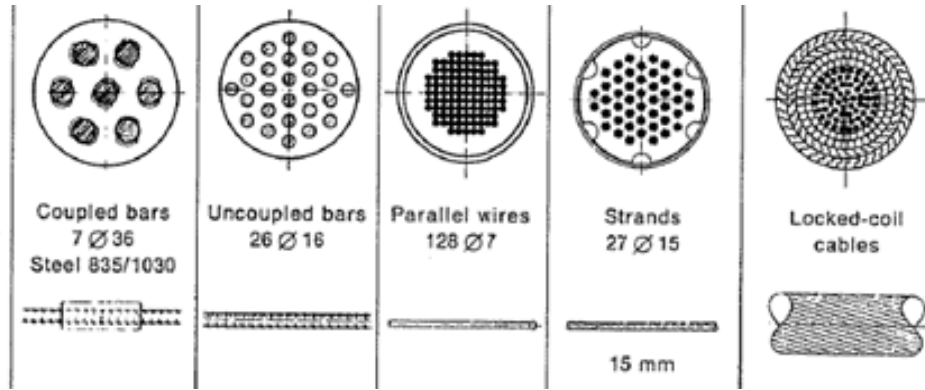


Threaded bars, 16 mm dia.

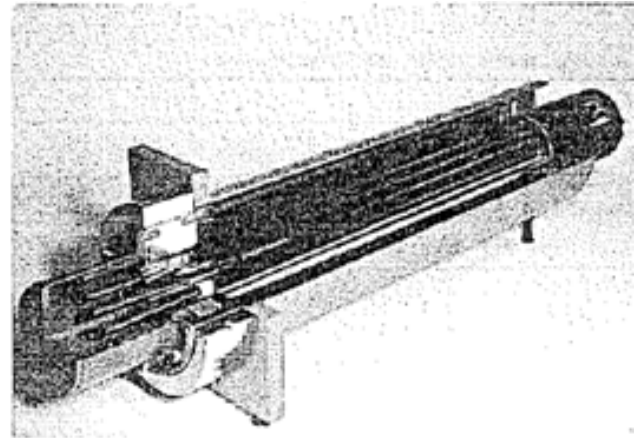


Threaded bars, 26.5 mm dia, 32 mm dia and 36 mm

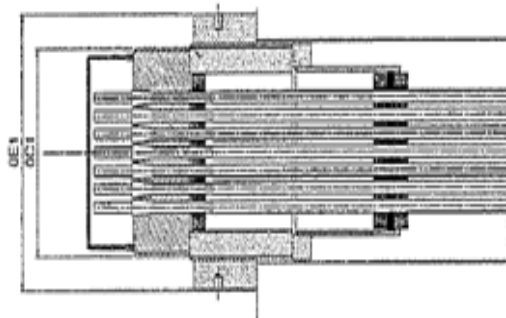
Type of cable



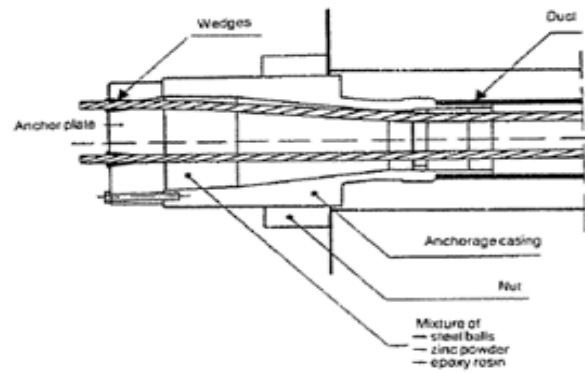
HiAm anchorage for parallel wires (the casing can also be threaded and anchored by a bearing nut)



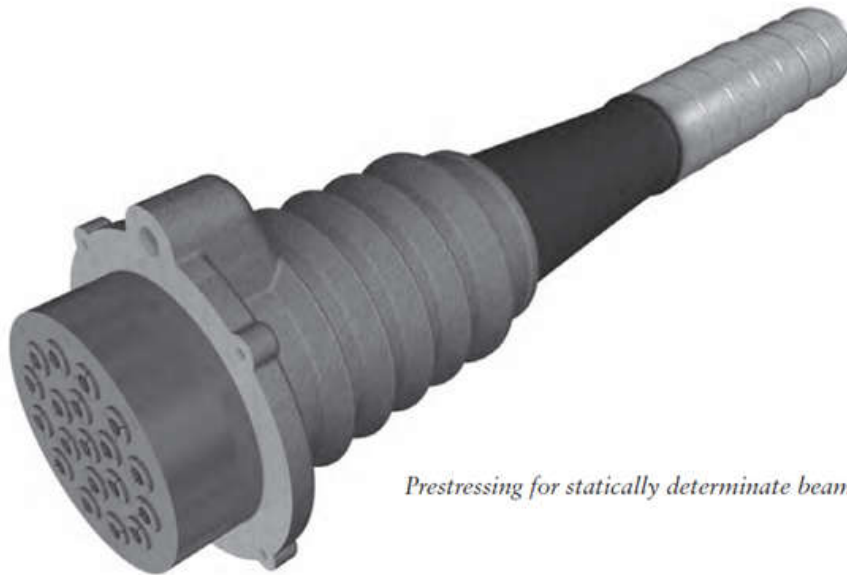
VSL anchorage, system 200



Movable Freyssinet anchorage, type HD, for strands



Stronghold anchorage, type B

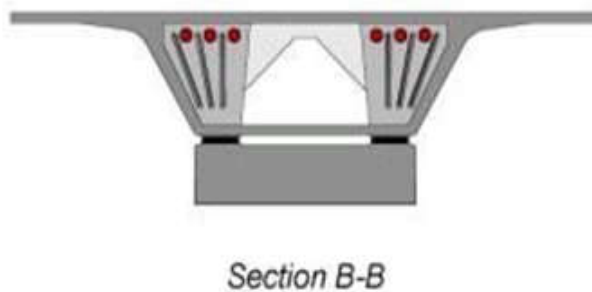
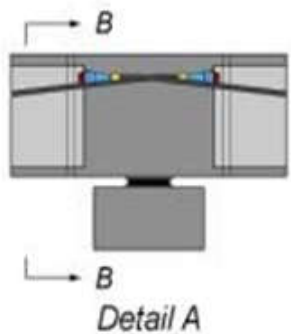
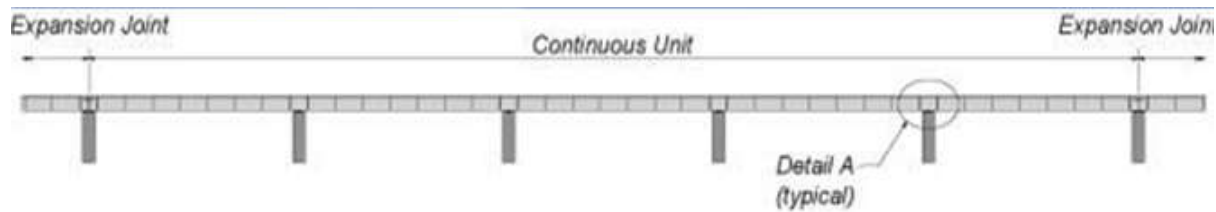


*Prestressing for statically determinate beams*













(a) Installation of anchorage assembly



(b) Placement of CFRP rod



(c) Application of P-T force in West-end span



(d) Application of P-T force in Center span.



*CFRP Rods on span*

**Photographs of the Installation of the P-T System on Bridge**



Unrolling AFRP tendons from a drum.



Preparing the anchorage (bond-type)



Injection of mortar into the tendon mounted anchorages.



Drilling of holes into girders for the introduction of aramid tendons.



Placement of temporary reaction devices between girders.



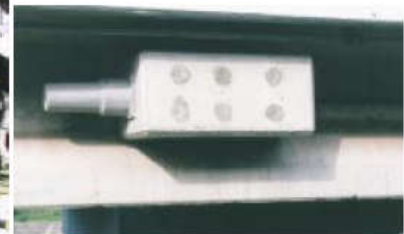
Jacking of tendons.



Cutting of tendons between girders after cure of concrete in anchor blocks.



Installation and jacking of external steel cables.



View of anchorage block showing position of 6 AFRP tendons.



End view of anchor blocks with external cables and anchorages.



Technora 9-bar tendon in a stainless steel bonded anchorage.





کشهای مهاربند طولی

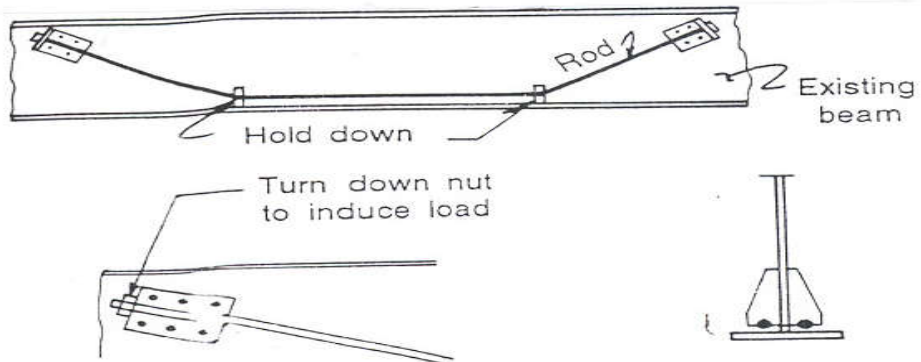


Fig. 7.21 Prestressing a steel beam

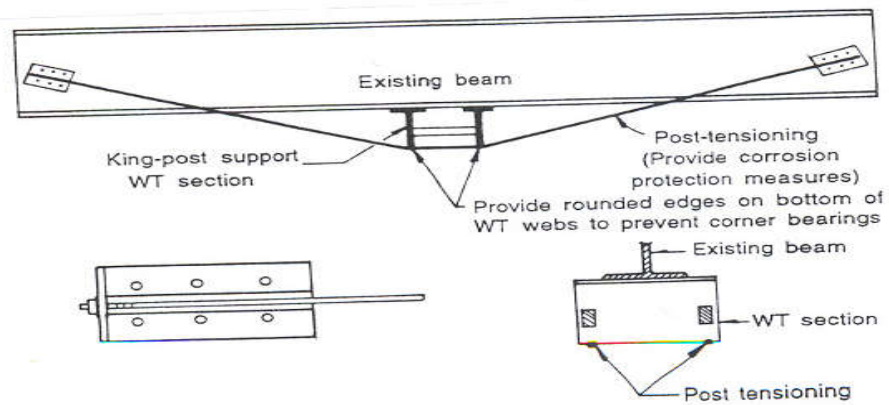
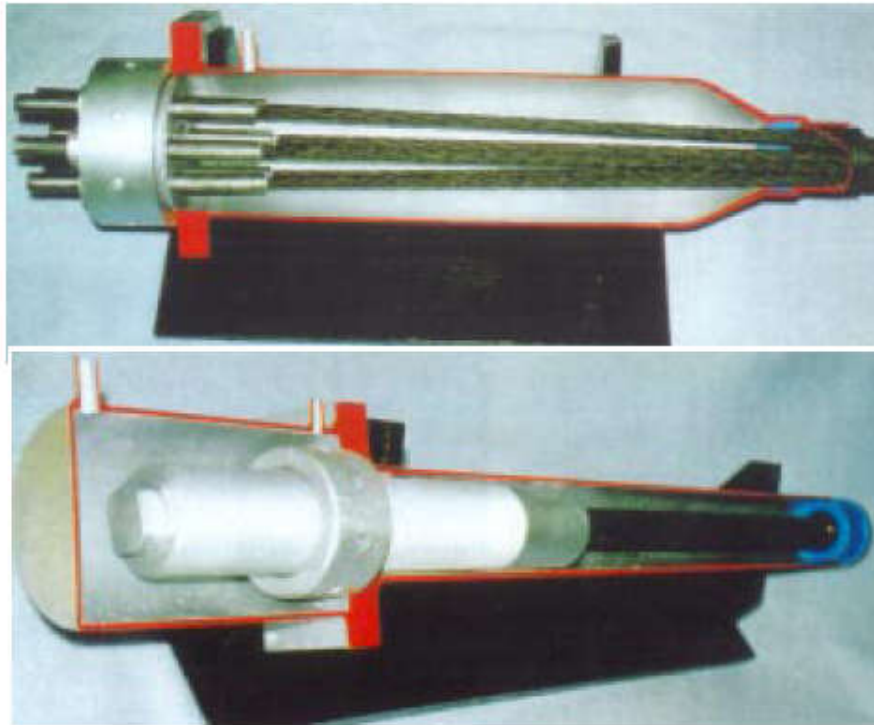
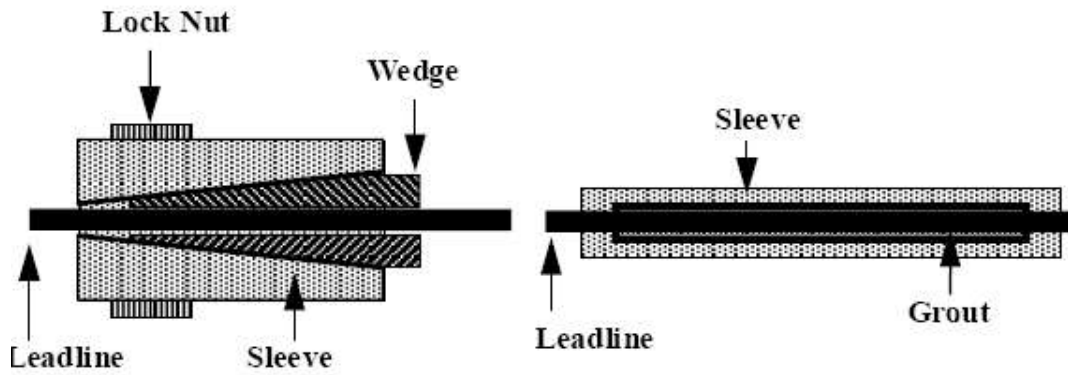


Fig. 7.22 King-truss type prestressing

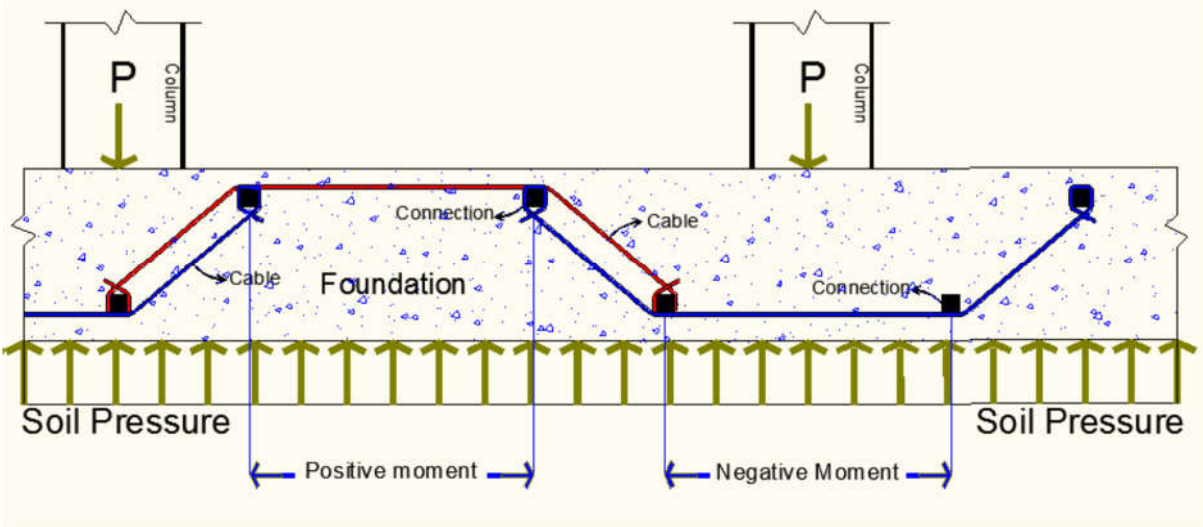
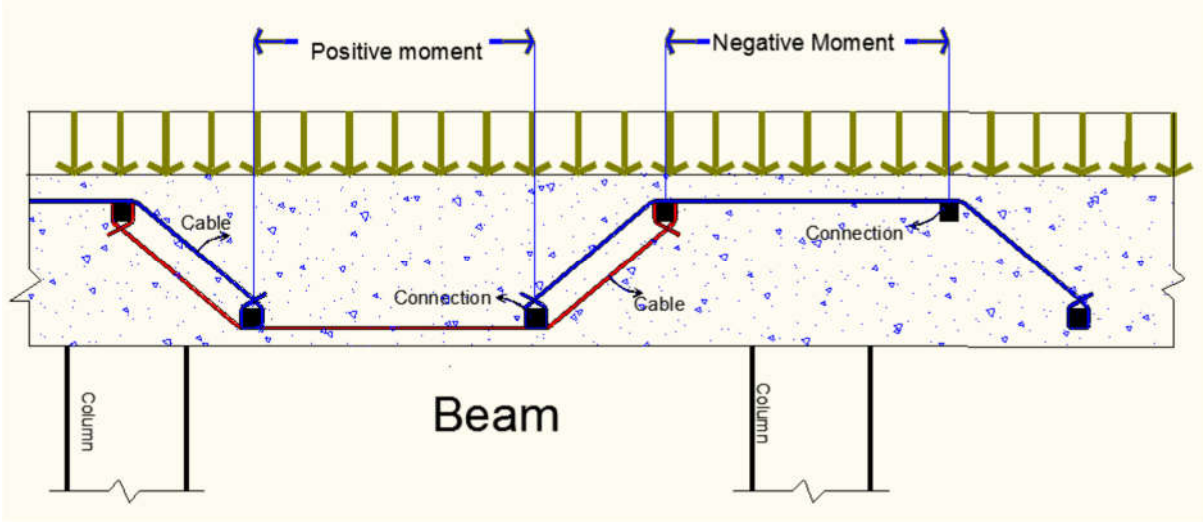


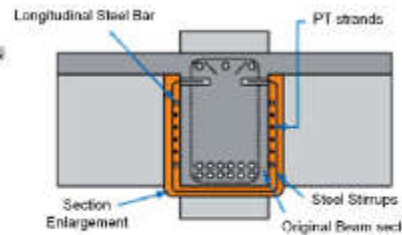
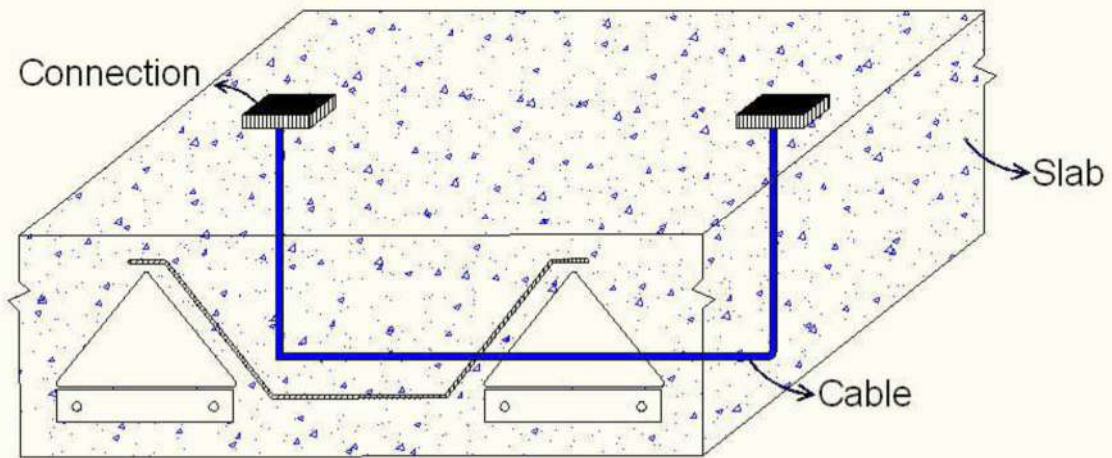
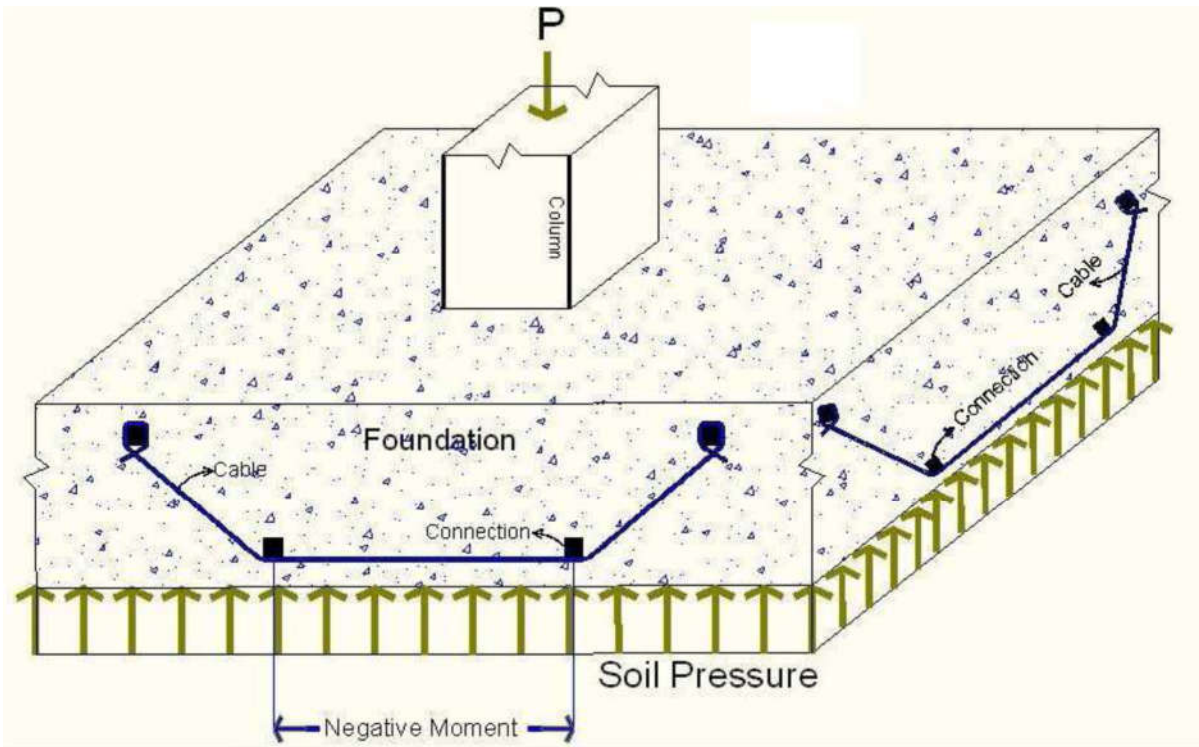
(a) Metallic Terminal (M-S-R) (b) Metallic Terminal With Multi-Fixing (M-M-R) (c) Non-Metallic Terminal (N-M-S)  
Ends of the "Resin Filling" type





Cut-away of anchorage used for internal post-tensioned cables.

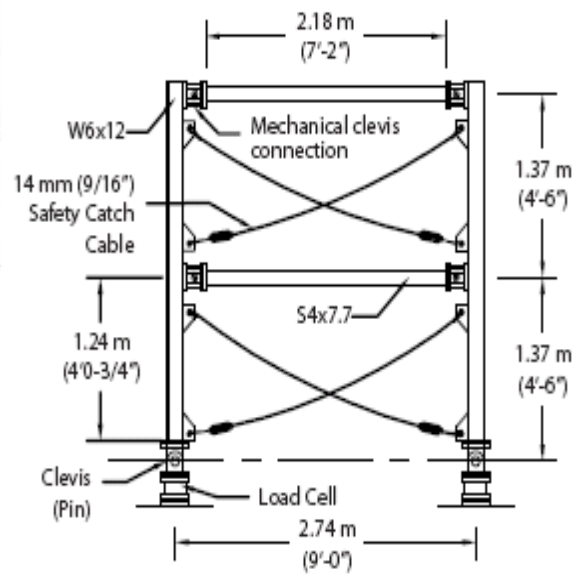




روش استفاده از پیش‌تندگی کبی در مقاوم‌سازی تیرها

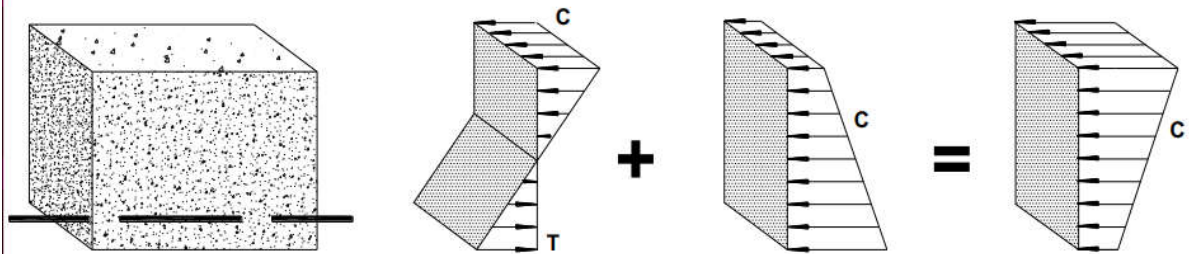


روش استفاده از پیش تنیدگی موضعی در مقاوم سازی تیرهای بتنی



## پیش تنیدگی

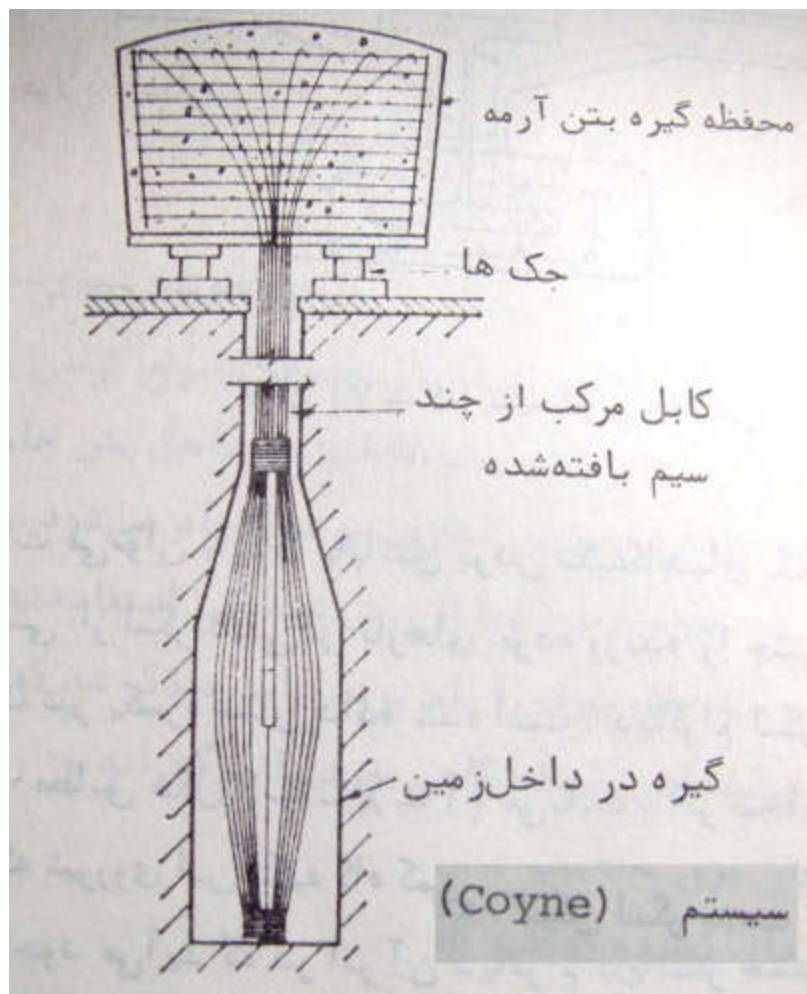
ایجاد یک فشار مصنوعی در مقاطع بتنی به طوری که تنشهای حاصله با تنش های حالت بهره برداری تنش های قابل قبولی برای مصالح بتنی بدهد .

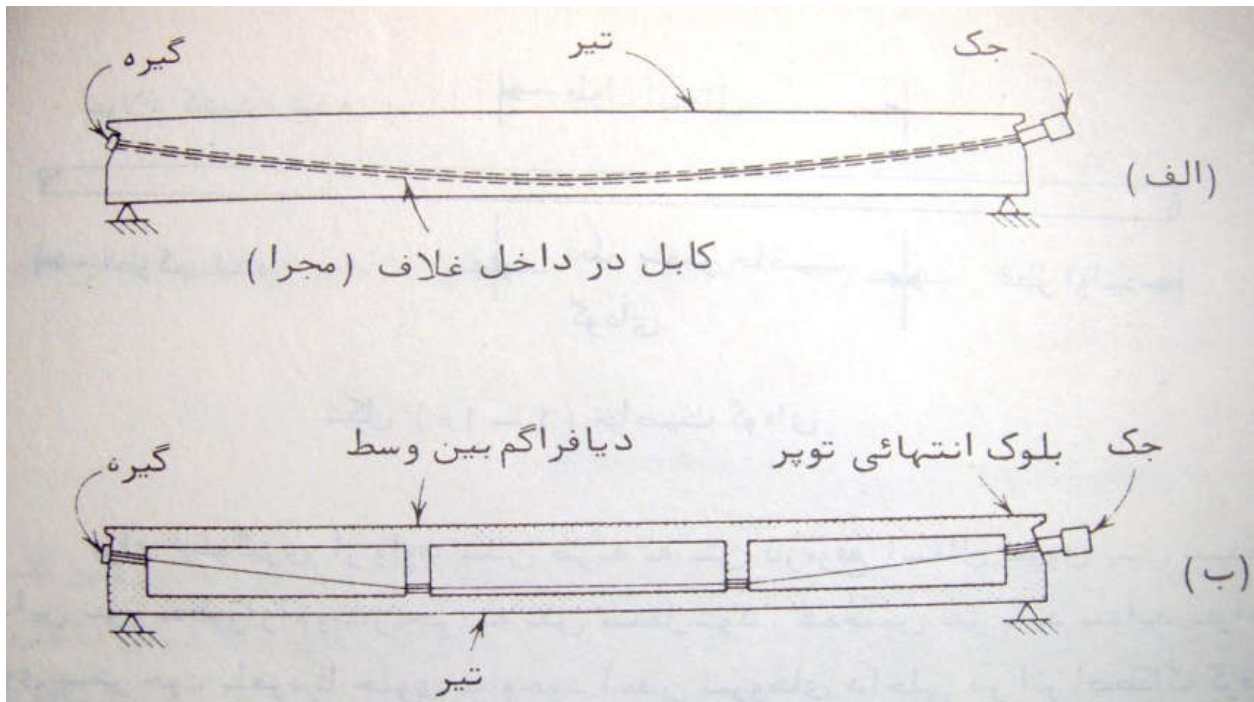
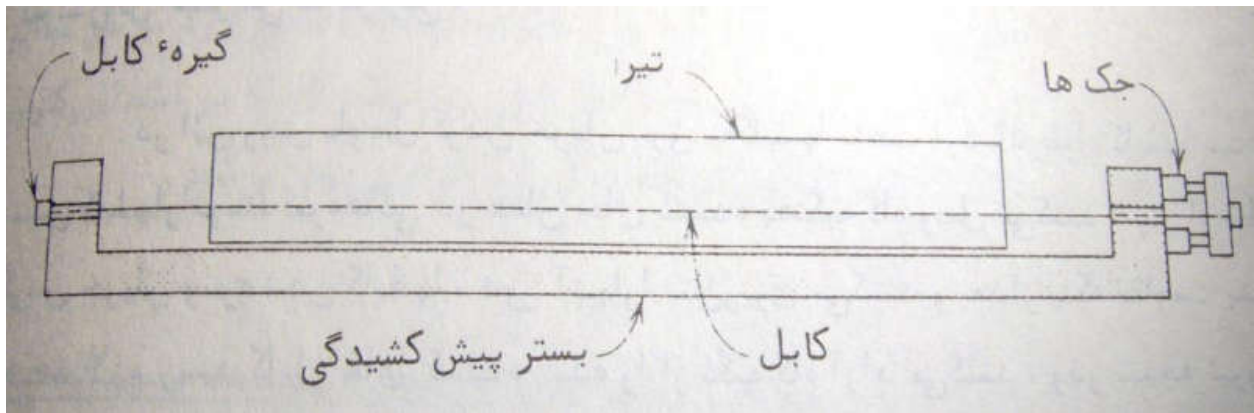
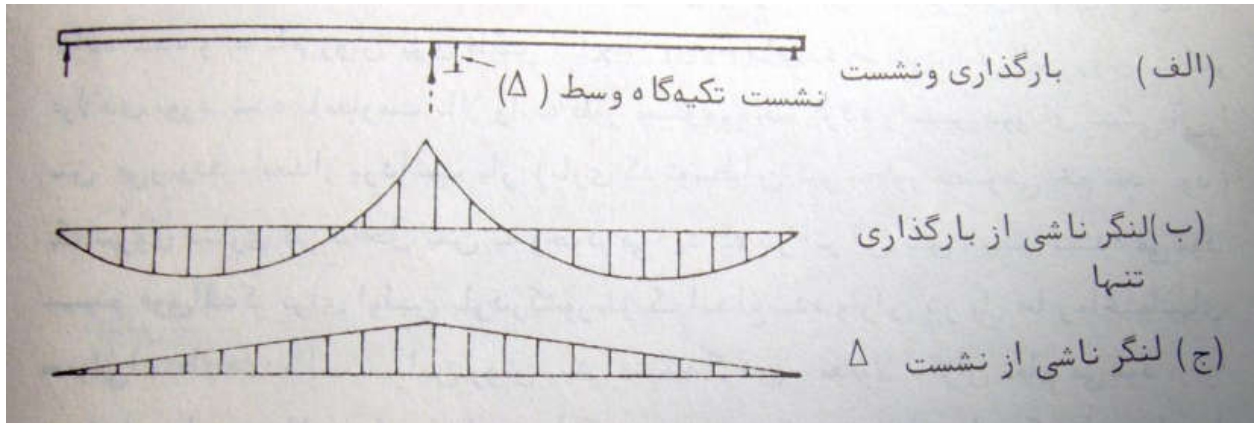


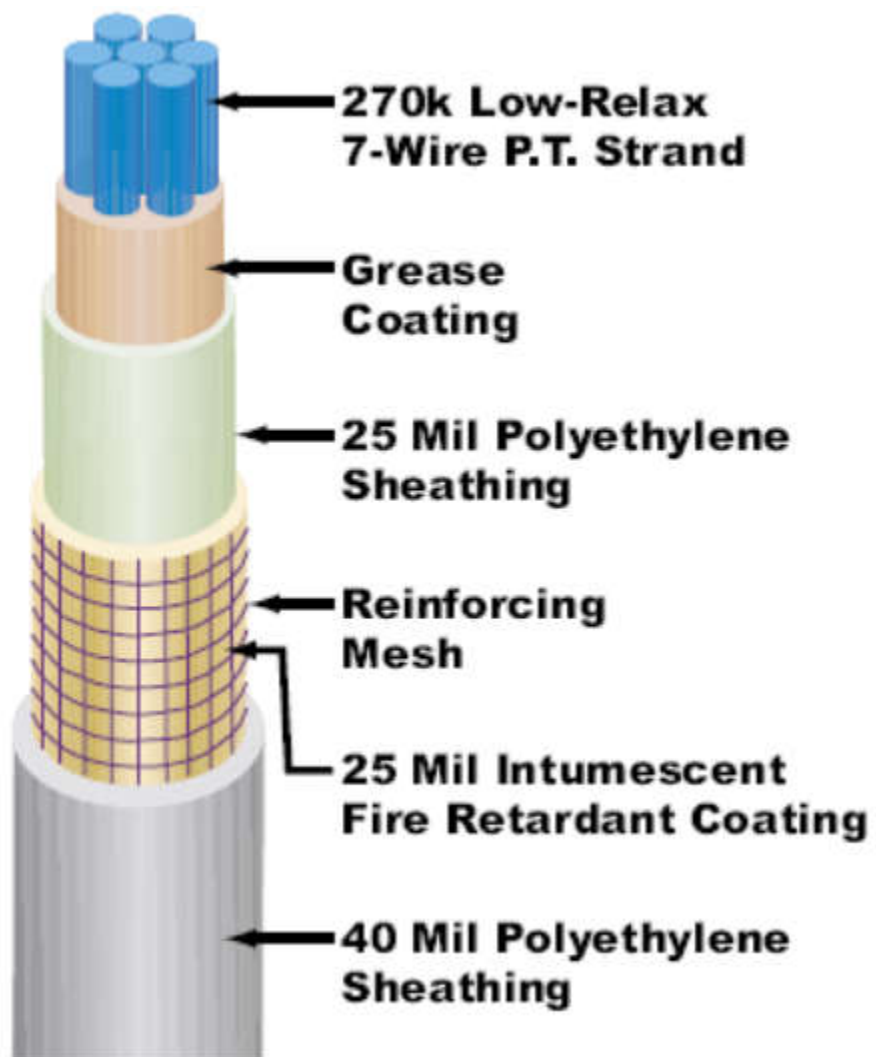
اثر بار خارجی

اثر نیروی  
پیش تنیدگی

اثر ترکیبی نیروهای  
خارجی و پیش تنیدگی







پیش تنیدگی شیمیایی

✓ استفاده از سیمان منبسط شونده

پیش تنیدگی الکتریکی

✓ انتقال جریان برق به آرماتورها ، انبساط آنها ، قطع برق

و اعمال نیرو به بتن

پیش تنیدگی مکانیکی

✓ استفاده از کابل فولادی و گیره و جک ، کشش کابل

ها با جک و مهارکردن کابل ها

پیش تنیدگی مکانیکی :

✓ روش پیش کشیدگی ← کشیدن کابل ها قبل از بتن

ریزی

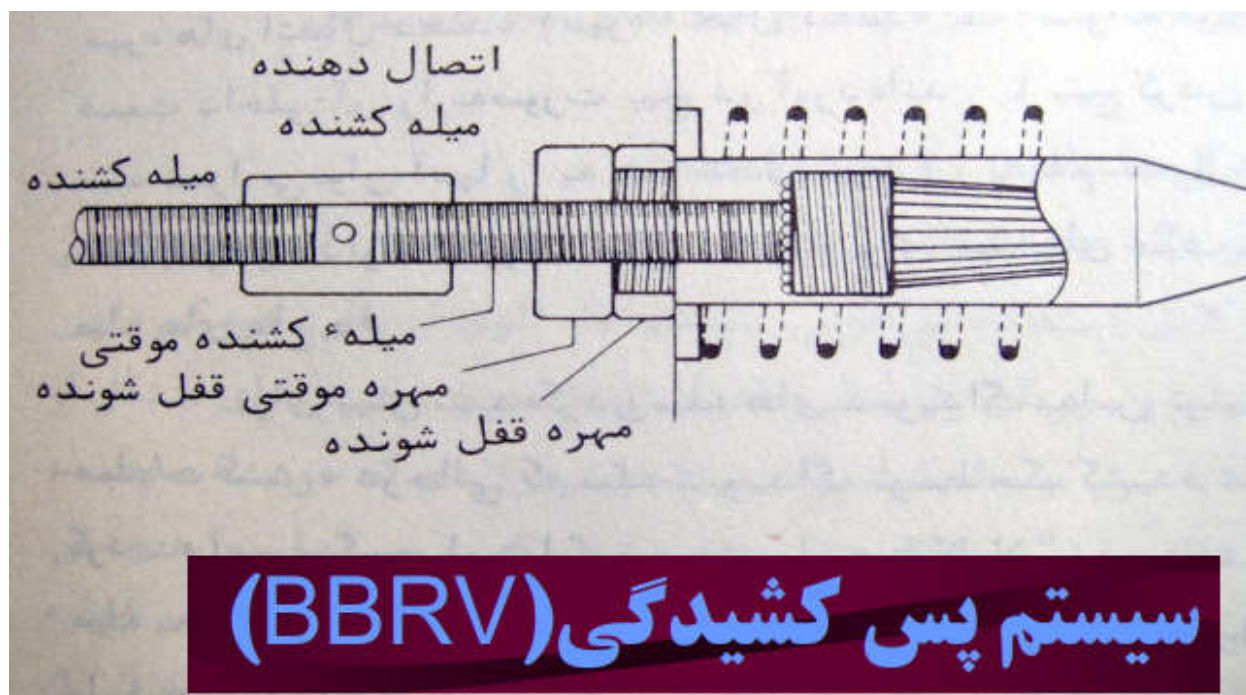
✓ روش پس کشیدگی ← کشیدن کابل ها بعد از بتن

ریزی



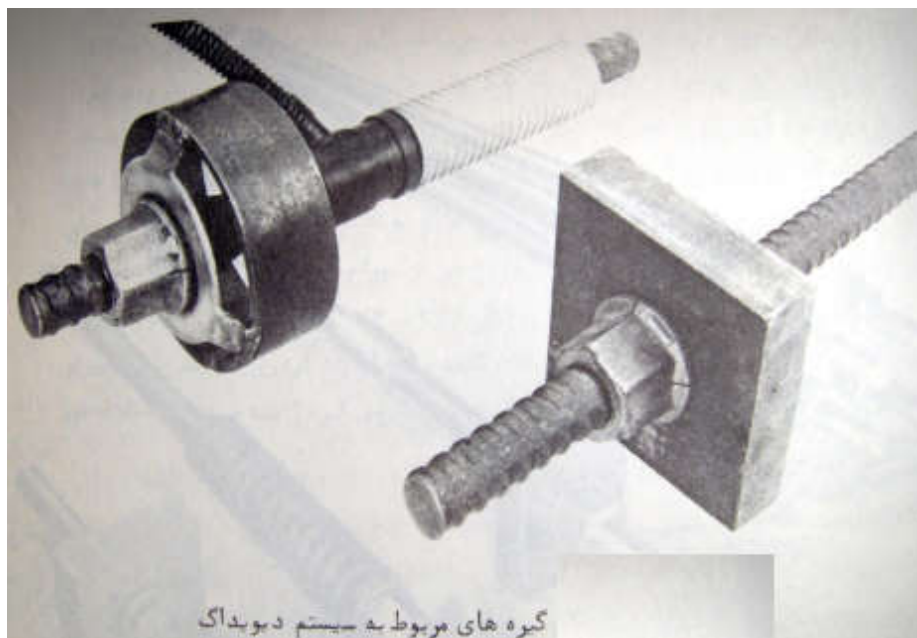
## تفاوت بتن پس کشیده و پیش کشیده

پیش کشیده	پس کشیده
قطعات در کارخانه ساخته میشوند (یا در پای کار) هزینه سرمایه گذاری پایین جهت پیش تنیدگی	قطعات در پای کار ساخته میشوند هزینه سرمایه گذاری بالا جهت پیش تنیدگی
کابل ها در مسیر مستقیم هستند و نگه داشتن آن در مسیر منحنی نیاز به تجهیزات مخصوص دارد	تنظیم کابل ها بر روی هر مسیر منحنی دلخواه بدون نیاز به وسایل مخصوص
کل نیرو صرف پیش تنیدگی میشود	مقداری نیروی پیش تنیدگی در اثر اصطکاک کابل با غلاف هدر میرود
روش های ساده تری وجود دارد	سیستم های مختلف جک و گیره ثبت شده است و ساخت آنها نیاز به تجهیزات پیچیده دارد



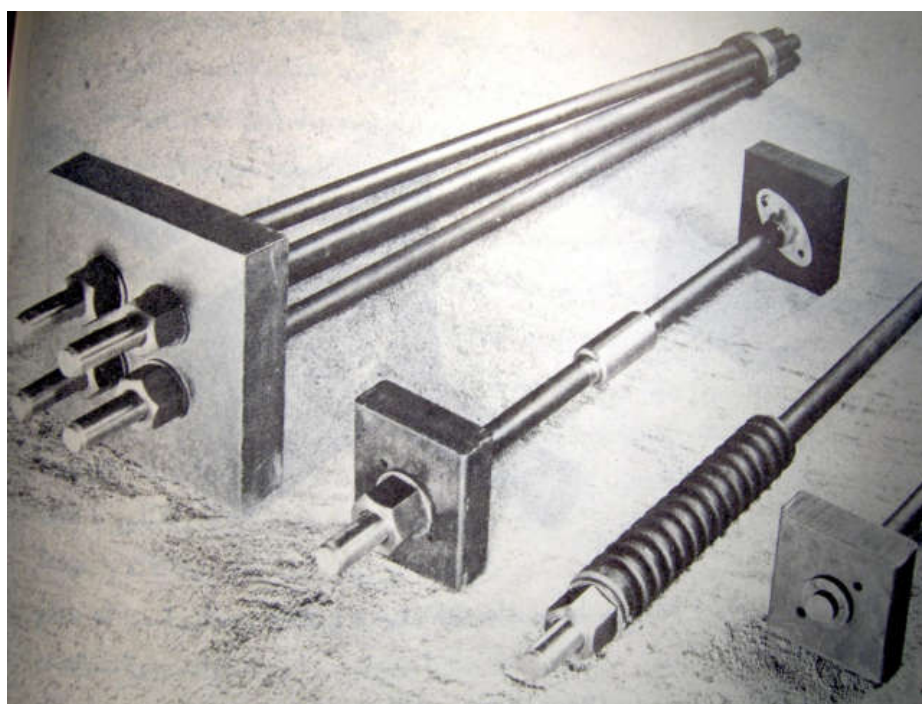
**سیستم پس کشیدگی (BBRV)**

**سیستم پس کشیدگی دیویداگ (Dividag)**



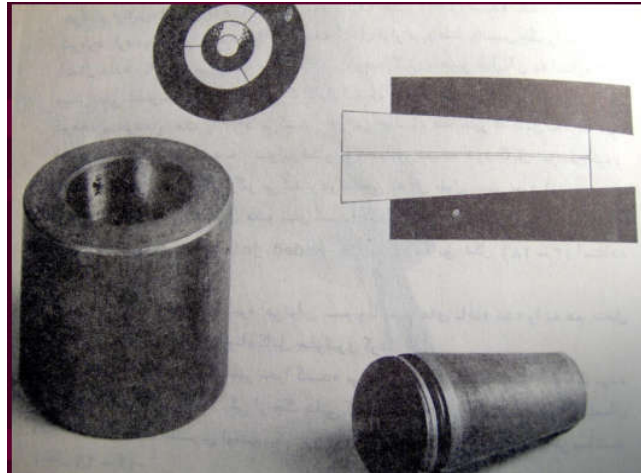
گیره های مربوط به سیستم دیویداک

## سیستم پس کشیدگی مک الوی (Macalloy)

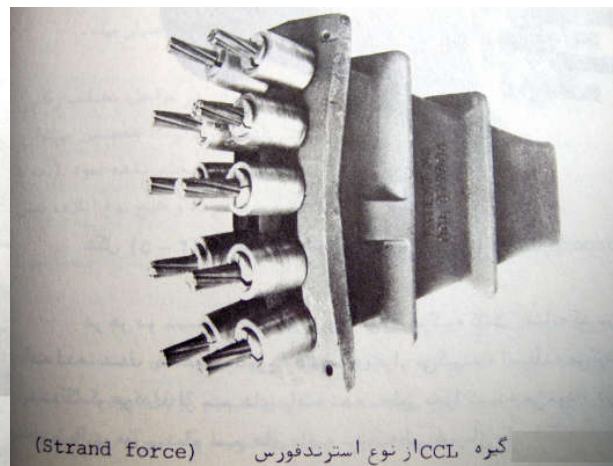


## سیستم پس کشیدگی (CCL)

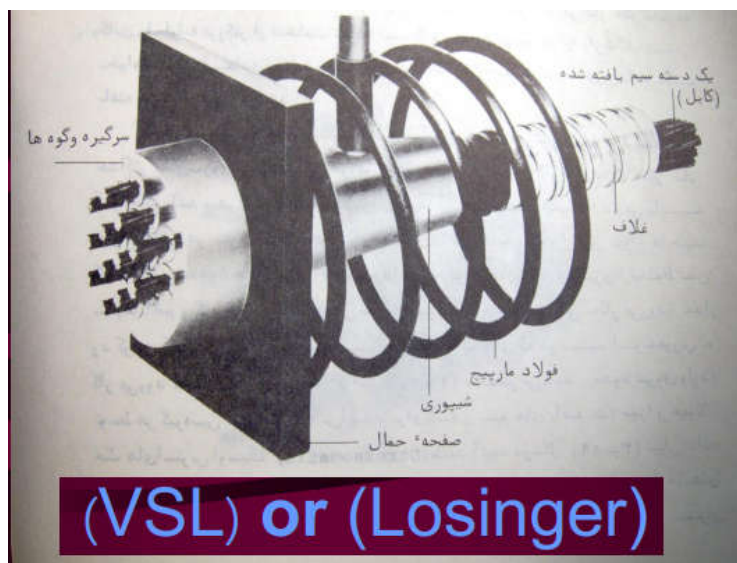
CCI سه سیستم اصلی دارد که در تمام آنها از سیم های بافته شده استفاده میشود و سیستم گیر داری آنها گوه ای میباشد



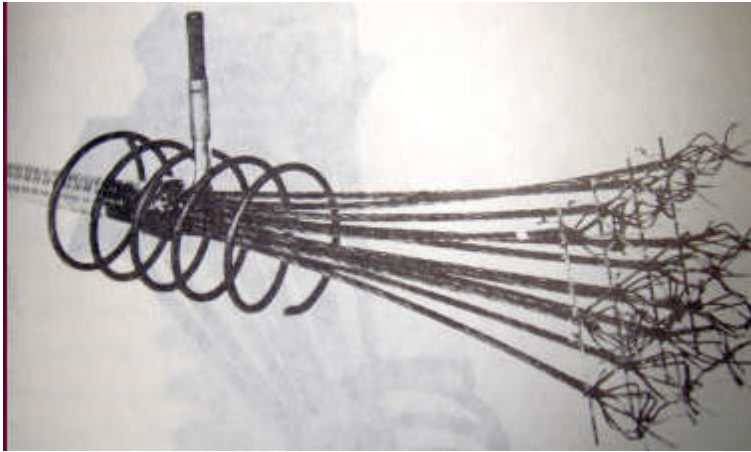
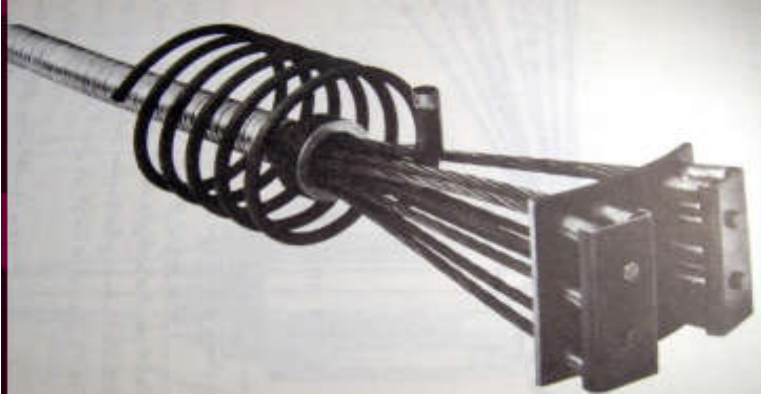
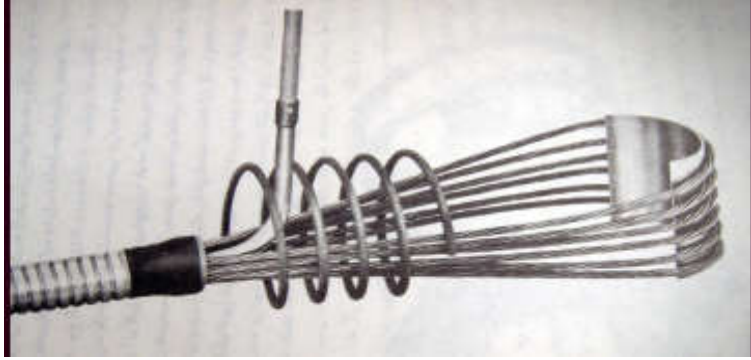
یک نمونه از گیره مالتی فورس/کابکو (Multiforce/Cabco)

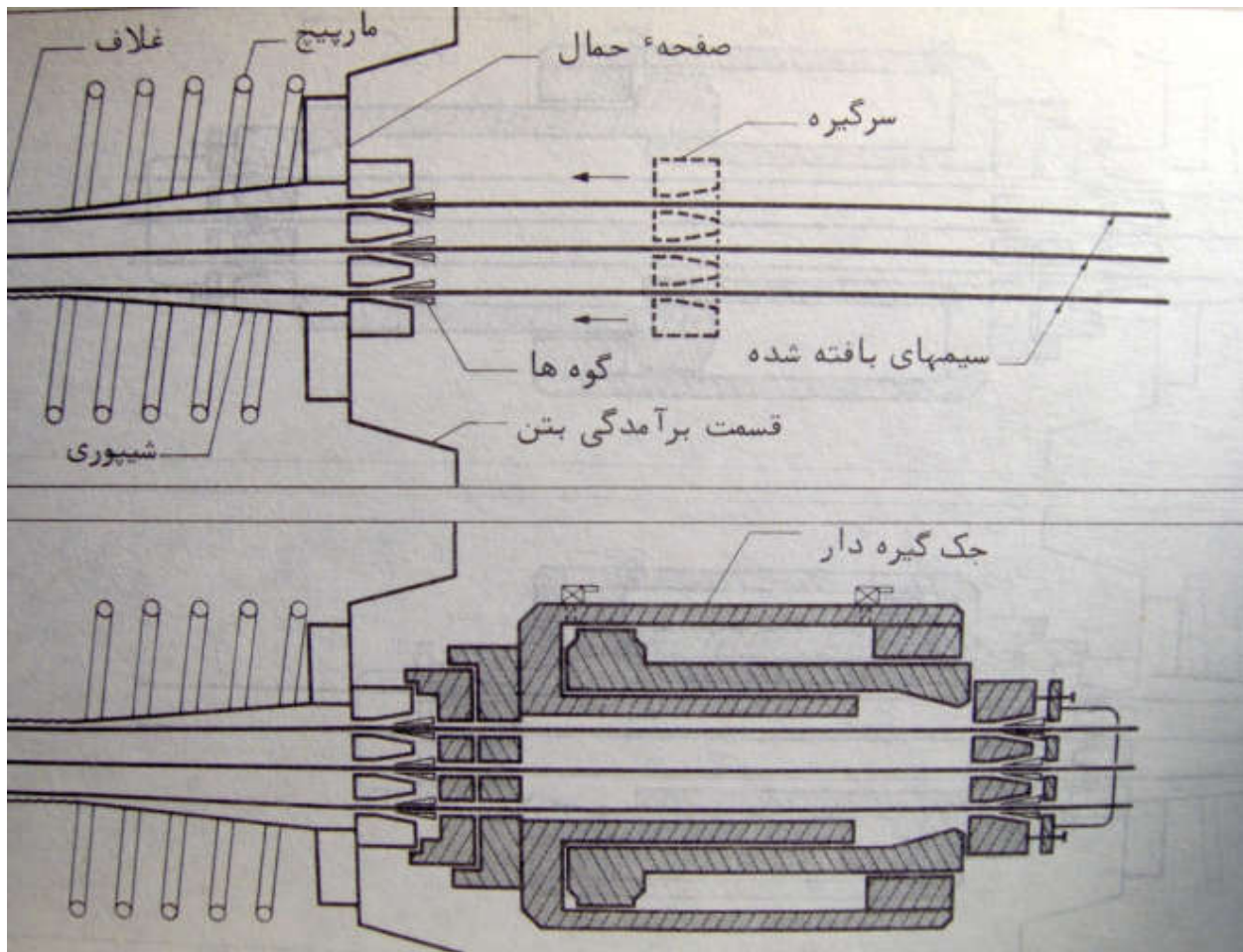
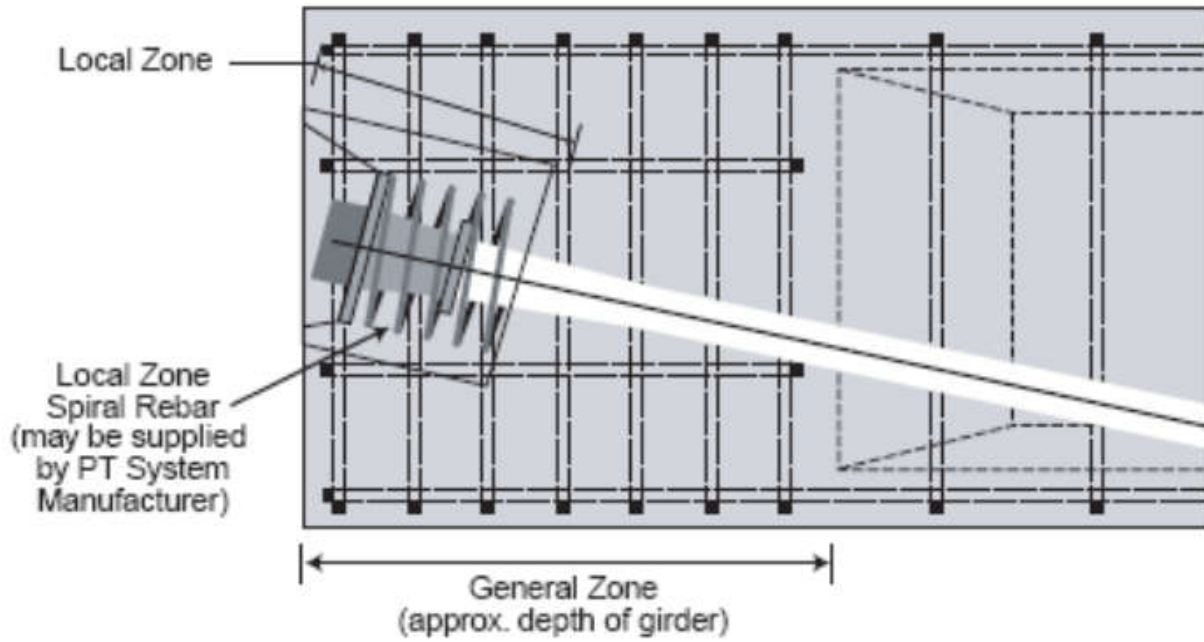


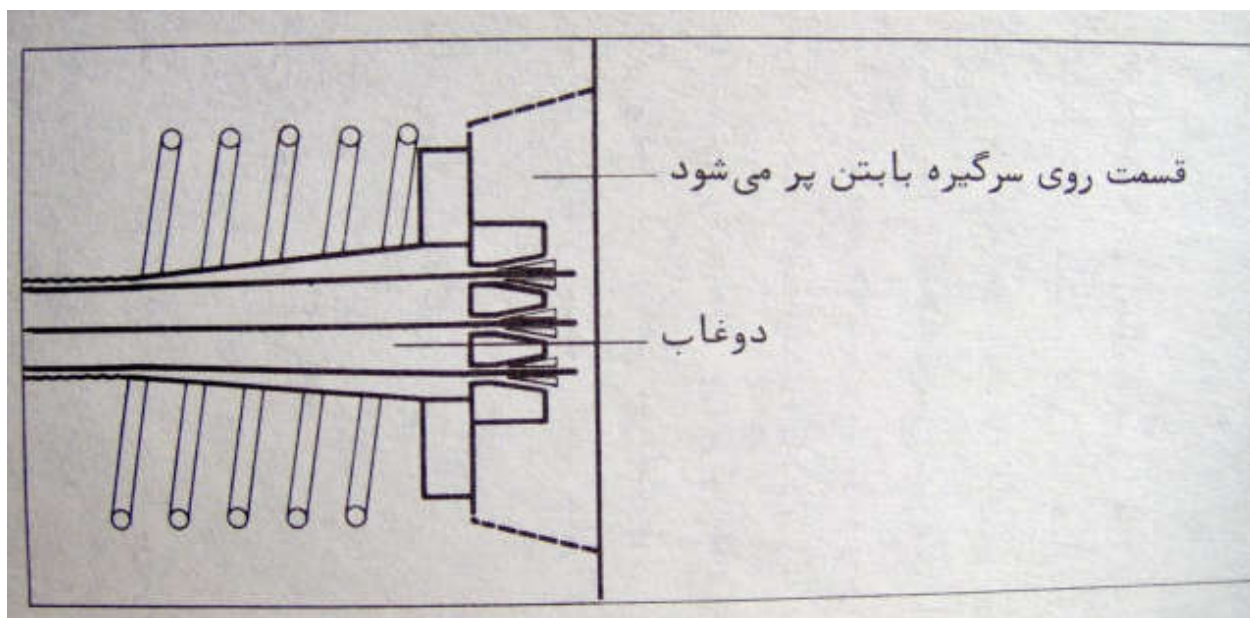
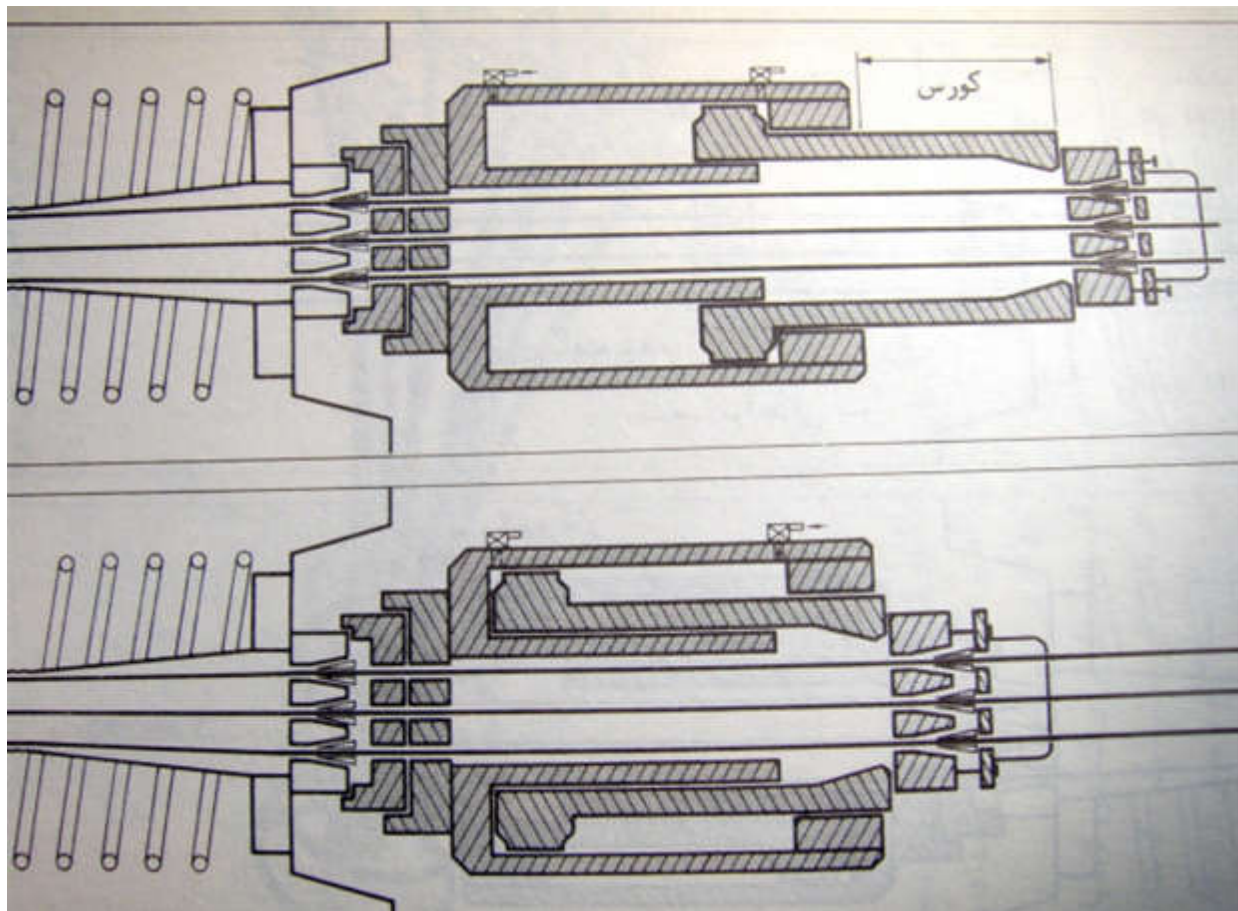
گیره CCL از نوع استرند فورس (Strand force)



**(VSL) or (Losinger)**







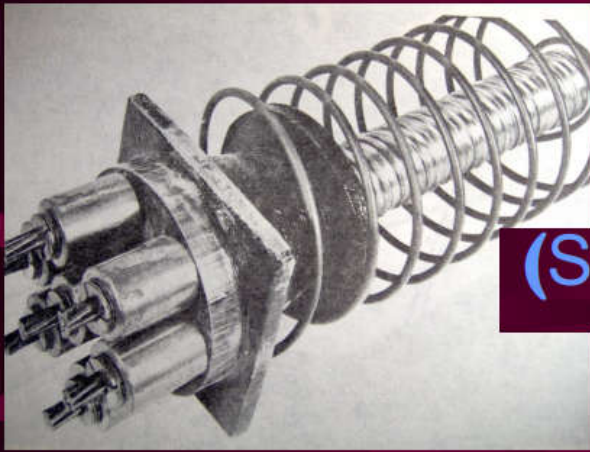
## فریسینه (Freyssinet)



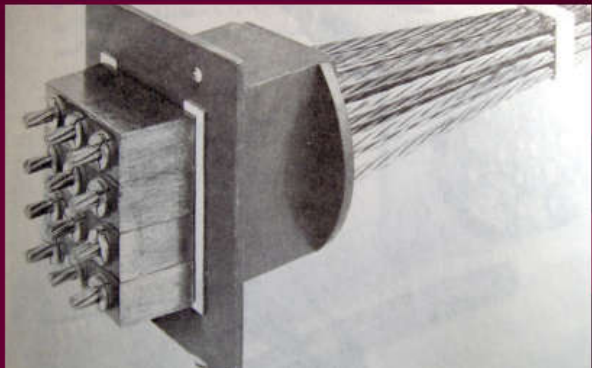
دو نوع سیستم گیره

۱. دایره ای

۲. مربع مستطیلی

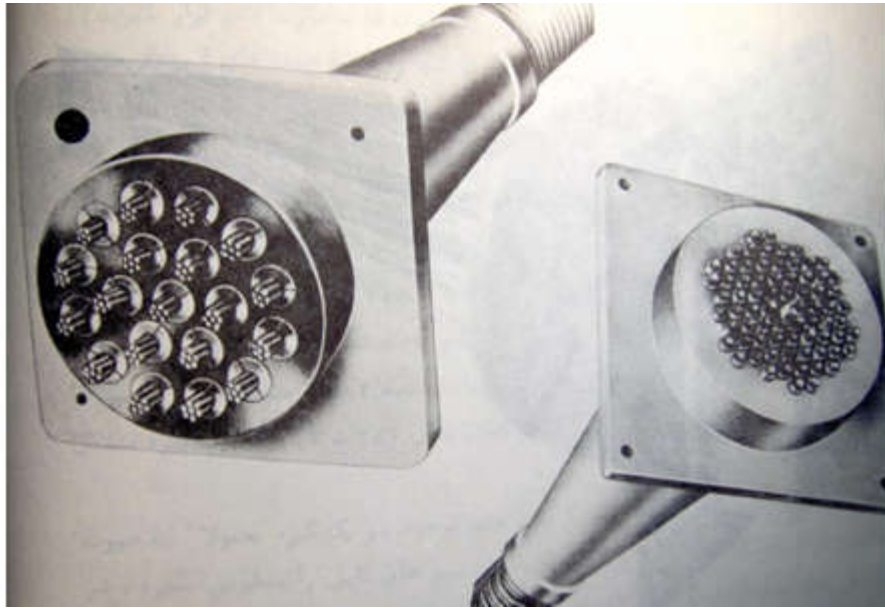


## سیستم پس کشیدگی (SCD)



# سیستم پس کشیدگی استرانگ هولد (Stronghold)

سر سیم ها به صورت دکمه یا کوهای میباشد



## مهارهای انتهایی

برای نگهداشتن کابلها در حالت کشیده و انتقال نیروی آنها به بتن به کار می روند. شامل

➤ گوه

➤ شیبوری Anchorage

➤ Bearing plate



## مراحل ساخت قطعه پیش کشیده

- 1- قالب بندی قطعات پیش ساخته
- 2- نصب کابل‌های پیش تنیدگی
- 3- کشیدن کابلها به میزان مورد نظر
- 4- بتن ریزی در قالب
- 5- عمل آوری بتن و رساندن آن به مقاومت مورد نظر
- 6- قطع کابلها و باز کردن قالب

## ویژگیهای پیش کشیدگی

- استفاده در قطعات پیش ساخته
- نیاز به قالب‌های مخصوص و بست‌های محکم
- نیاز به کارخانه و انبار و تجهیزات ساخت و حمل
- کنترل کیفیت کارخانه ای
- انتقال نیرو تنها از طریق چسبندگی بین کابل و بتن
- وجود درز بین قطعات

## پس کشیدگی

انتقال تمام نیروی کابلها به بتن با کمک ابزار انتهایی 

امکان استفاده از هر نوع قالب عادی 

عدم نیاز به کارخانه و تجهیزات حمل سنگین 

امکان اجرای پلانهای معماری متنوع 

عدم وجود درز در بتن 

## انواع سیستمهای پس کشیده

Bonded

چسبیده 

Unbonded

غیر چسبیده 

## سیستم چسبیده

پر کردن غلافها با دوغاب گروت پس از کشیدن کابلها

هر غلاف 3 تا 5 کابل را پوشش می دهد.

## سیستم غیر چسبیده

غلافها با گروت پر نمی شود.

معمولا هر غلاف تنها یک کابل را پوشش می دهد.

## سیستم غیر چسبیده

### مزایا

امکان تعویض کابلها در صورت خوردگی

امکان بازرسی جهت تعمیر و نگهداری در صورت استفاده خارجی

ظاهر شدن علائم هشداردهنده قبل از خرابی در صورت اشکال

مقرون به صرفه بودن در ساخت دالهای سقف

دستیابی به بیشترین خروج از مرکزیت با قرار دادن کابلها نزدیک به

سطح خارجی بتن

سرعت بالای ساخت به دلیل عدم تزریق دوغاب

## معایب

❁ زمان بر بودن نصب آنها

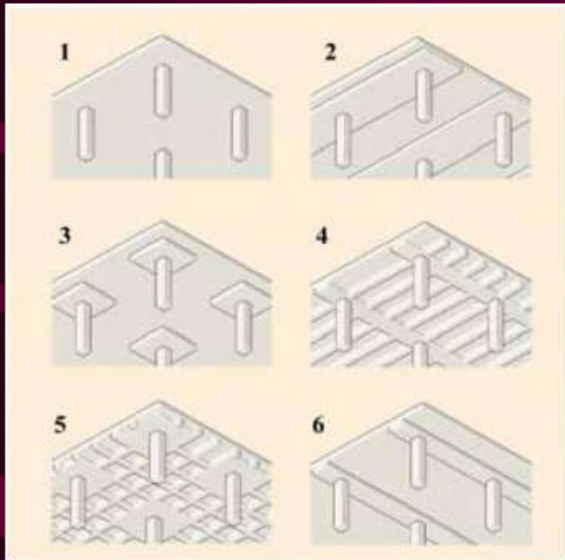
❁ عدم وجود چسبندگی بین کابل و

فولاد و در نتیجه عدم عملکرد

یکپارچه در هنگام زلزله.

❁ ایمنی کمتر آنها (قطع آنها)

# اشکال متداول در دالهاي پس کشیده



1. دال تخت

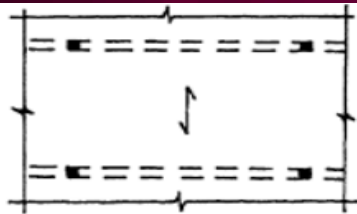
2. دال تخت نواري

3. دال تخت صلب با کتیبه

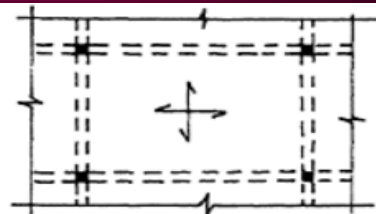
4. دال تیرک دار

5. دال مجوف دو طرفه

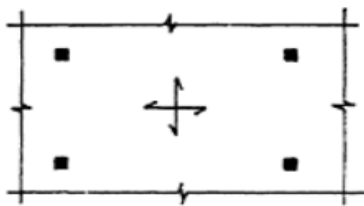
6. دال وتیر



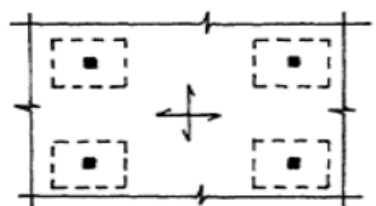
(a) One-way slab



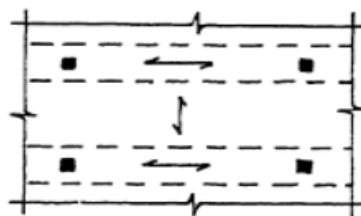
(b) Edge-supported two-way slab



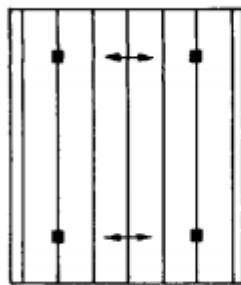
(c) Flat plate



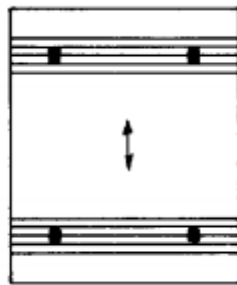
(d) Flat slab with drop panels



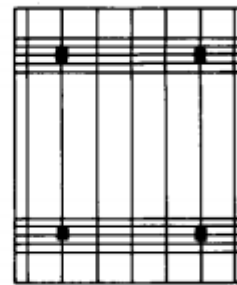
(e) Band beam and slab



(a)

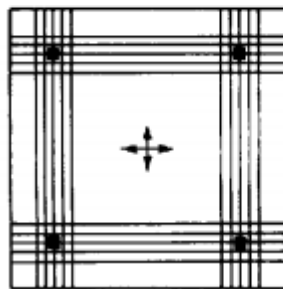


(b)

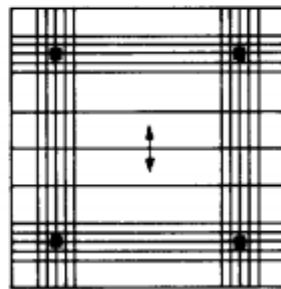


(c)

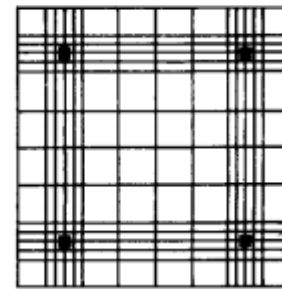
One-way slab panels



(d)




(e)



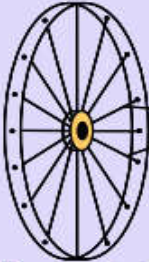
(f)

Two-way slab panels

*Tendon layouts (arrows indicate reinforced concrete spans)*




Metal bands




Spokes

Force-fitting of metal bands on wooden barrels      Pre-tensioning the spokes in a bicycle wheel

---



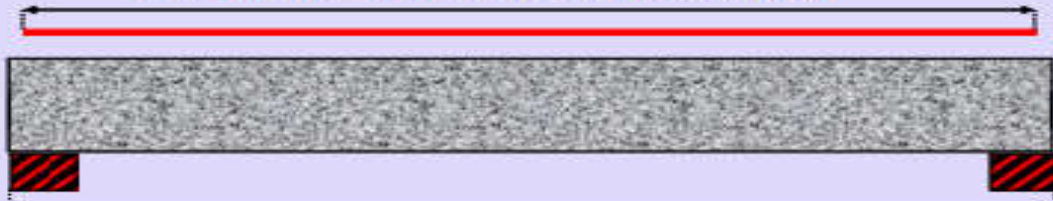
**Place and stretch mild steel rods, prior to concreting**



**Release the tension and cut the rods after concreting**

Prestressing of concrete beams by mild steel rods

Original length of steel rod ( $L_1$ )



Original length of concrete beam ( $L_2$ )

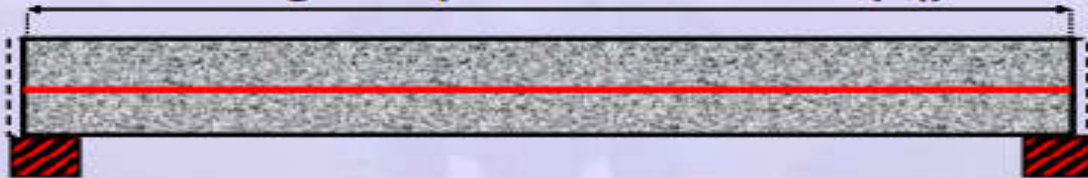
a) Beam before applying prestress

Reduced length of concrete beam ( $L_3$ )



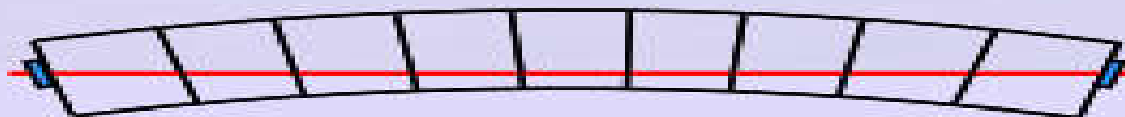
b) Beam at transfer of prestress

Final length of prestressed beam ( $L_4$ )

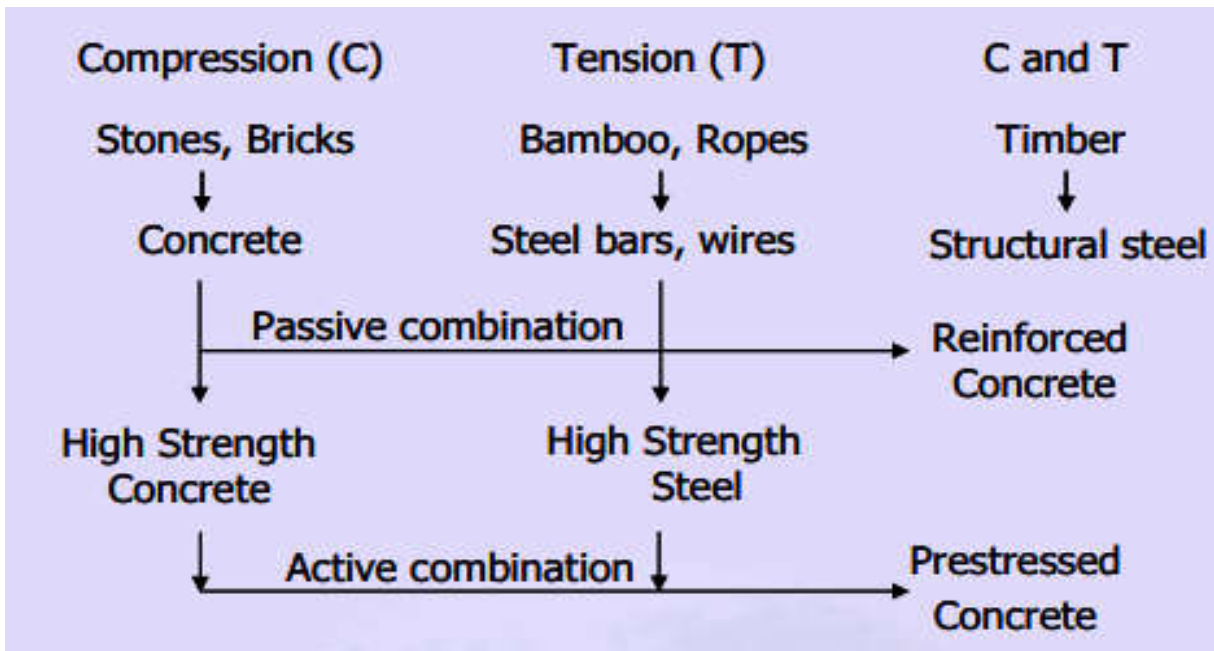


c) Beam after long-term losses of prestress

Variation of length in a prestressed beam



Steel tie rods in arches



### 1) Section remains uncracked under service loads

- Reduction of steel corrosion
  - Increase in durability.
- Full section is utilised
  - Higher moment of inertia (higher stiffness)
  - Less deformations (improved serviceability).
- Increase in shear capacity.
- Suitable for use in pressure vessels, liquid retaining structures.
- Improved performance (resilience) under dynamic and fatigue loading.

### 2) High span-to-depth ratios

For the same span, less depth compared to RC member.

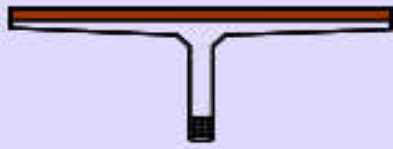
- Reduction in self weight
- More aesthetic appeal due to slender sections
- More economical sections.



### **3) Suitable for precast construction**

The advantages of precast construction are as follows.

- Rapid construction
- Better quality control
- Reduced maintenance
- Suitable for repetitive construction
- Multiple use of formwork
  - ⇒ Reduction of formwork
- Availability of standard shapes.



T-section



Double T-section



Hollow core



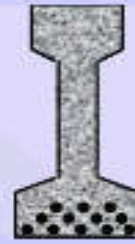
Piles



L-section

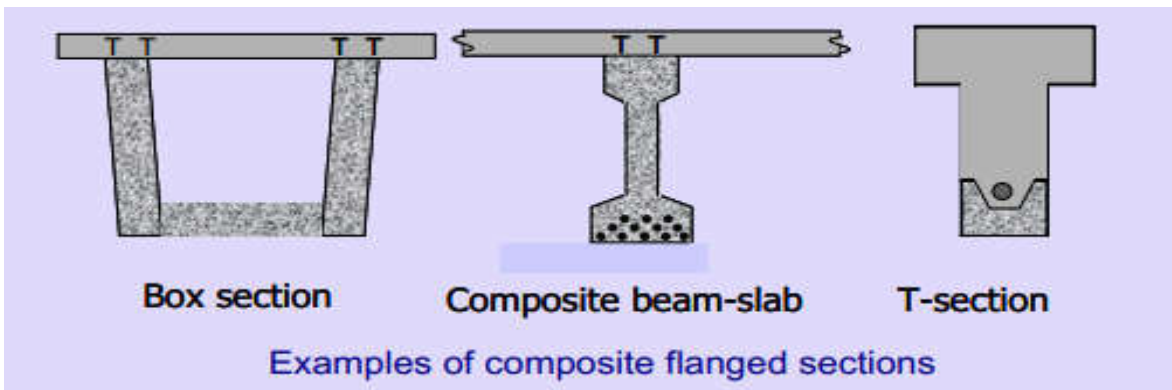
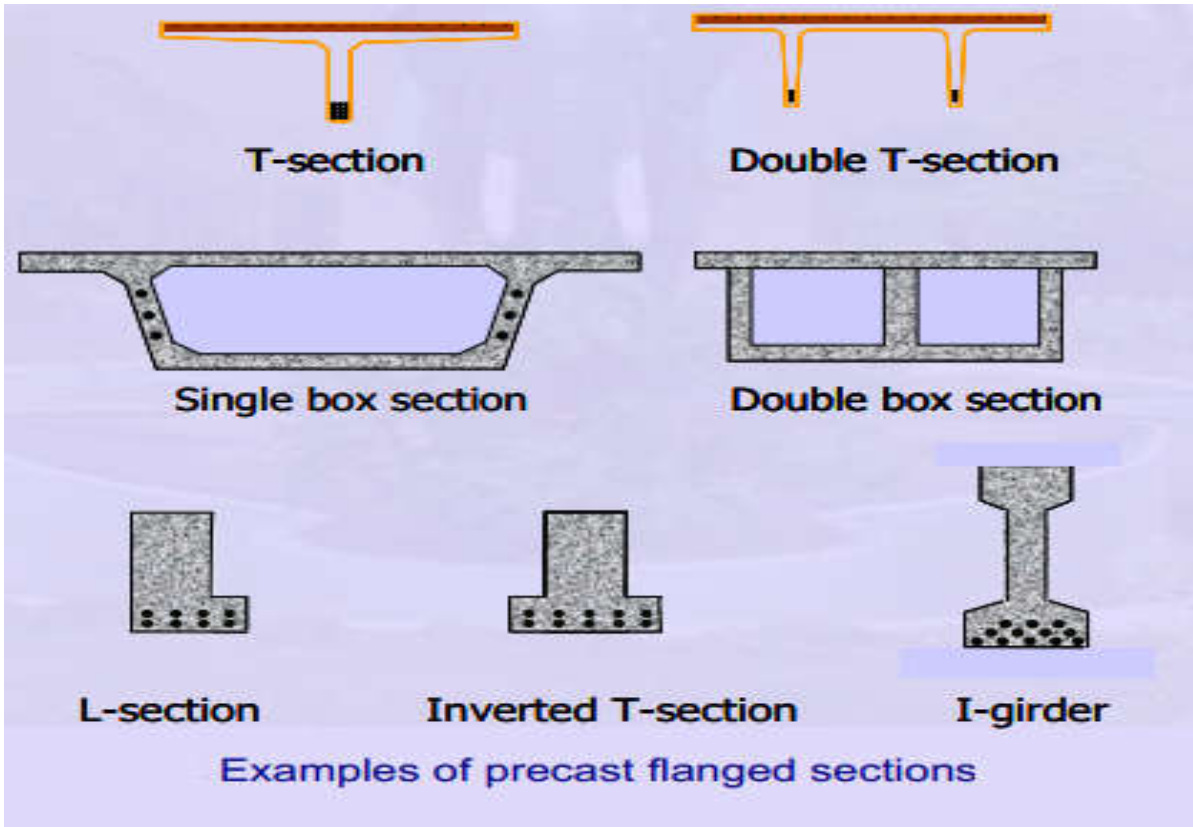


Inverted T-section



I-girders

Typical precast members



## **Limitations of Prestressing**

Although prestressing has advantages, some aspects need to be carefully addressed.

- Prestressing needs skilled technology. Hence, it is not as common as reinforced concrete.
- The use of high strength materials is costly.
- There is additional cost in auxiliary equipments.
- There is need for quality control and inspection.

### **External or internal prestressing**

This classification is based on the location of the prestressing tendon with respect to the concrete section.

### **Pre-tensioning or post-tensioning**

This is the most important classification and is based on the sequence of casting the concrete and applying tension to the tendons.

### **Linear or circular prestressing**

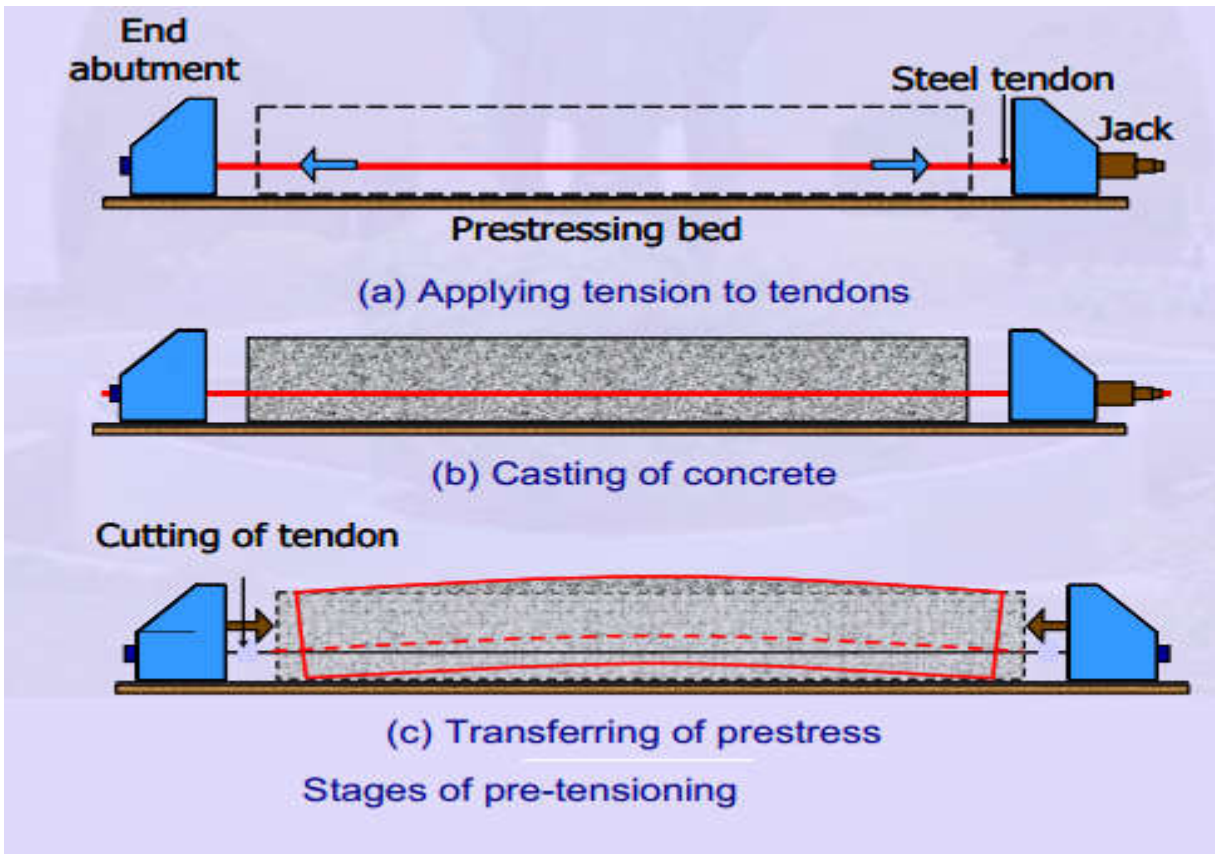
This classification is based on the shape of the member prestressed.

### **Full, limited or partial prestressing**

Based on the amount of prestressing force, three types of prestressing are defined.

### **Uniaxial, biaxial or multi-axial prestressing**

As the names suggest, the classification is based on the directions of prestressing a member.

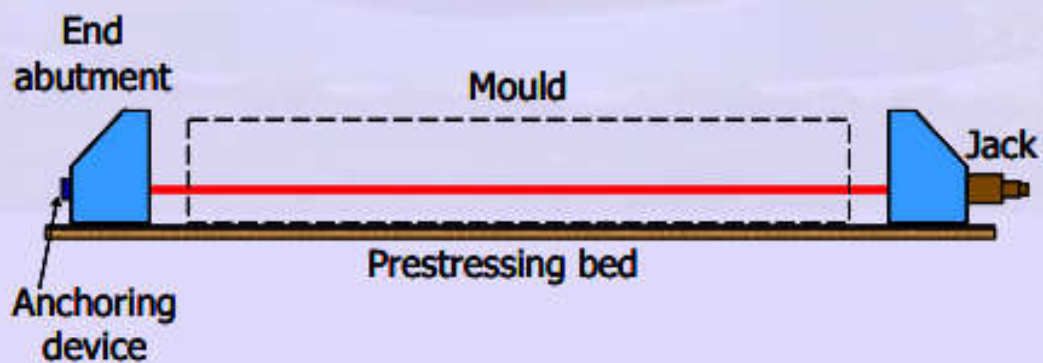


The essential devices for pre-tensioning are as follows.

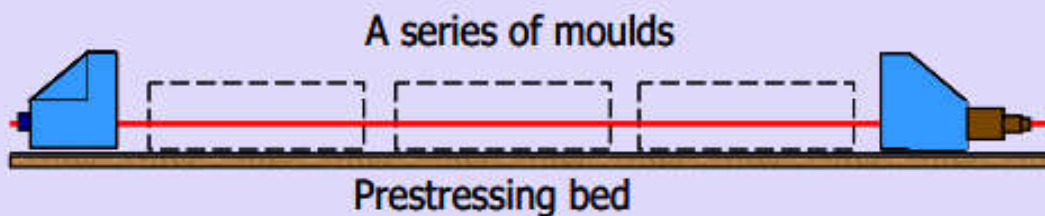
- Prestressing bed
- End abutments
- Shuttering / mould
- Jack
- Anchoring device
- Harping device (optional)

The essential devices for post-tensioning are as follows.

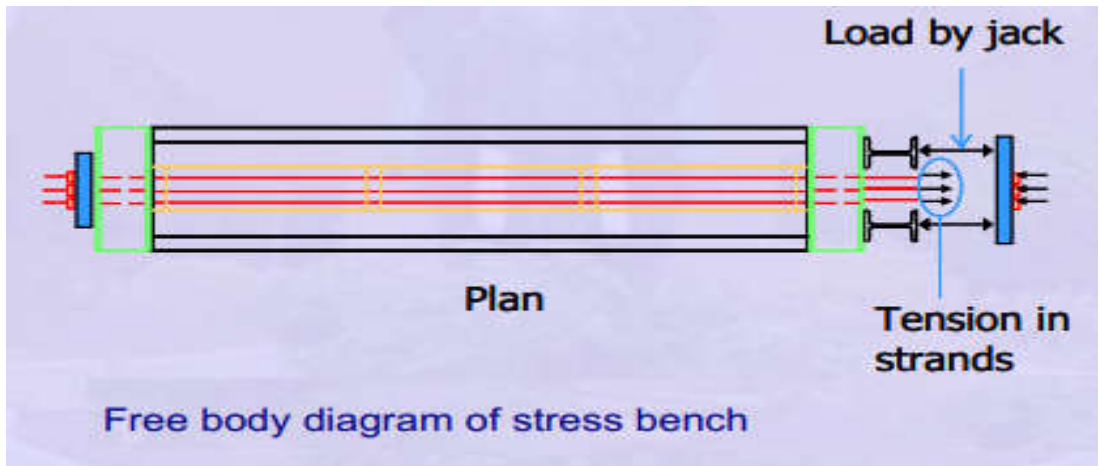
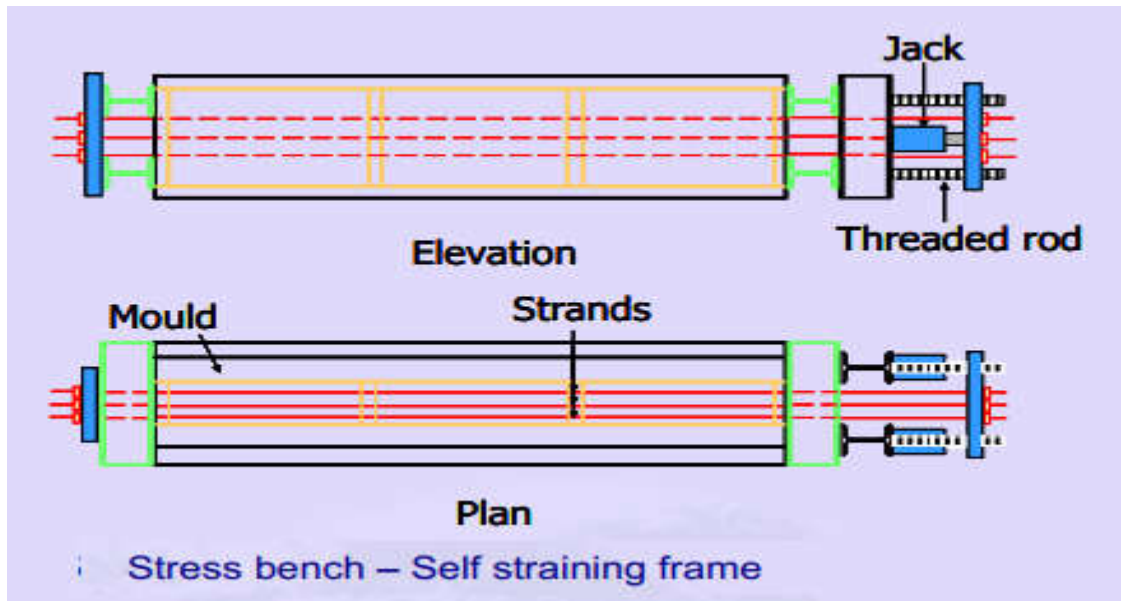
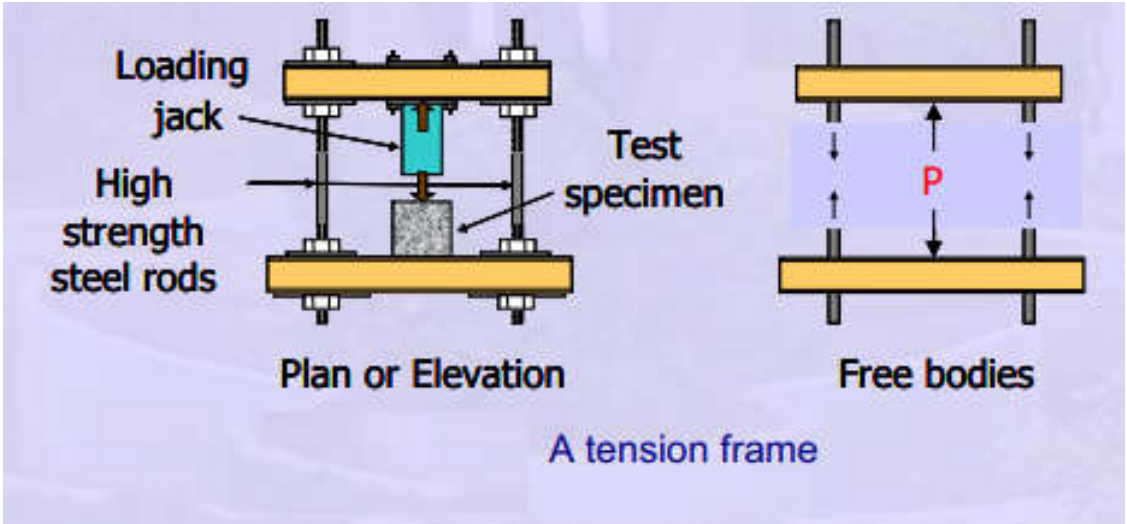
- 1) Casting bed
- 2) Mould/Shuttering
- 3) Ducts
- 4) Anchoring devices
- 5) Jacks
- 6) Couplers (optional)
- 7) Grouting equipment (optional).

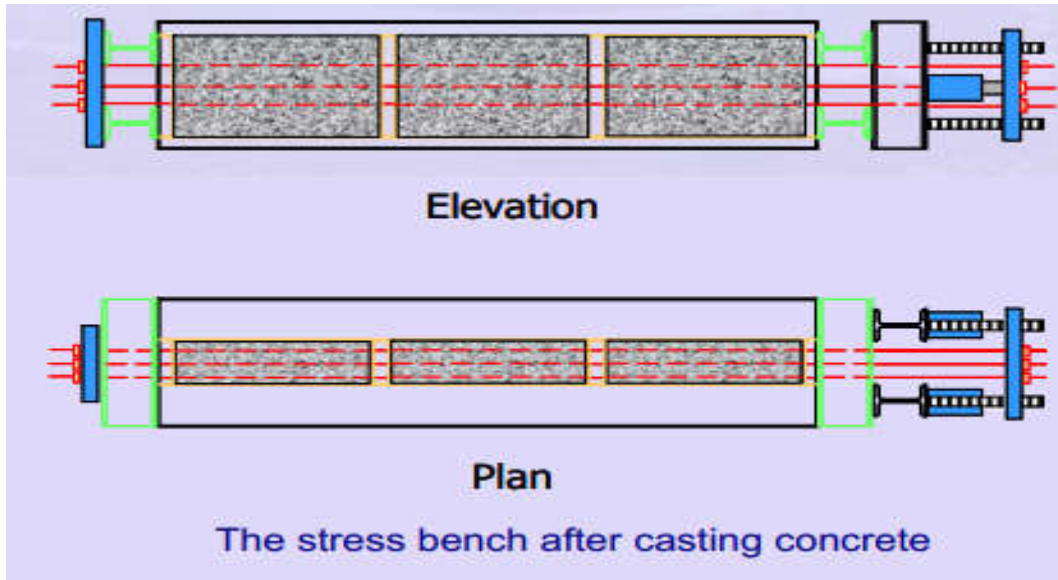


Prestressing bed, end abutment and mould

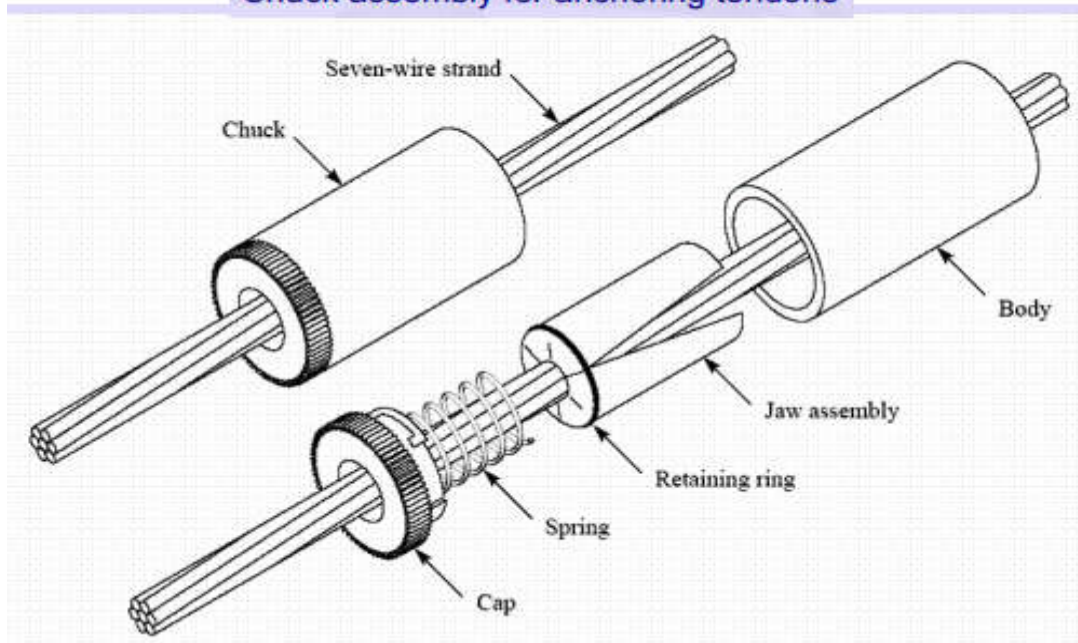


Schematic representation of Hoyer system

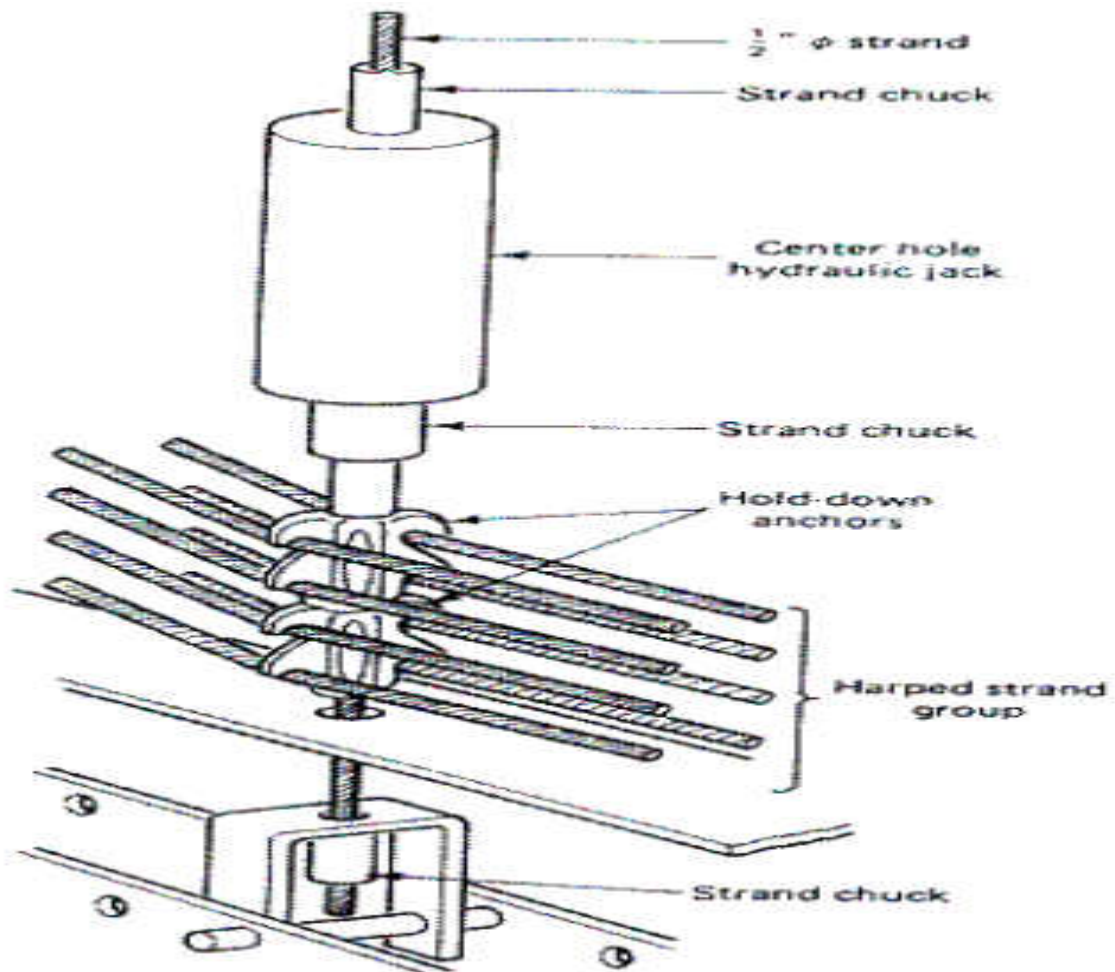
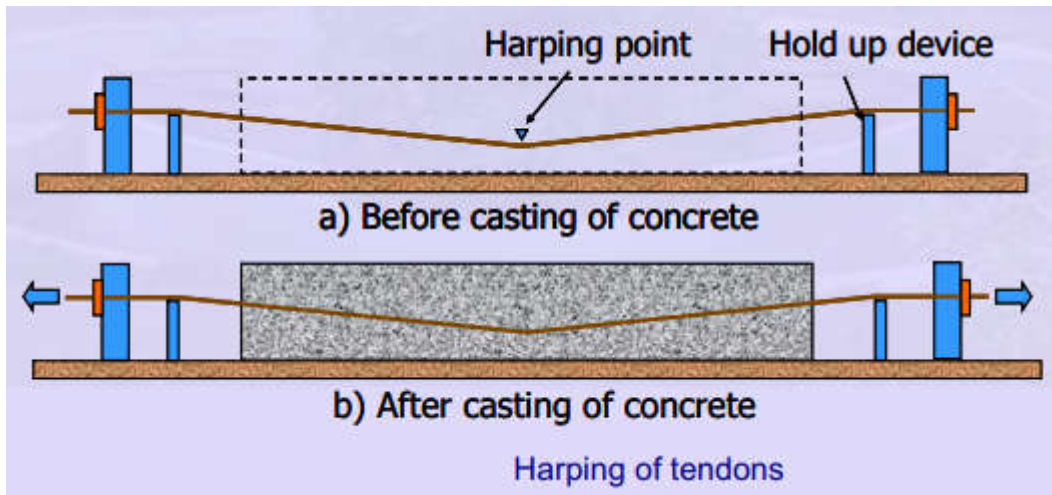




### Chuck assembly for anchoring tendons



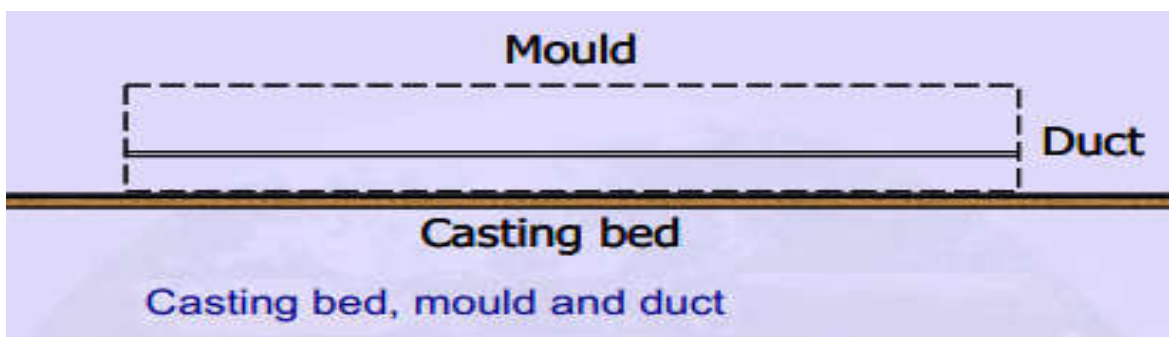
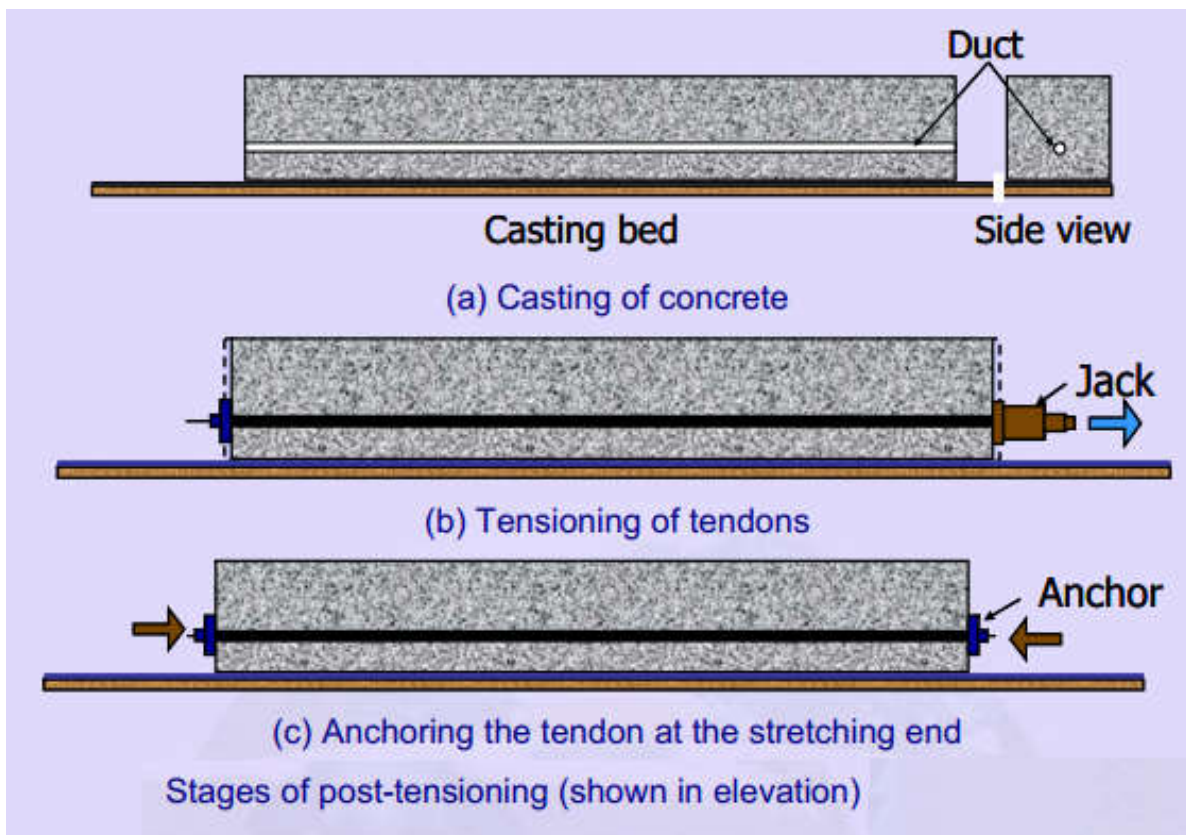


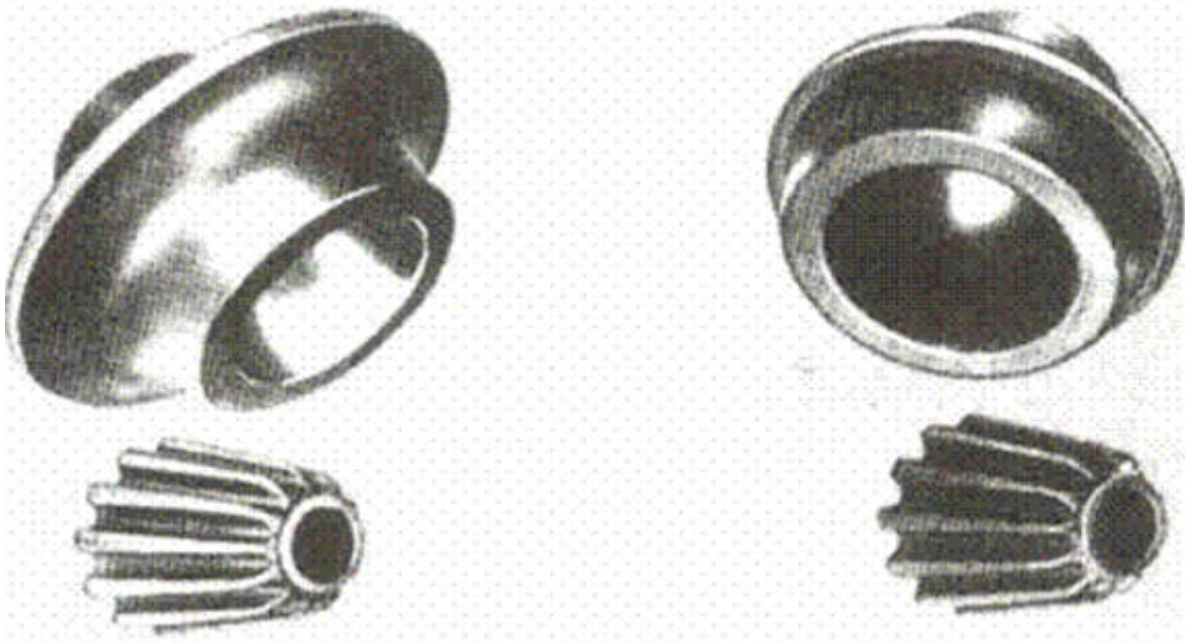


Hold-down anchor for harping of tendons

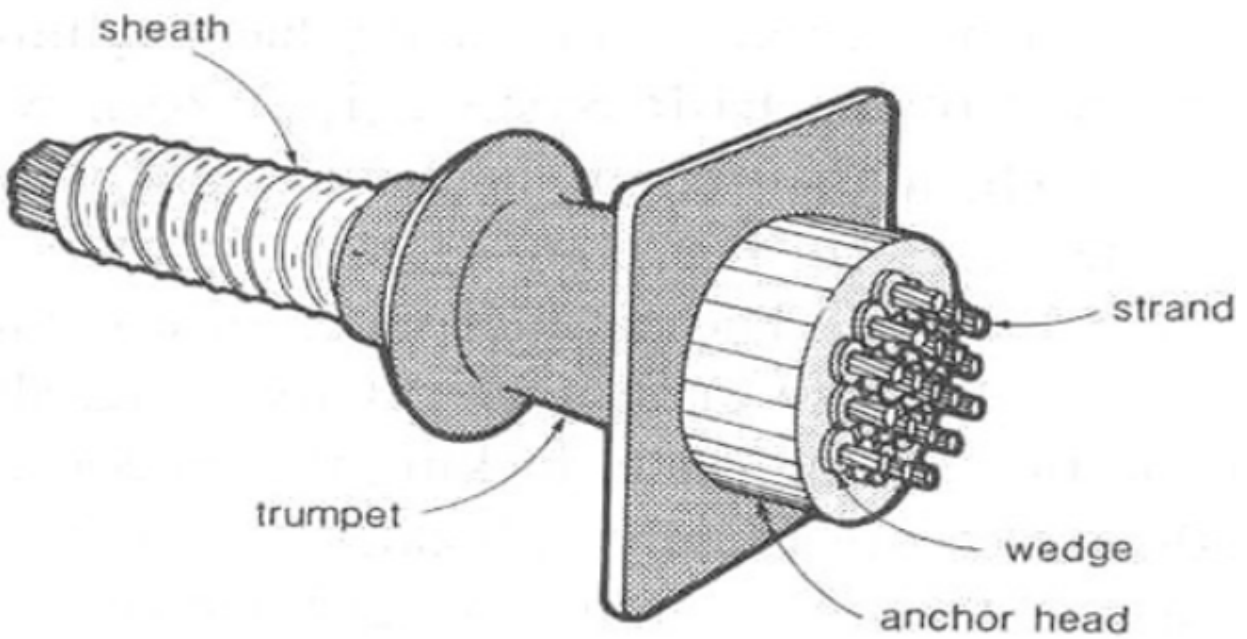
The various stages of the post-tensioning operation are summarised as follows.

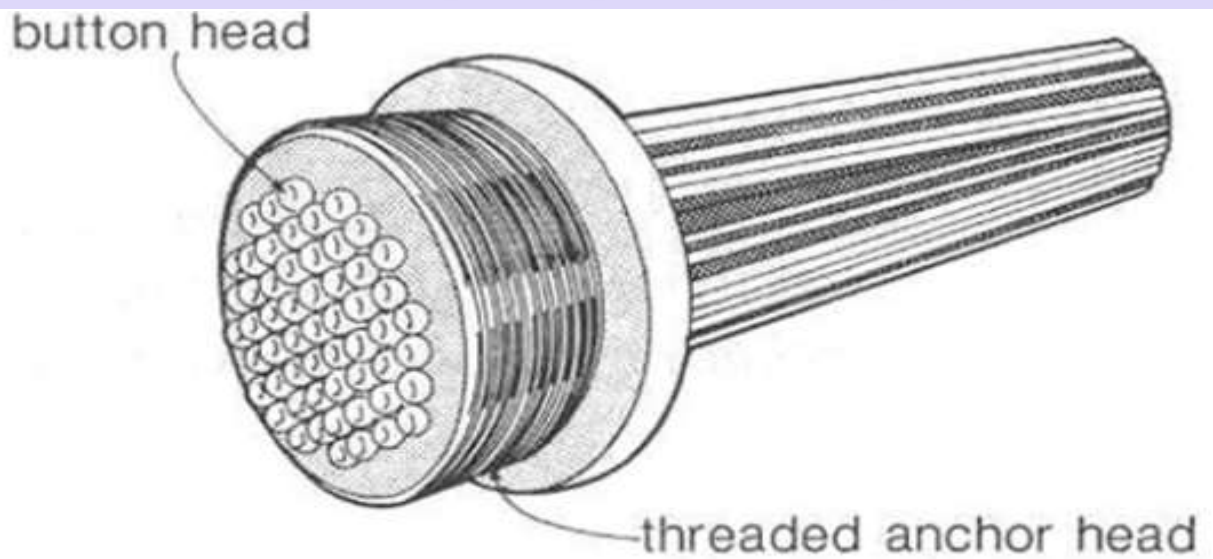
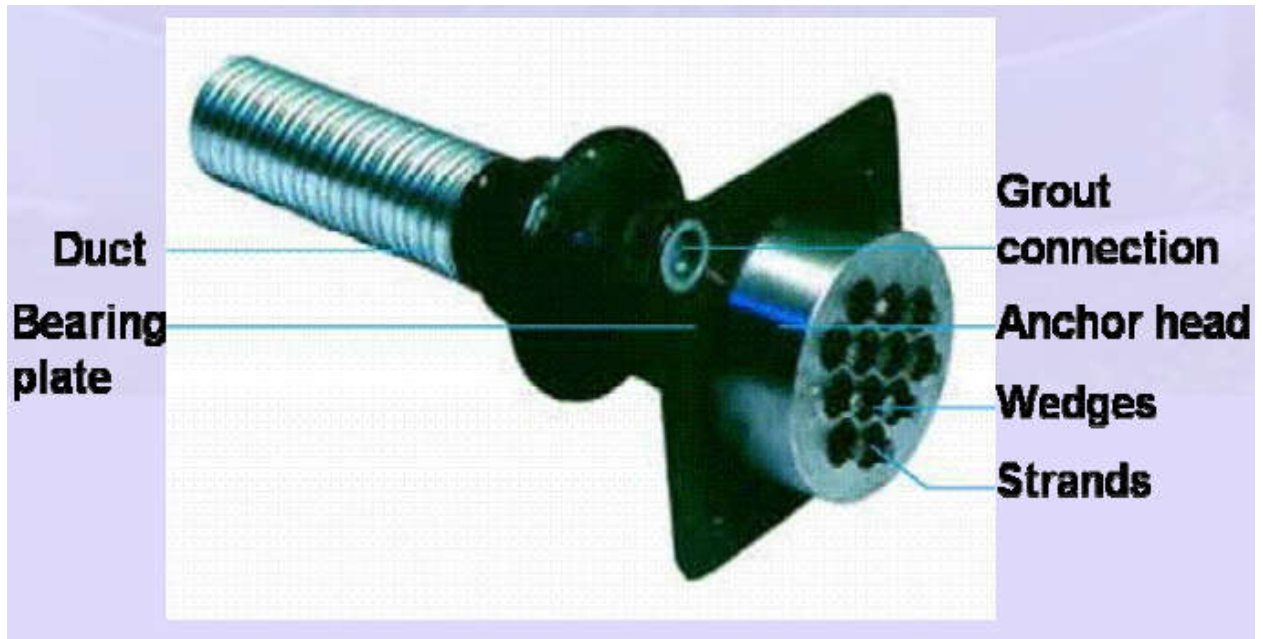
- 1) Casting of concrete.
- 2) Placement of the tendons.
- 3) Placement of the anchorage block and jack.
- 4) Applying tension to the tendons.
- 5) Seating of the wedges.
- 6) Cutting of the tendons.





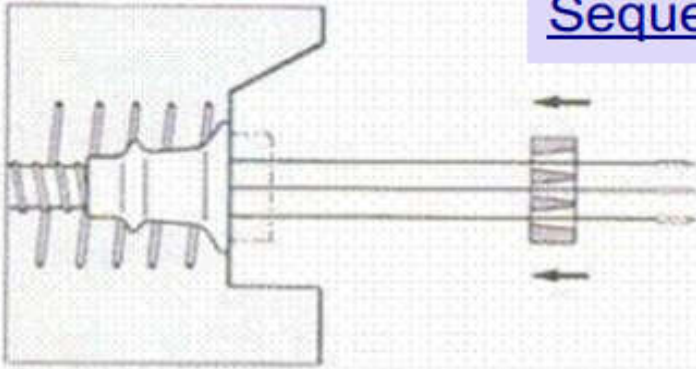
Freyssinet "T" system anchorage cones



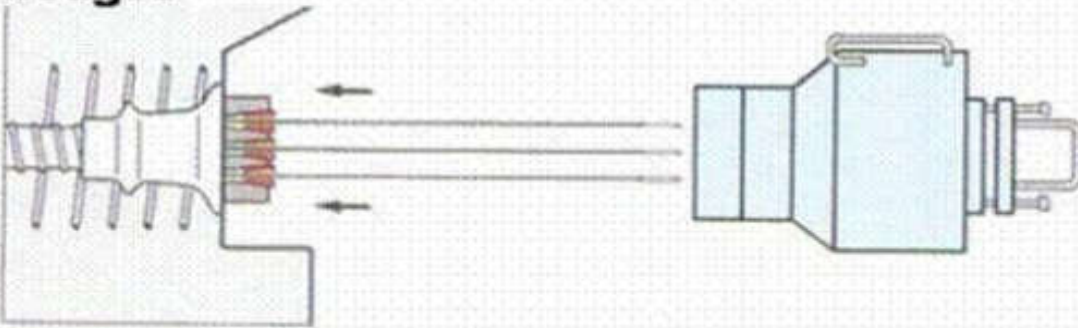


Anchoring with button heads

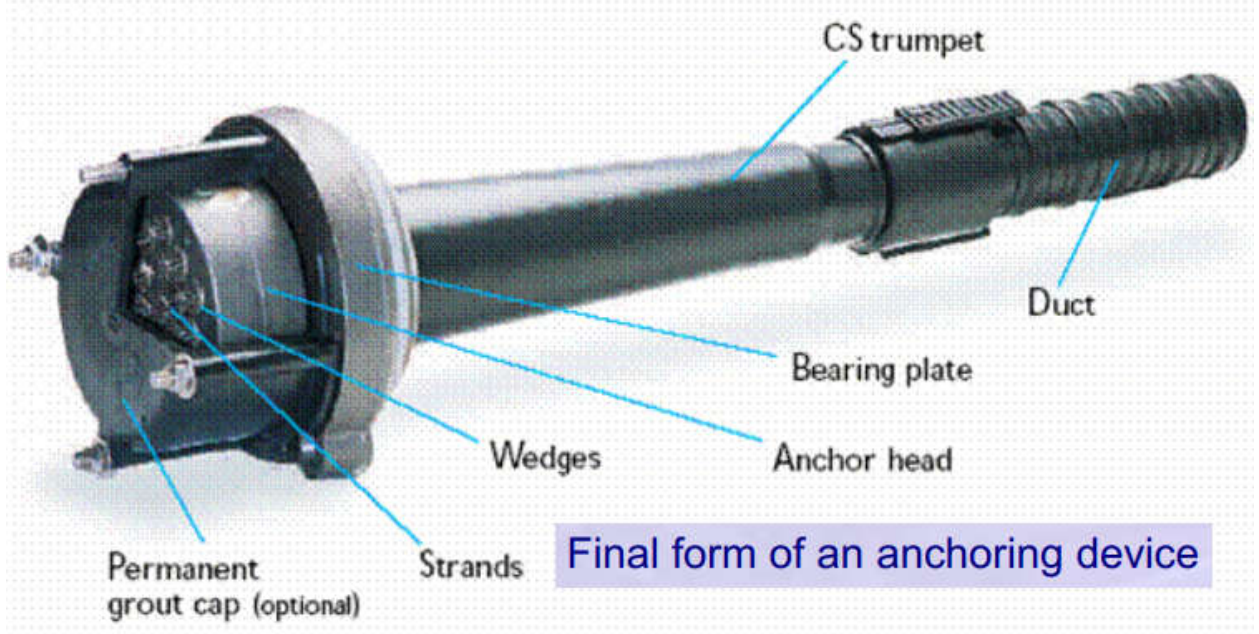
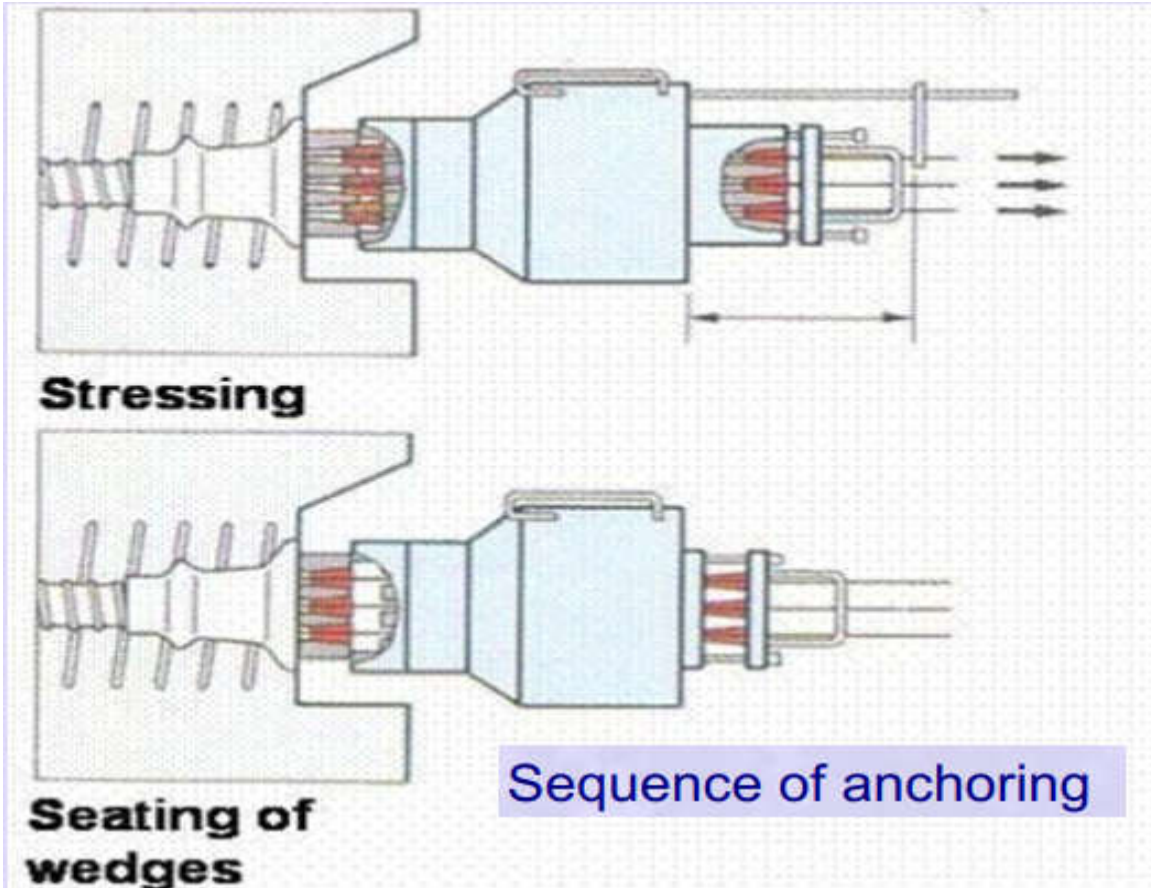
## Sequence of Anchoring

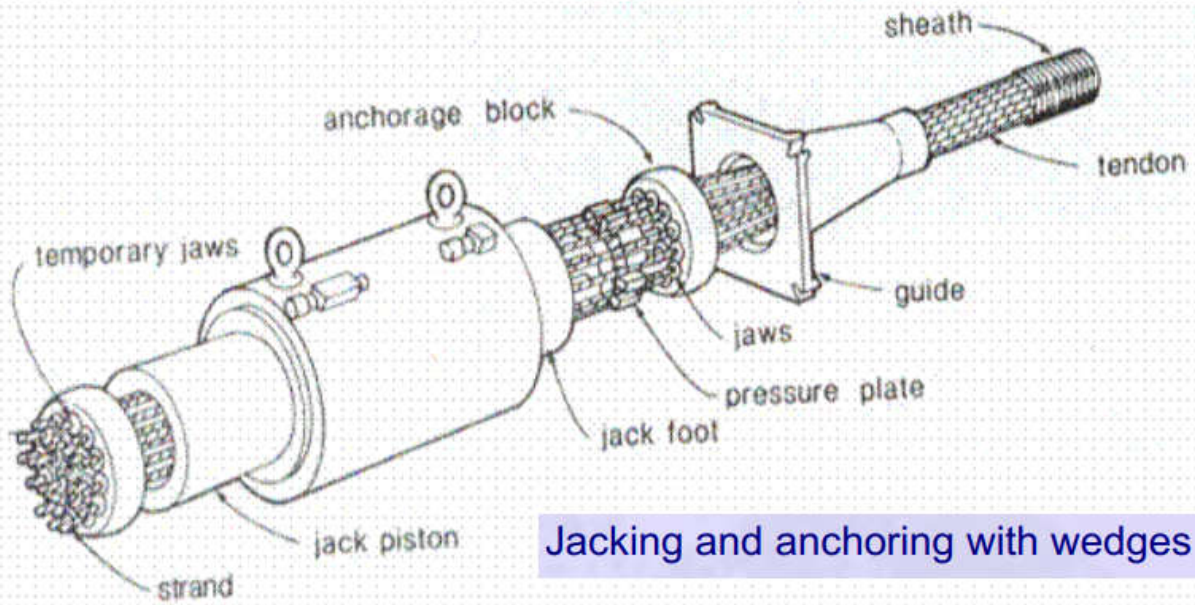


**Placing of anchor block and wedges**

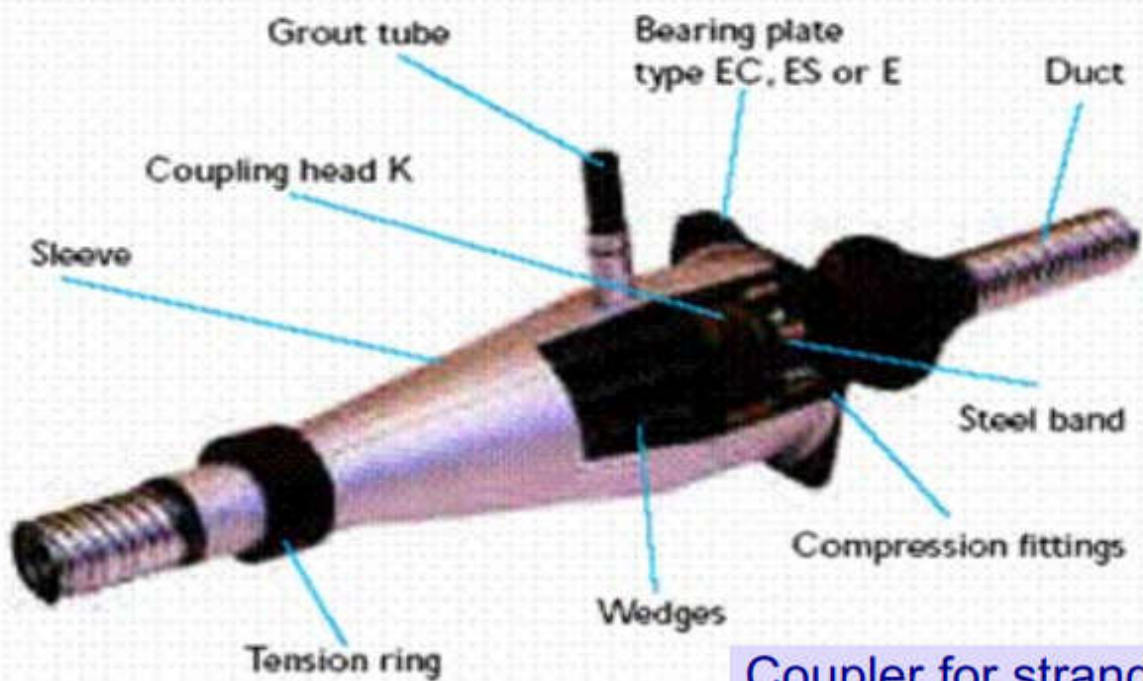


**Positioning of the jack**





Jacking and anchoring with wedges



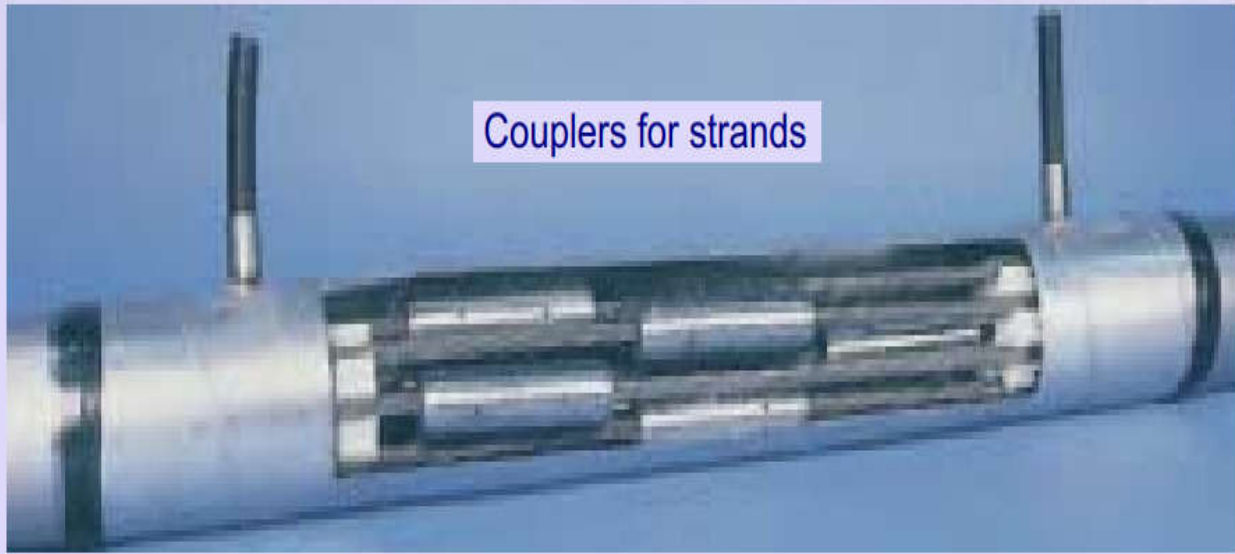
Coupler for strands







Couplers for strands



Couplers for strands

Grouting equipment





(a) Fabrication of reinforcement



(b) Placement of tendons



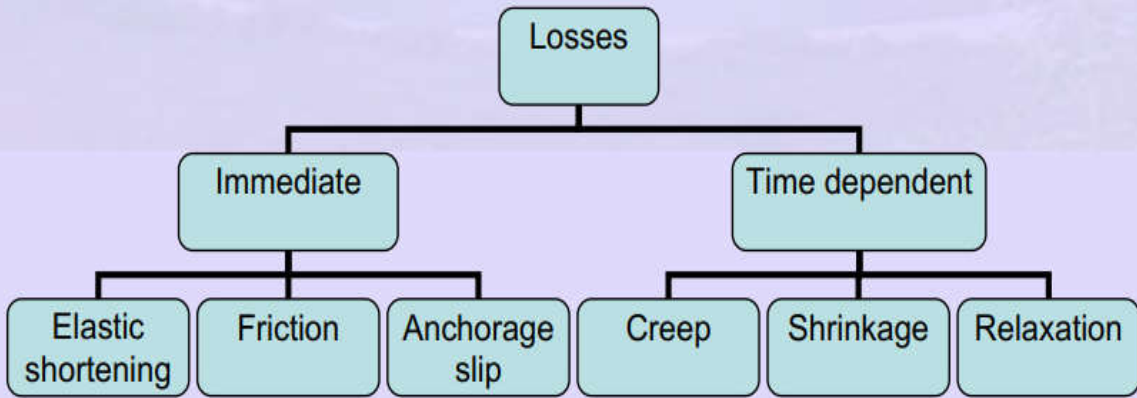
(c) Stretching and anchoring of tendons

### **Anchoring Devices**

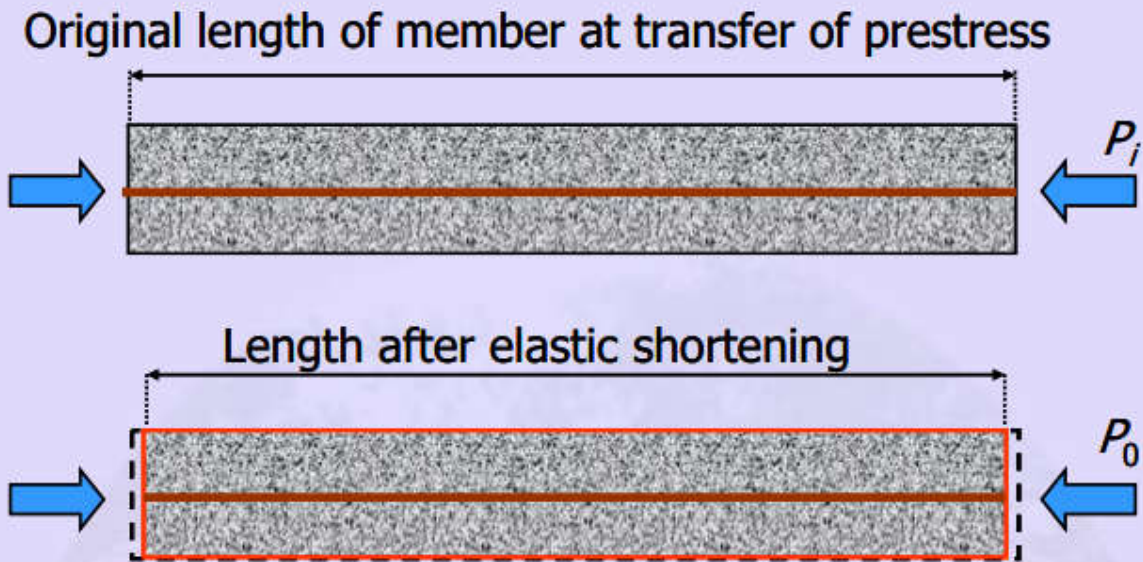
In post-tensioned members the anchoring devices transfer the prestress to the concrete.

The devices are based on the following principles of anchoring the tendons.

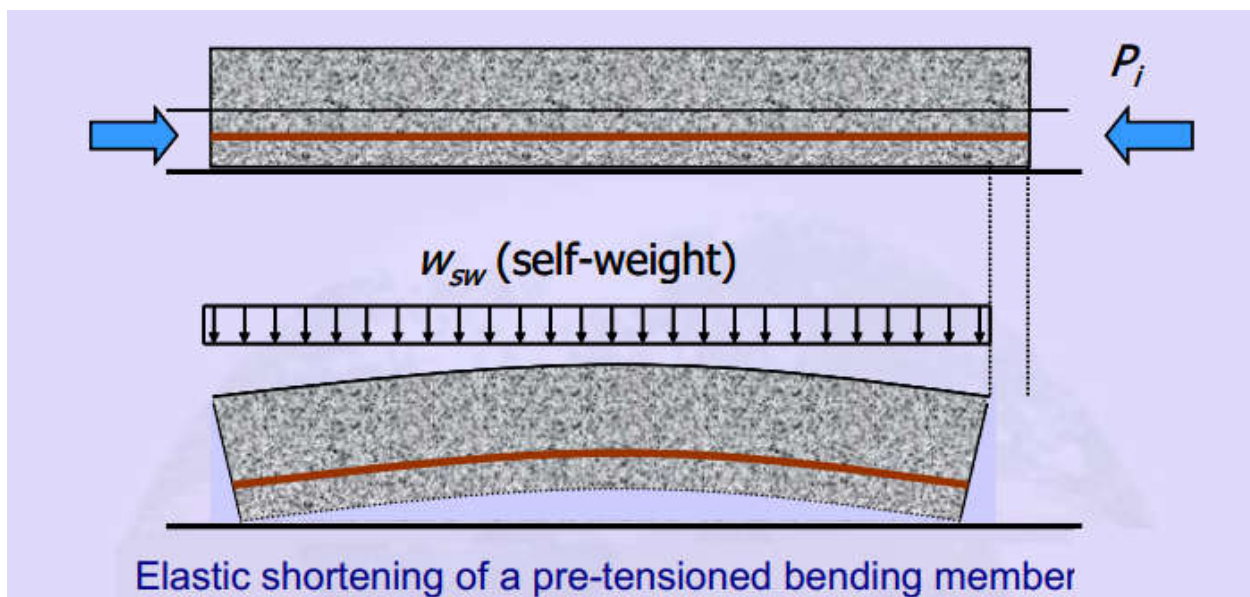
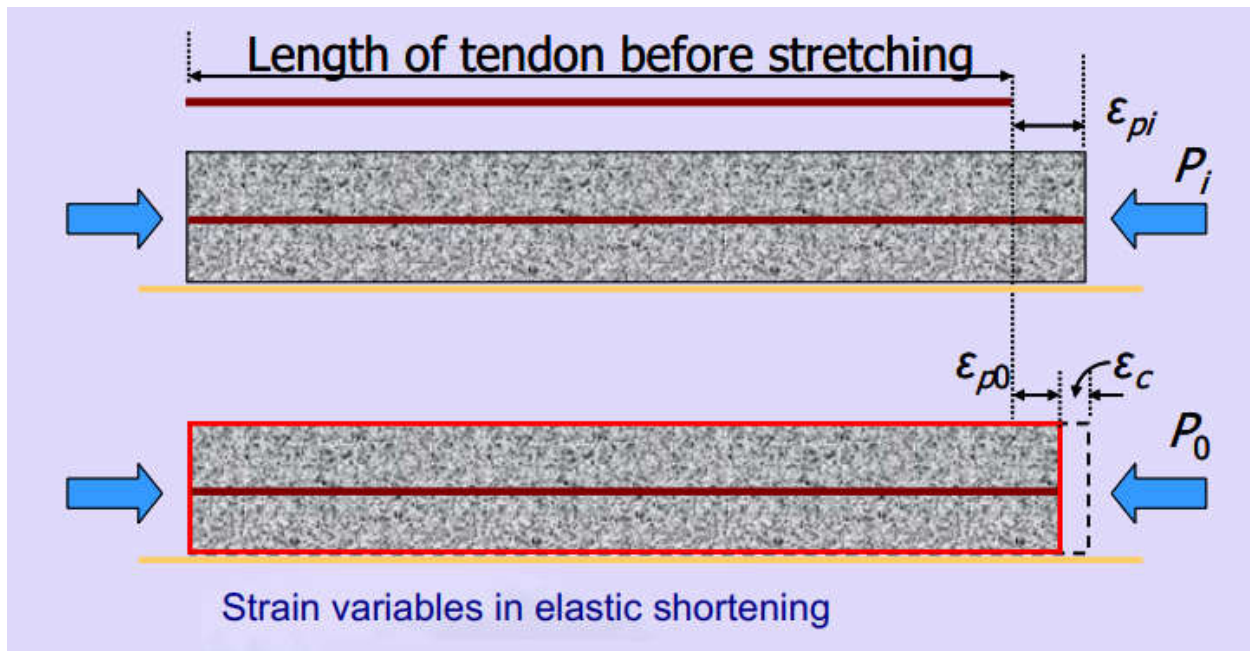
- 1) Wedge action
- 2) Direct bearing
- 3) Looping the wires



Causes of the various losses in prestress



Elastic shortening of a pre-tensioned axial member

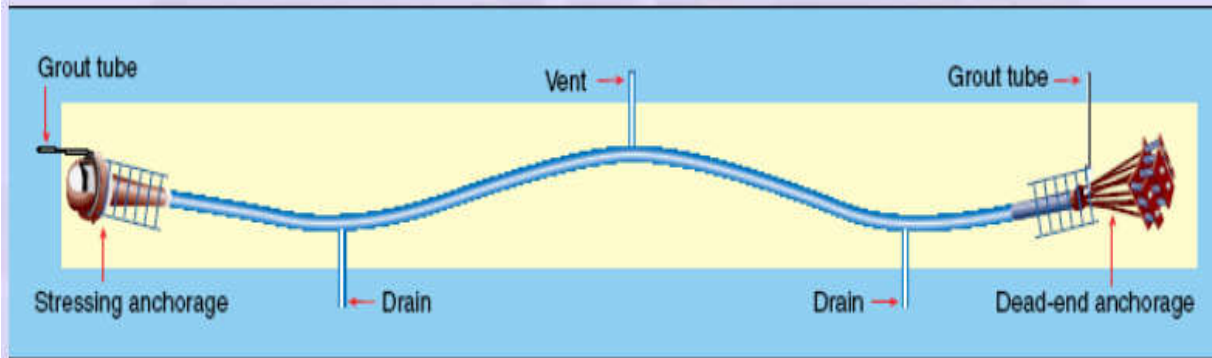


Friction

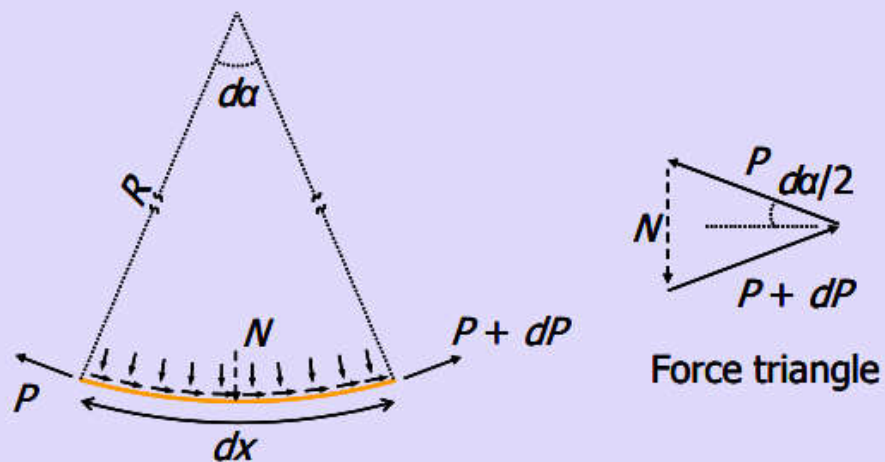
Anchorage Slip

Force Variation Diagram

- Creep of Concrete
- Shrinkage of Concrete
- Relaxation of Steel
- Total Time Dependent Losses



A typical continuous post-tensioned member



Force acting in a tendon of infinitesimal length

In the above sketch,

$P$  = prestressing force at a distance  $x$  from the stretching end

$R$  = radius of curvature

$d\alpha$  = subtended angle.

Thus the friction ( $dP$ ) depends on the following variables.

- Coefficient of friction ( $\mu$ )
- Curvature of the tendon ( $d\alpha$ )
- The amount of prestressing force ( $P$ )

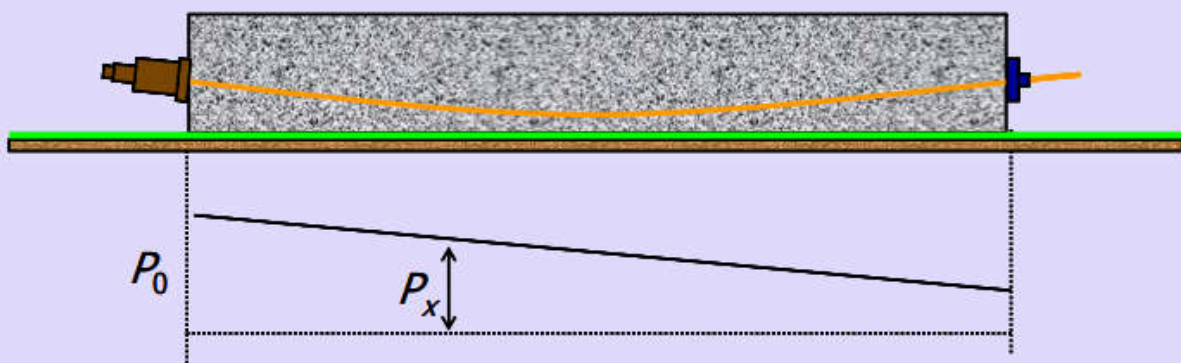


The wobble in the tendon is effected by the following variables.

- Rigidity of sheathing
- Diameter of sheathing
- Spacing of sheath supports
- Type of tendon
- Type of construction

The friction due to wobble is assumed to be proportional to the following.

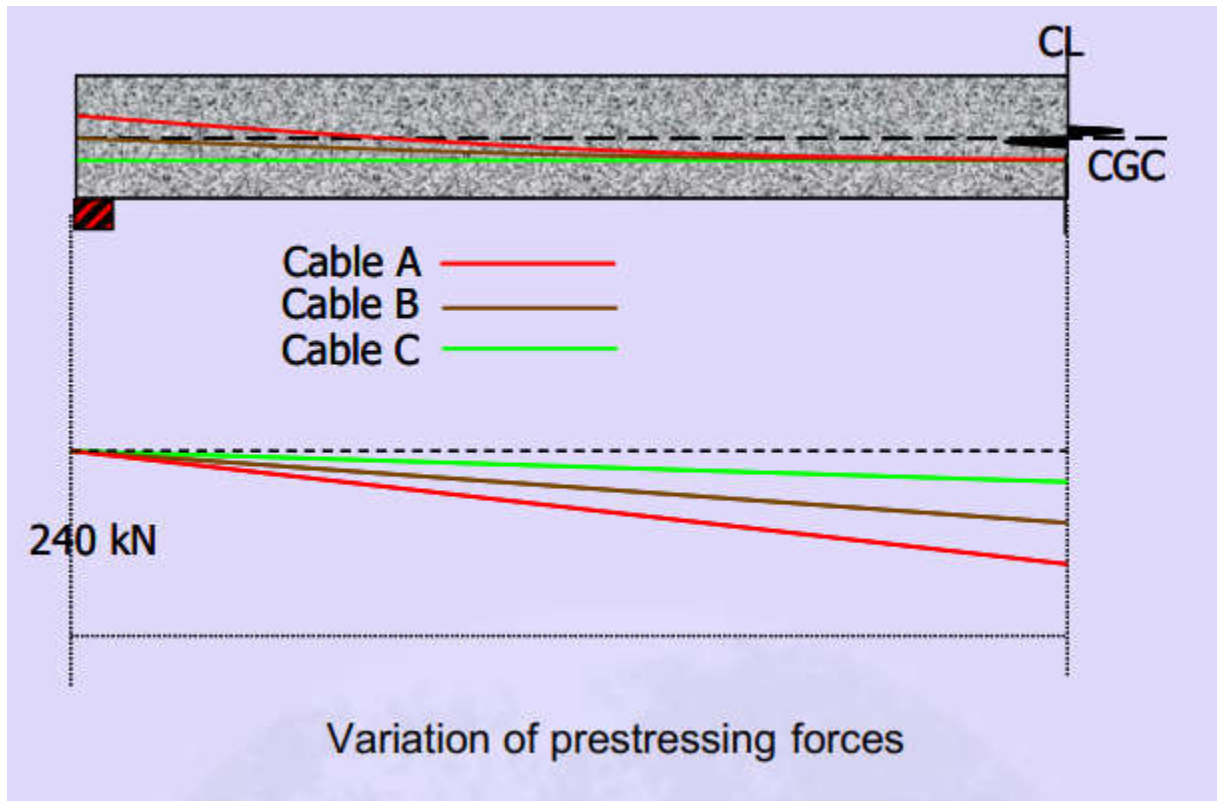
- Length of the tendon
- Prestressing force



Variation of prestressing force after stretching

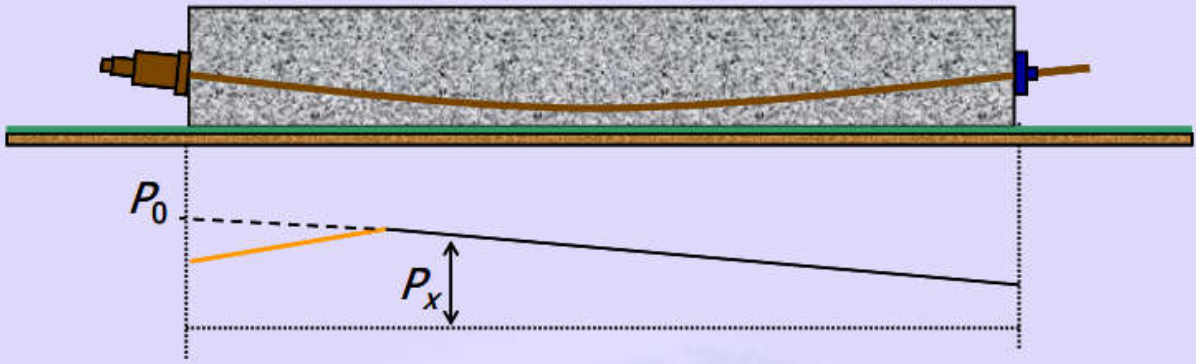
#### Values of coefficient of friction

Type of interface	$\mu$
For steel moving on smooth concrete	0.55.
For steel moving on steel fixed to duct	0.30.
For steel moving on lead	0.25.

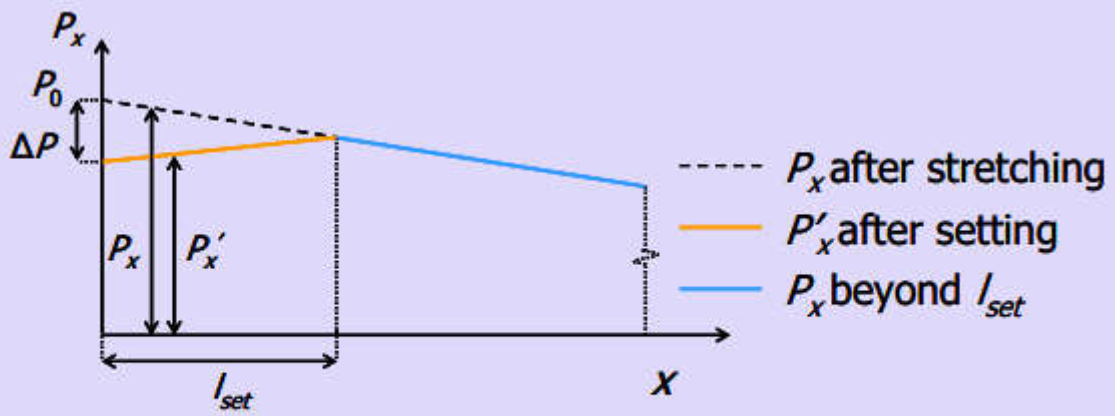


### Typical values of anchorage slip

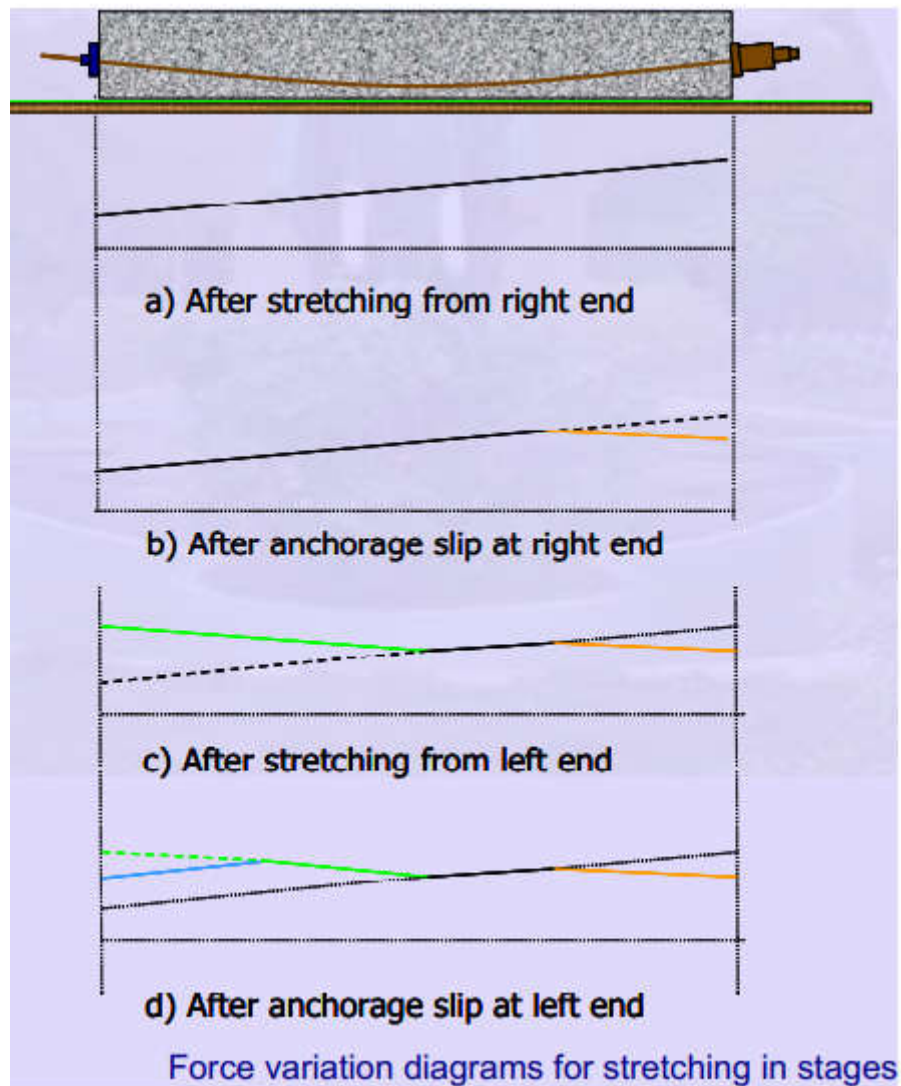
Anchorage System	Anchorage Slip ( $\Delta s$ )
Freyssinet system	
12 - 5mm $\Phi$ strands	4 mm
12 - 8mm $\Phi$ strands	6 mm
Magnel system	8 mm
Dywidag system	1 mm



Variation of prestressing force after anchorage slip



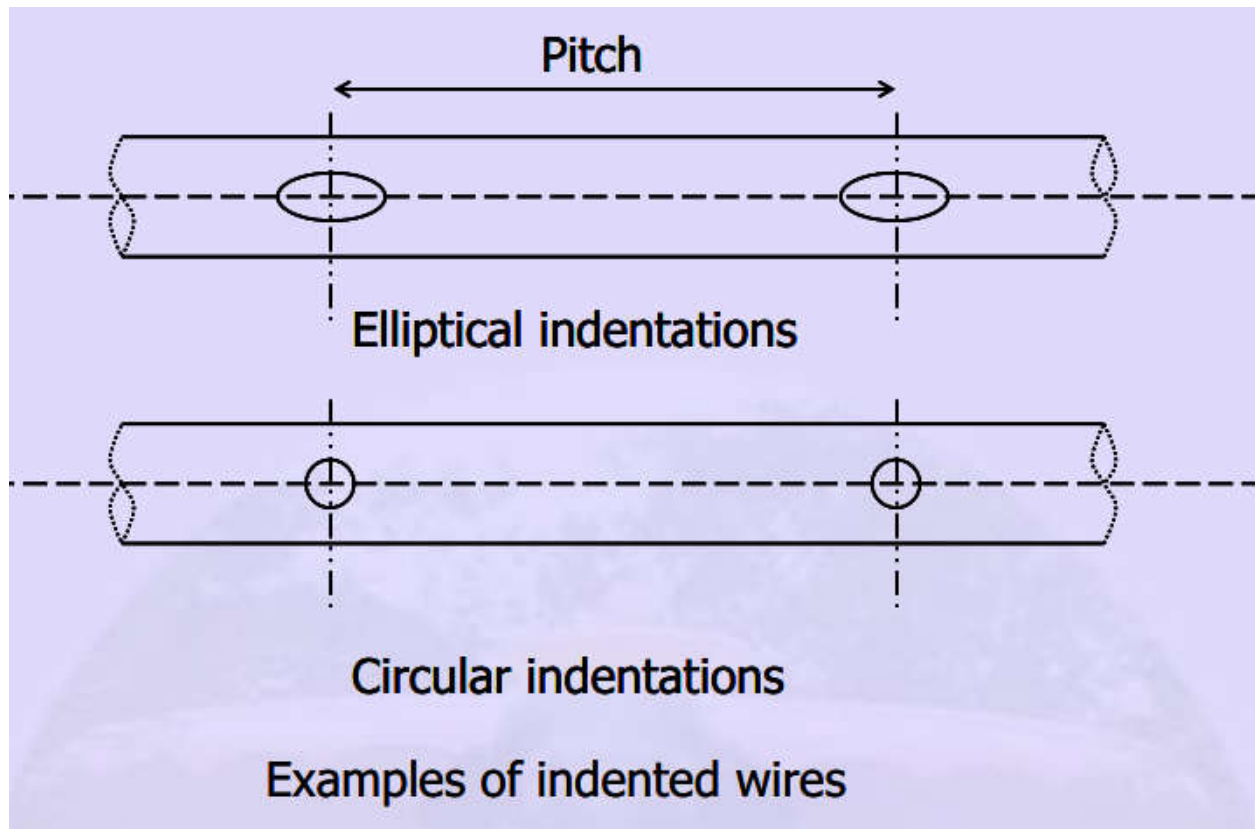
Force variation diagram near the stretching end



- 1) The creep is due to the sustained (permanently applied) loads only. Temporary loads are not considered in the calculation of creep.
- 2) Since the prestress may vary along the length of the member, an average value of the prestress can be considered.
- 3) The prestress changes due to creep and the creep is related to the instantaneous prestress. To consider this interaction, the calculation of creep can be iterated over small time steps.

### Time steps in the step-by-step procedure

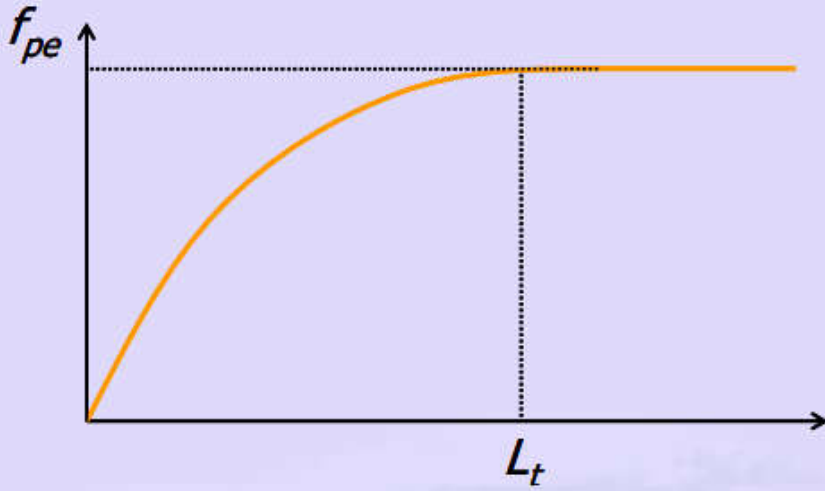
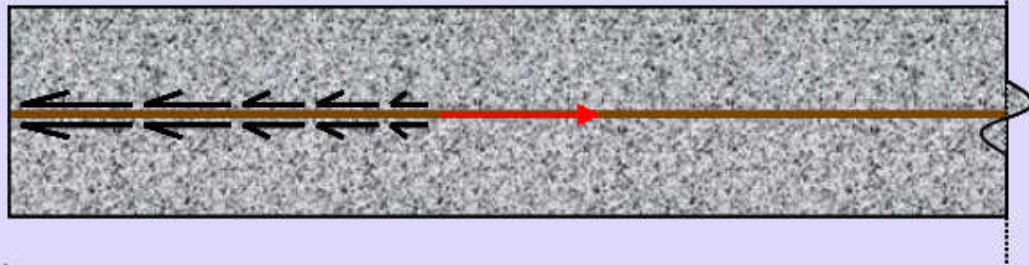
Step	Beginning	End
1	Pre-tension: Anchorage of steel Post-tension: End of curing	Age of prestressing
2	End of Step 1	30 days after prestressing or when subjected to superimposed load
3	End of Step 2	1 year of service
4	End of Step 3	End of service life



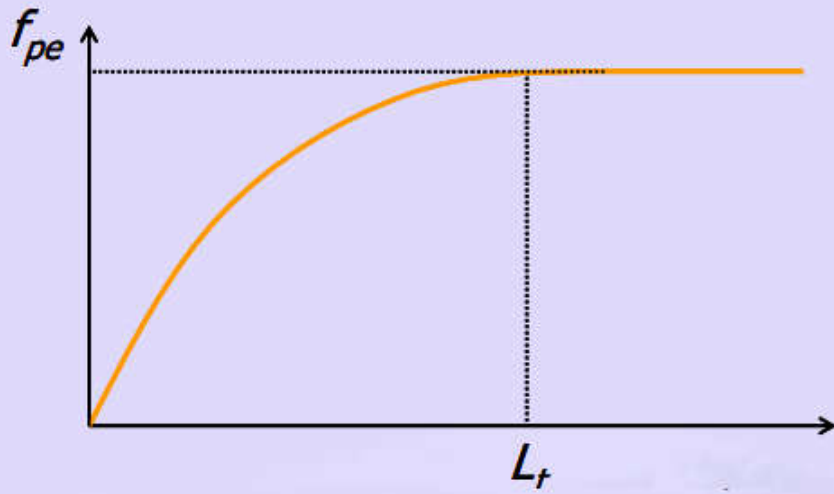
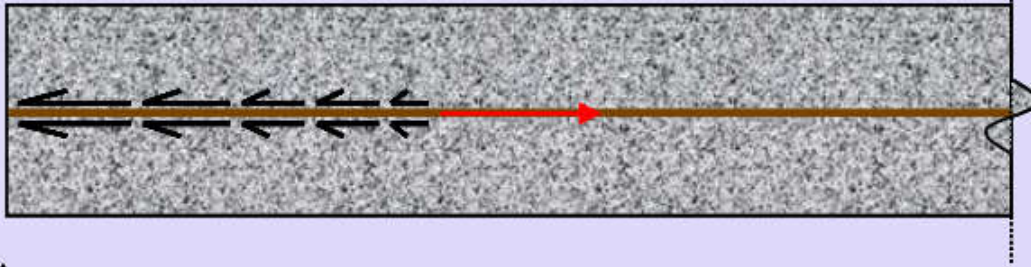


Twisted strand Deformed bar

Indented wires, twisted strands and deformed bars



Variation of prestress in tendon along transmission length

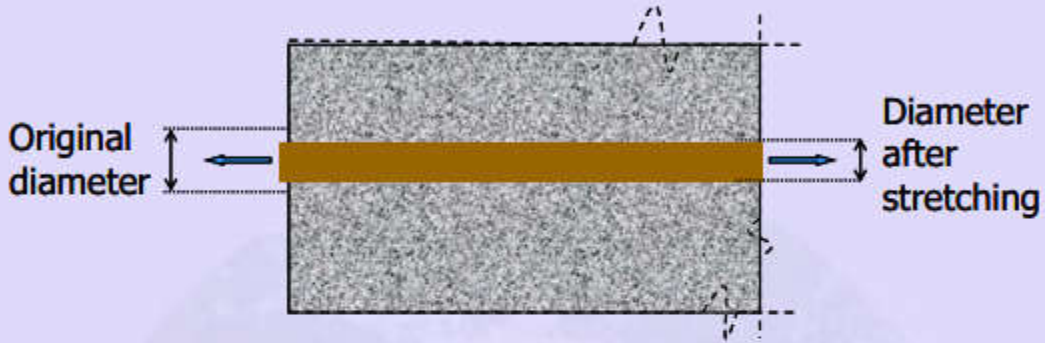


Variation of prestress in tendon along transmission length

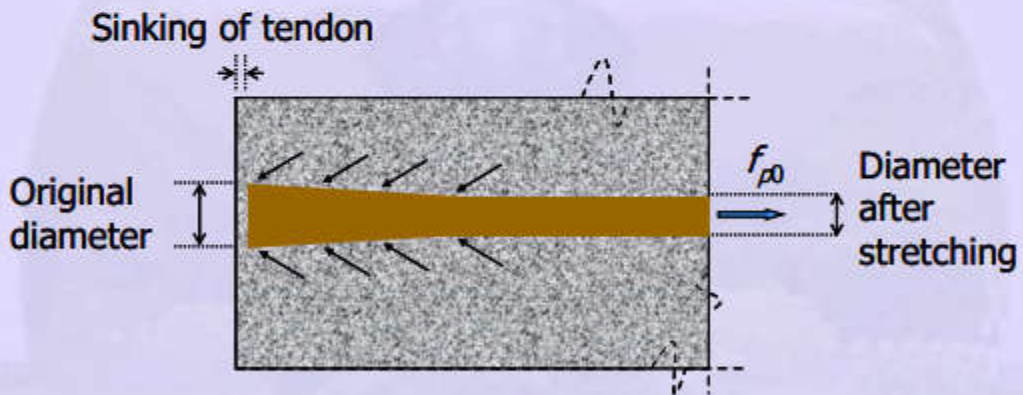




a) Applying tension to tendon



b) Casting of concrete



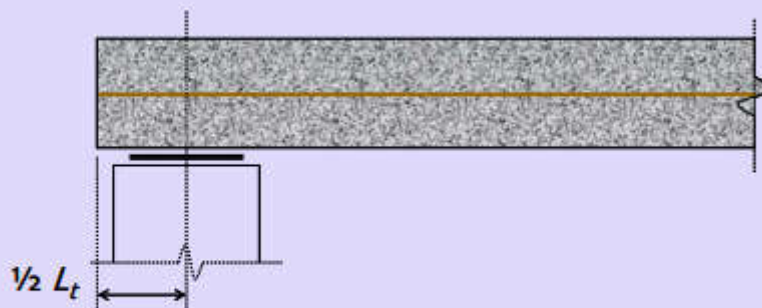
c) Transferring of prestress

Hoyer effect

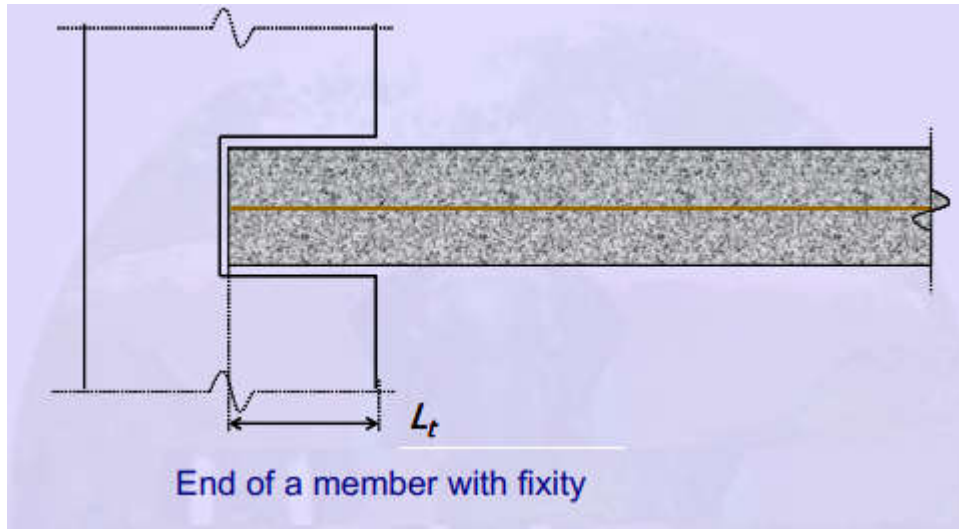
- 1) Type of tendon
  - wire, strand or bar
- 2) Size of tendon
- 3) Stress in tendon
- 4) Surface deformations of the tendon
  - Plain, indented, twisted or deformed
- 5) Strength of concrete at transfer
- 6) Pace of cutting of tendons
  - Abrupt flame cutting or slow release of jack
- 7) Presence of confining reinforcement
- 8) Effect of creep
- 9) Compaction of concrete
- 10) Amount of concrete cover.

#### Values of transmission length

For plain and intended wires	$L_t = 100 \phi$
For crimped wire	$L_t = 65 \phi$
For strands	$L_t = 30 \phi$

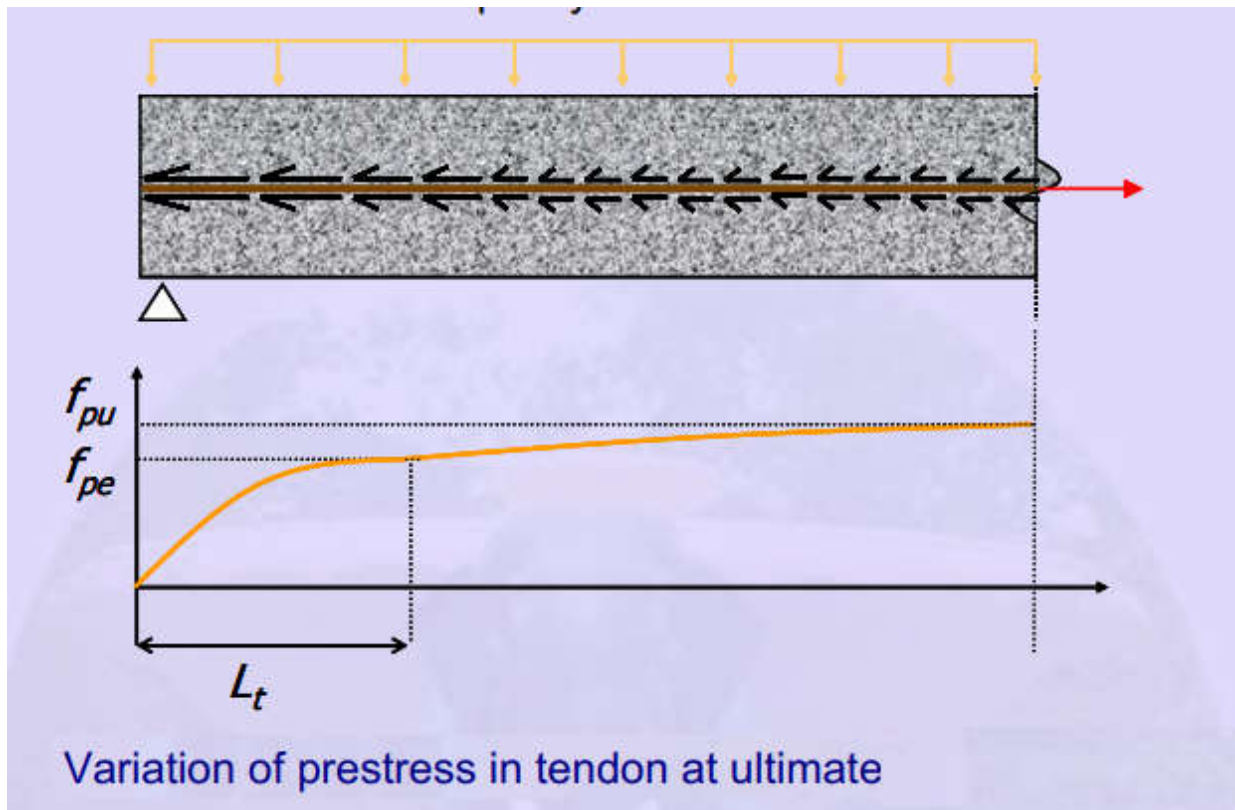


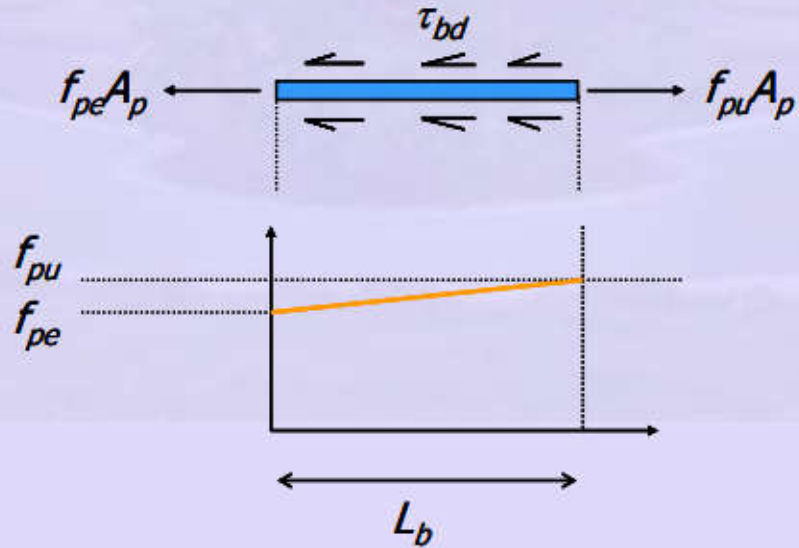
End of a simply supported member



The development length ( $L_d$ ) is the sum of the transmission length ( $L_t$ ) and the bond length ( $L_b$ ).

$$L_d = L_t + L_b$$





Assumed variation of prestress in tendon along the bond length

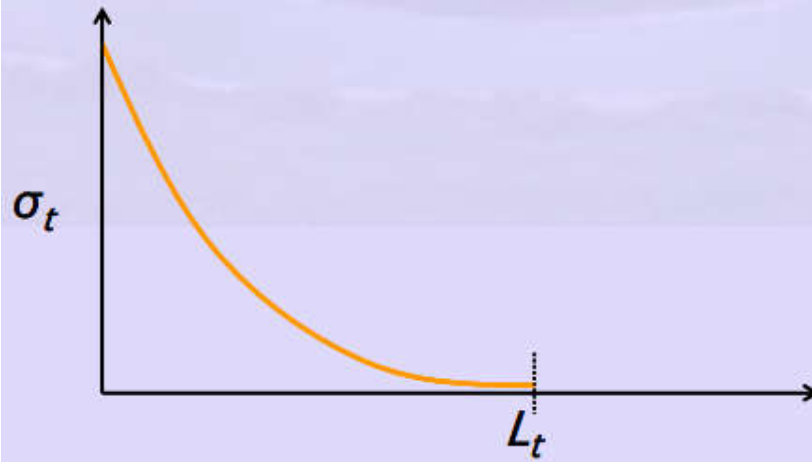
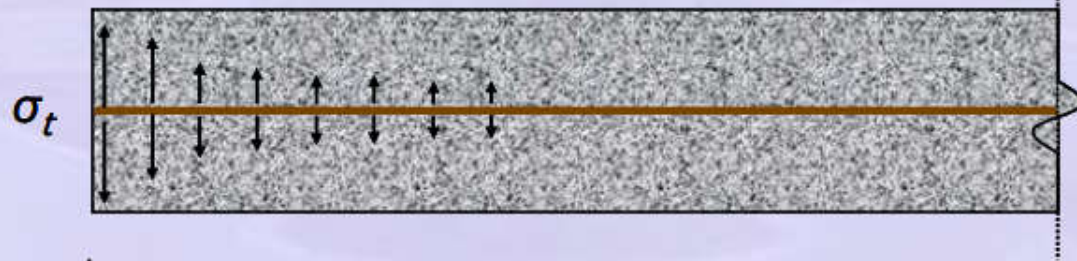
The bond length depends on the following factors

- 1) Surface condition of the tendon
- 2) Size of tendon
- 3) Stress in tendon
- 4) Depth of concrete below tendon

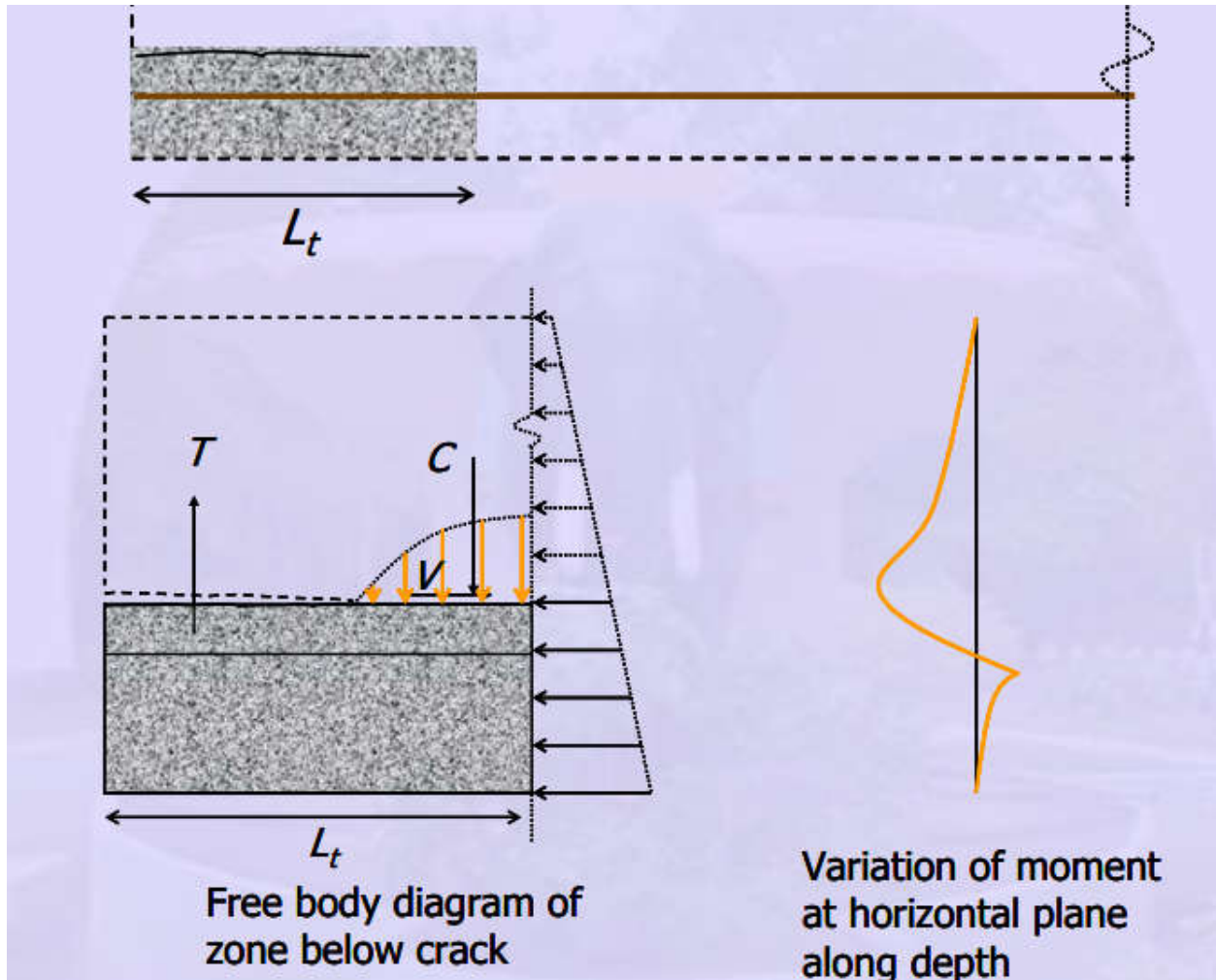
$$L_b = \frac{(f_{pu} - f_{pe}) \phi}{4\tau_{bd}}$$

Design bond stress for plain bars

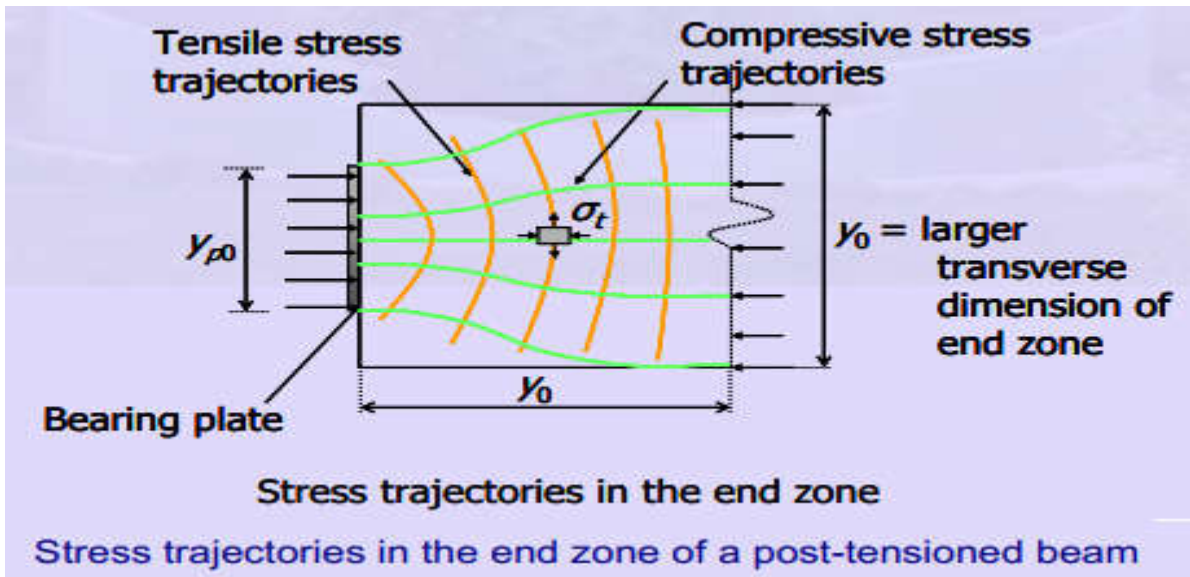
Grade of concrete	M30	M35	M40 and above
$\tau_{bd}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1.5	1.7	1.9

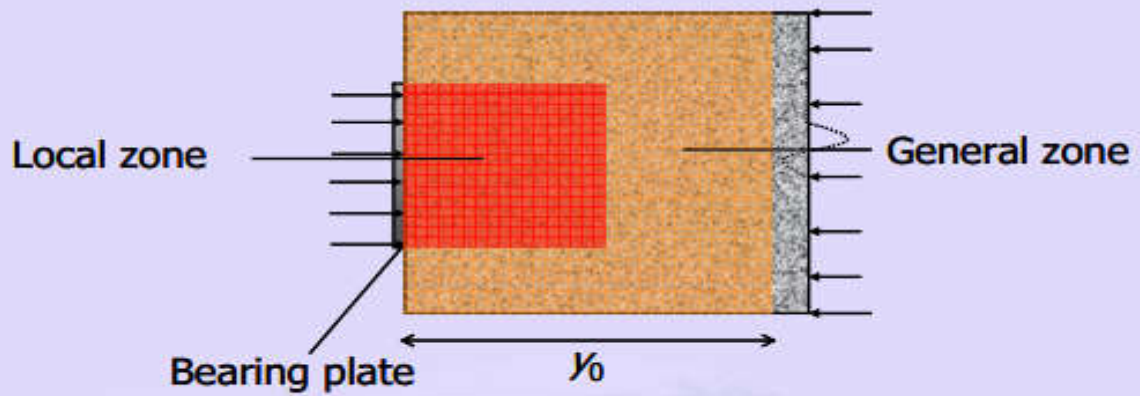


Transverse stress in the end zone of a pre-tensioned beam

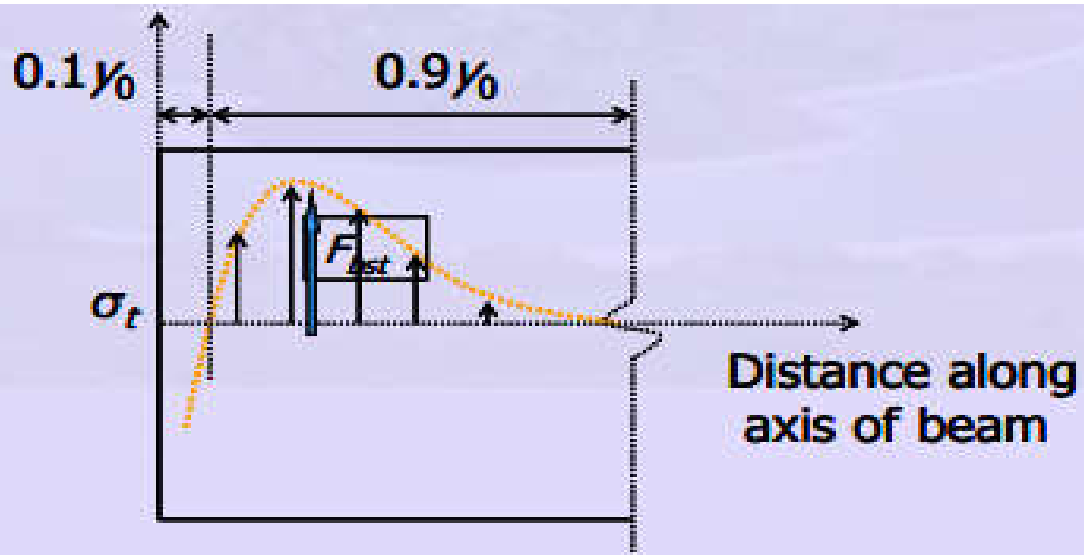


Forces in the end zone



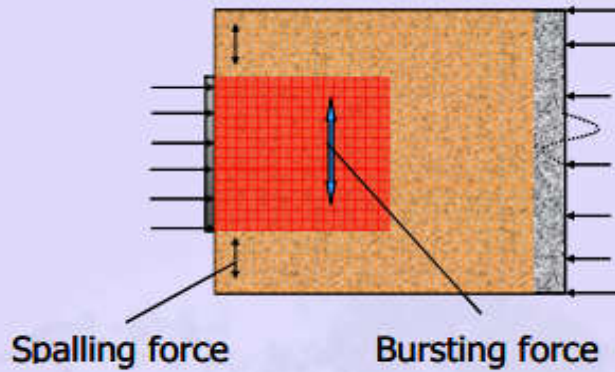


Local and general zones in the end zone

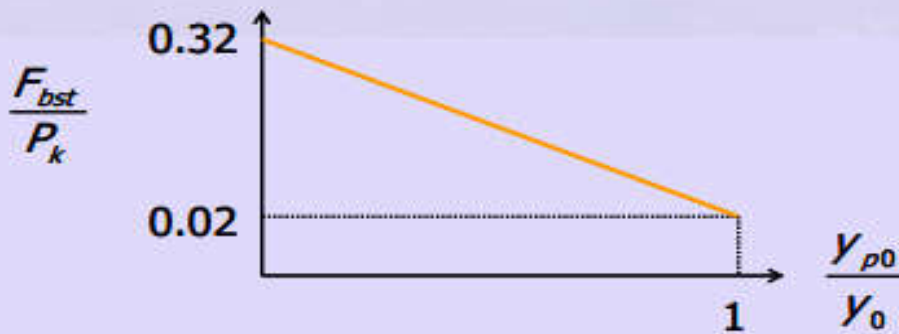


Transverse stress in the end zone

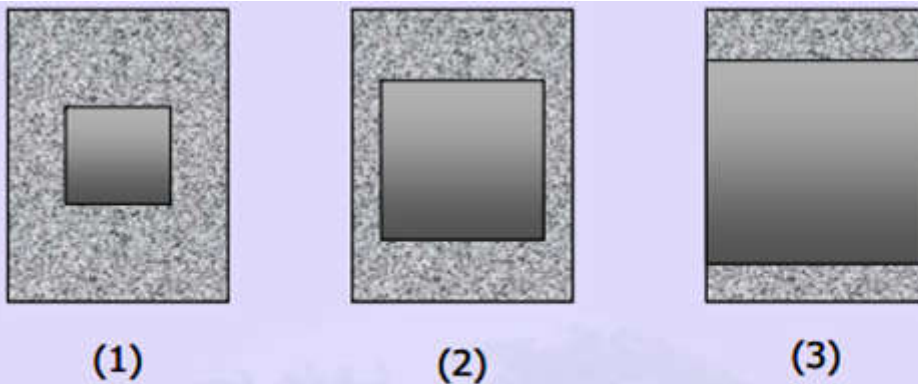
Besides the bursting force there is spalling forces in the general zone.



Spalling and bursting forces in the end zone

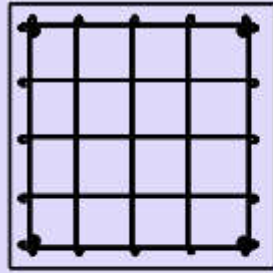


Variation of bursting force with size of bearing plate

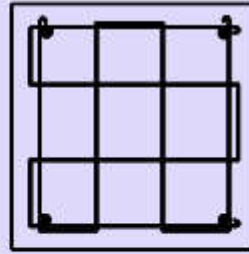


End views of end zones with varying size of the bearing plate



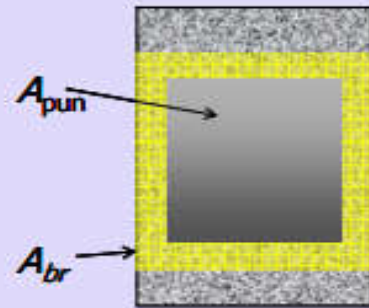
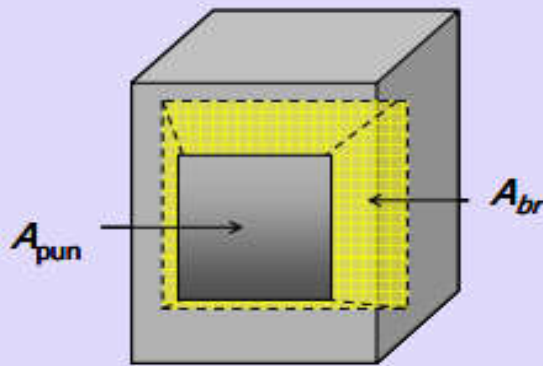


Mat



Links

Types of end zone reinforcement



End view showing bearing plate

End and isometric views of end zone



Spiral reinforcement in the end zone  
(Reference: Dywidag Systems International)



(a) Fabrication of end zone reinforcement



(b) Anchorage block and guide



(c) End zone reinforcement with guide and duct



(d) End block after casting

The important properties of aggregate are as follows.

- 1) Shape and texture
- 2) Size gradation
- 3) Moisture content
- 4) Specific gravity
- 5) Unit weight
- 6) Durability and absence of deleterious materials.

## **Admixtures**

- 1) Air-entraining admixtures
- 2) Water reducing admixtures
- 3) Set retarding admixtures
- 4) Set accelerating admixtures
- 5) Water reducing and set retarding admixtures
- 6) Water reducing and set accelerating admixtures.

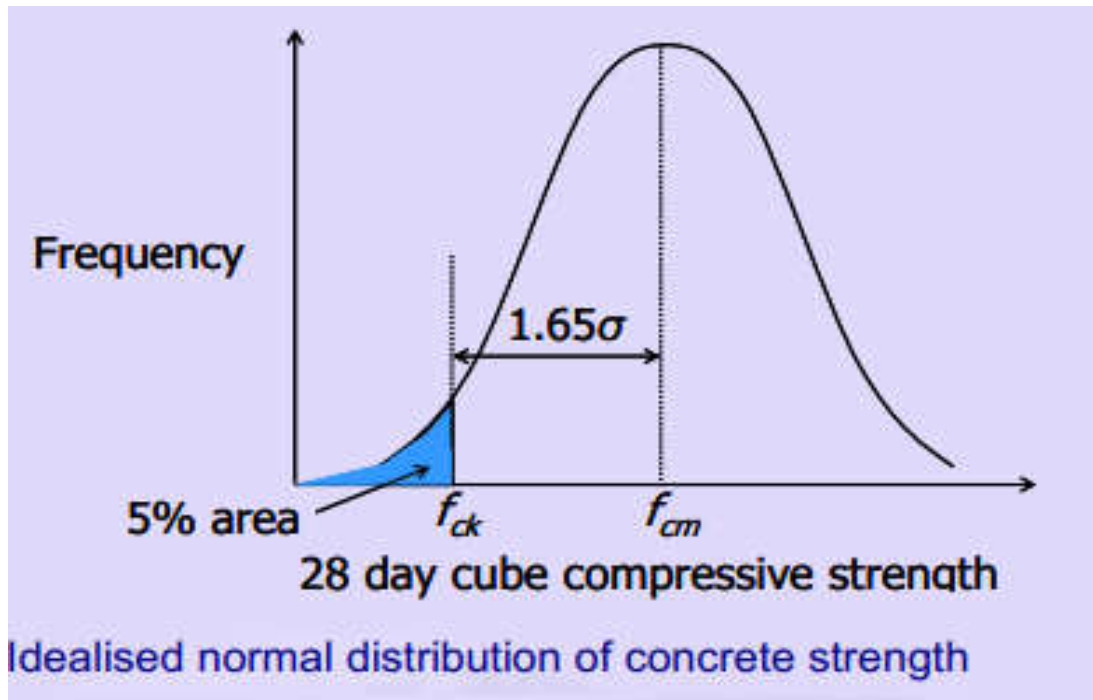
The common mineral admixtures are as follows.

- 1) Fly ash
- 2) Ground granulated blast-furnace slag
- 3) Silica fumes
- 4) Rice husk ash
- 5) Metakoline

These are cementitious and pozzolanic materials.

## **Strength of Concrete**

- 1) To sustain the high stresses at anchorage regions.
- 2) To have higher resistance in compression, tension, shear and bond.
- 3) To have higher stiffness for reduced deflection.
- 4) To have reduced shrinkage cracks.



### Tensile Strength

The tensile strength of concrete can be expressed as follows.

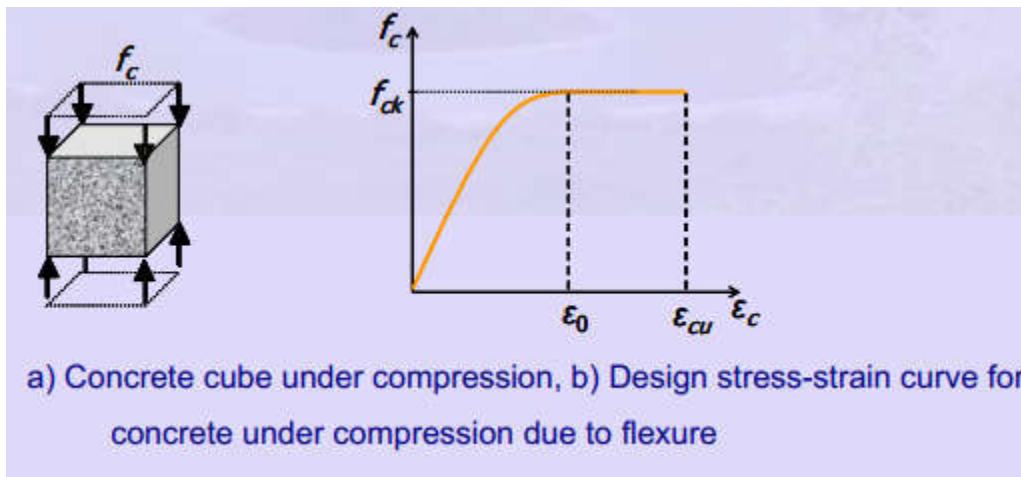
- 1) **Flexural tensile strength:** It is measured by testing beams under 2 point loading (also called 4 point loading including the reactions).
- 2) **Splitting tensile strength:** It is measured by testing cylinders under diametral compression.
- 3) **Direct tensile strength:** It is measured by testing rectangular specimens under direct tension.

### **Durability of Concrete**

- 1) Sulphate and other chemical attacks of concrete.
- 2) Alkali-aggregate reaction.
- 3) Freezing and thawing damage in cold regions.
- 4) Corrosion of steel bars or tendons.

## High Performance Concrete

- 1) High strength
- 2) Minimum shrinkage and creep
- 3) High durability
- 4) Easy to cast
- 5) Cost effective.



$$f_{ck} = f_{ck} \left[ 2 \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right]$$

For  $\epsilon_c < \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$

$$f_c = f_{ck}$$

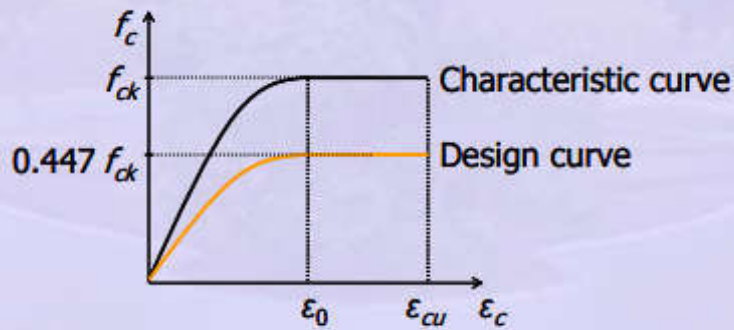
$f_c$  = compressive stress

$f_{ck}$  = characteristic compressive strength of cubes

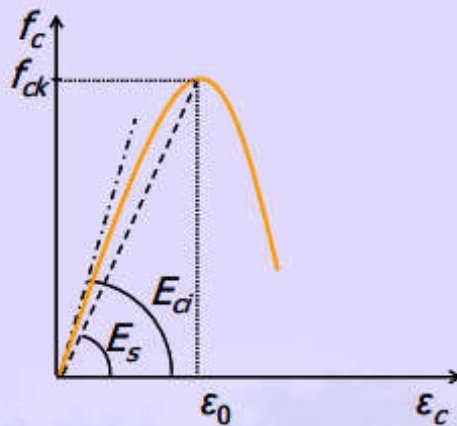
$\epsilon_c$  = compressive strain

$\epsilon_0$  = strain corresponding to  $f_{ck} = 0.002$

$\epsilon_{cu}$  = ultimate compressive strain = 0.0035



Stress-strain curves for concrete under compression due to flexure



Stress-strain curves for high strength concrete under compression

$$f_c = f_{ck} \frac{n \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)}{n-1 + \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^{nk}}$$

$f_c$  = compressive stress

$f_{ck}$  = characteristic compressive strength of cubes in  $\text{N/mm}^2$

$\epsilon_c$  = compressive strain

$\epsilon_0$  = strain corresponding to  $f_{ck}$

$k$  = 1 for  $\epsilon_c \leq \epsilon_0$

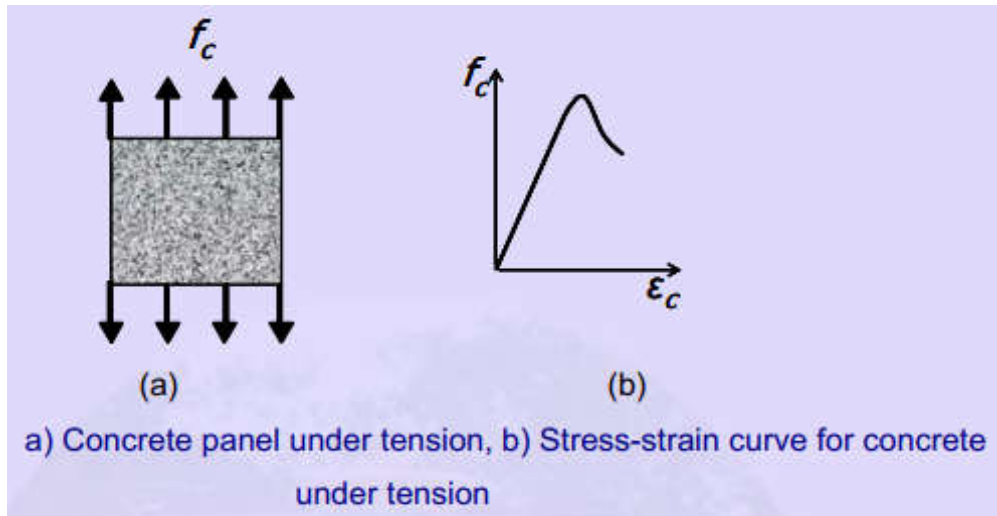
=  $0.67 + (f_{ck} / 77.5)$  for  $\epsilon_c > \epsilon_0$ . The value of  $k$  should be greater than 1.

$n$  =  $E_{ci} / (E_{ci} - E_s)$

$E_{ci}$  = initial modulus

$E_s$  = secant modulus at  $f_{ck} = f_{ck} / \epsilon_0$ .





Some special types of high performance concrete are as follows.

- 1) High strength concrete
- 2) High workability concrete
- 3) Self-compacting concrete
- 4) Reactive powder concrete
- 5) High volume fly ash concrete
- 6) Fibre reinforced concrete

## Prestressing Steel

- Forms of Prestressing Steel
- Types of Prestressing Steel
- Properties of Prestressing Steel
- Codal Provisions of Steel

## Properties of Prestressing Steel

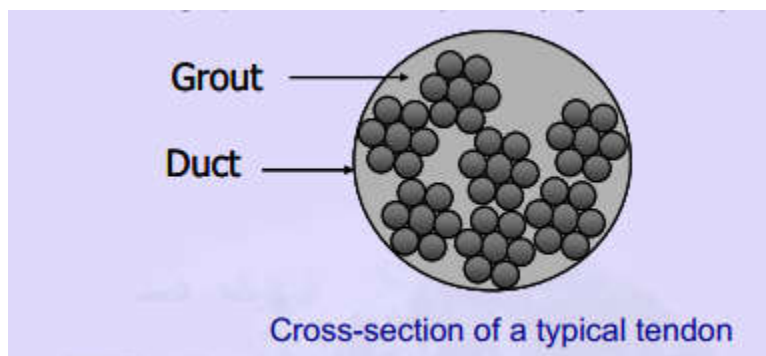
The steel in prestressed applications has to be of good quality. It requires the following attributes.

- 1) High strength
- 2) Adequate ductility
- 3) Bendability, which is required at the harping points and near the anchorage
- 4) High bond, required for pre-tensioned members
- 5) Low relaxation to reduce losses
- 6) Minimum corrosion.

## Strands

A few wires are spun together in a helical form to form a prestressing strand. The different types of strands are as follows.

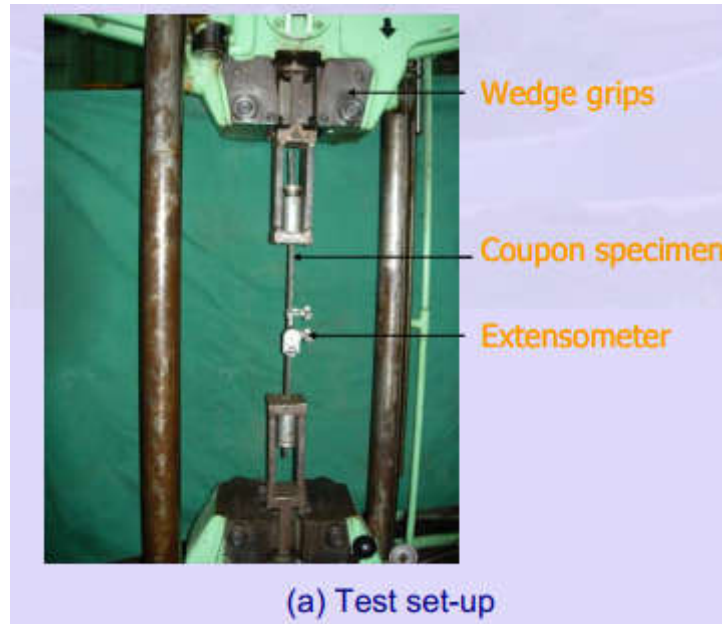
- 1) Two-wire strand: Two wires are spun together to form the strand.
- 2) Three-wire strand: Three wires are spun together to form the strand.
- 3) Seven-wire strand: In this type of strand, six wires are spun around a central wire. The central wire is larger than the other wires.



Reinforcing bars

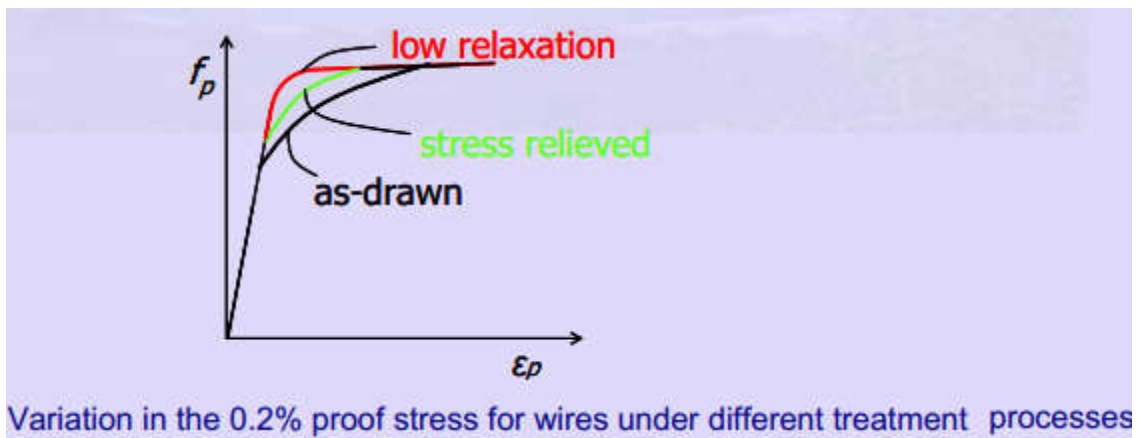
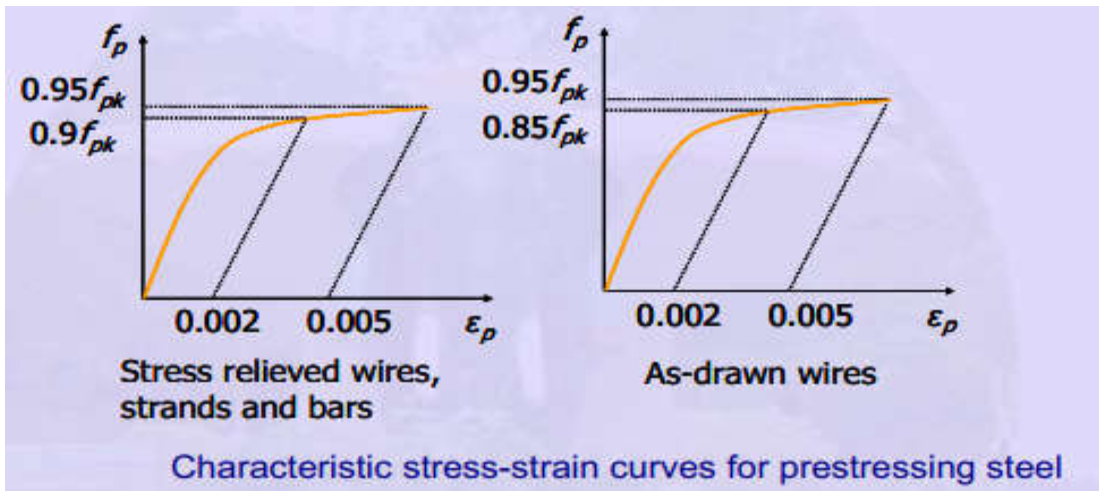
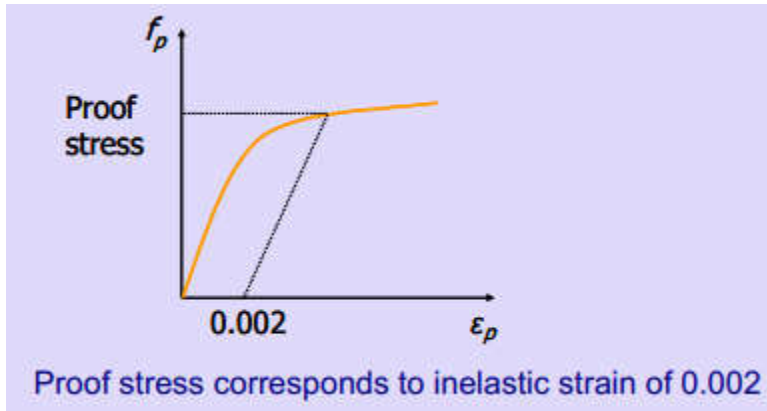
Prestressing wires,  
strands and bars

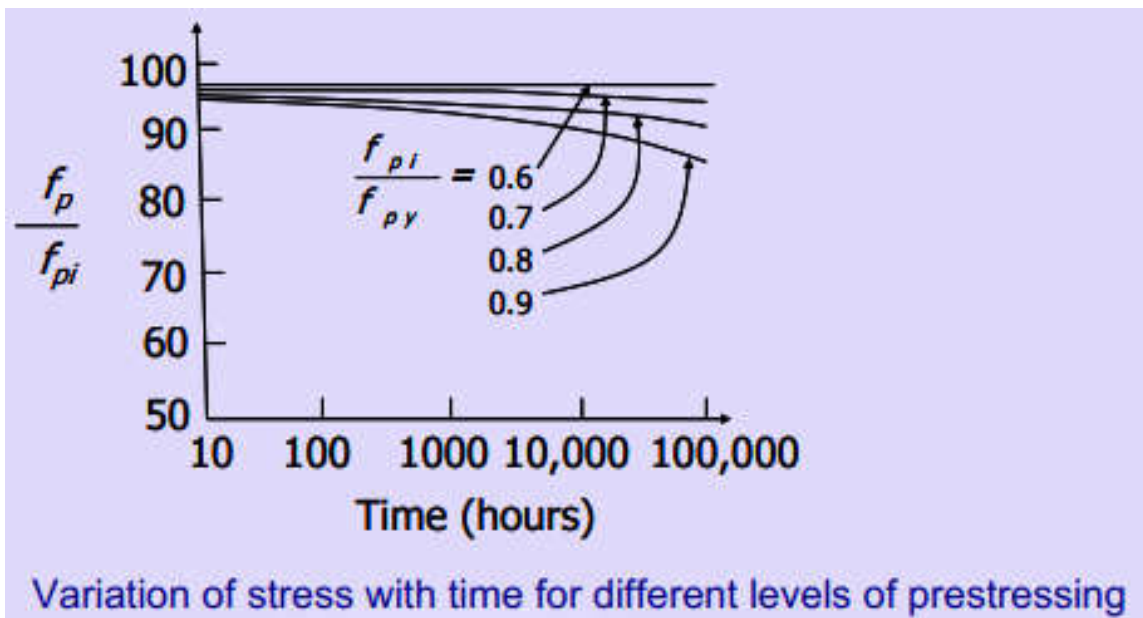
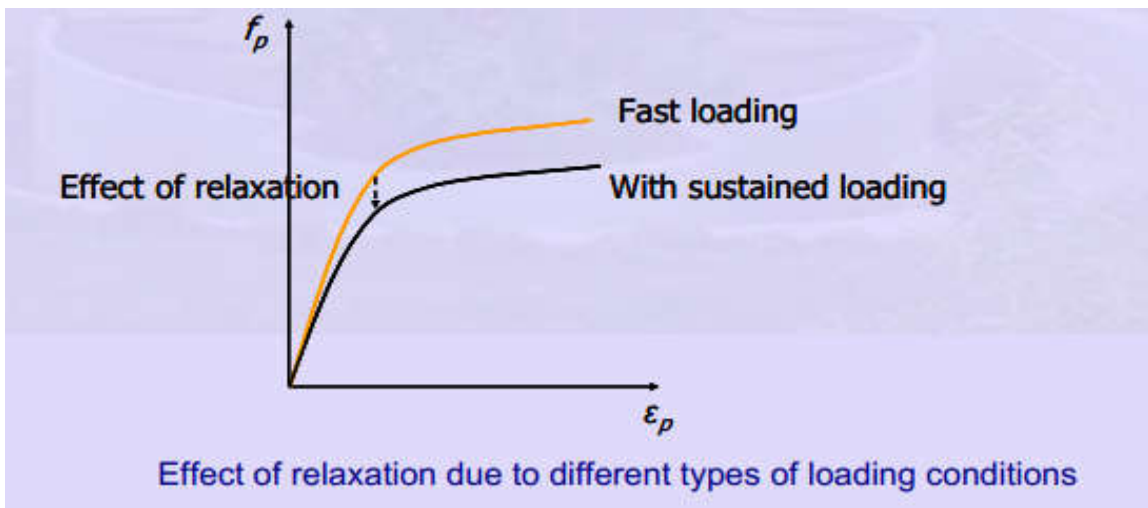
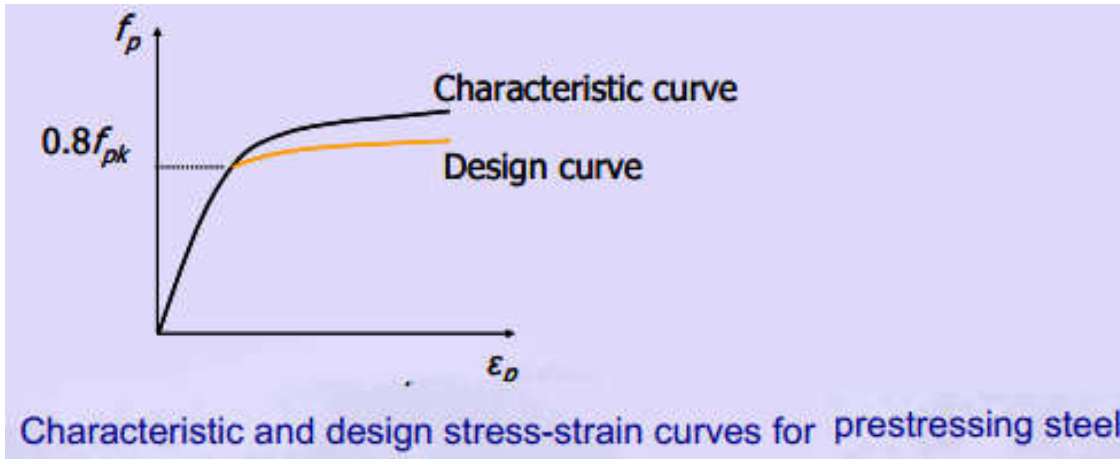




#### Modulus of elasticity

Type of steel	Modulus of elasticity
Cold-drawn wires	210 kN/mm <sup>2</sup>
High tensile steel bars	200 kN/mm <sup>2</sup>
Strands	195 kN/mm <sup>2</sup>





The following photos show the test set-up for relaxation test.



(a) Test of a single wire strand



(b) Test of a seven-wire strand  
Set-up for relaxation test

### Relaxation losses at 1000 hours

Cold drawn stress-relieved wires	5% of initial prestress
Indented wires	5% of initial prestress
Stress-relieved strand	5% of initial prestress
Bars	49 N/mm <sup>2</sup>

### Relaxation losses at 1000 hours at 27°C

Initial Stress	Relaxation Loss (N/mm <sup>2</sup> )
$0.5f_{pk}$	0
$0.6f_{pk}$	35
$0.7f_{pk}$	70
$0.8f_{pk}$	90

## Durability

- 1) Epoxy coating
- 2) Mastic wrap (grease impregnated tape)
- 3) Galvanized bars
- 4) Encasing in tubes.

The creep occurs due to two causes.

1. Rearrangement of hydrated cement paste (especially the layered products)
2. Expulsion of water from voids under load



The creep strain depends on several factors. It increases with the increase in the following variables.

- 1) Cement content (cement paste to aggregate ratio)
- 2) Water-to-cement ratio
- 3) Air entrainment
- 4) Ambient temperature.

The creep strain decreases with the increase in the following variables.

- 1) Age of concrete at the time of loading.
- 2) Relative humidity
- 3) Volume to surface area ratio.

Creep coefficient  $\theta$  for three values of age of loading

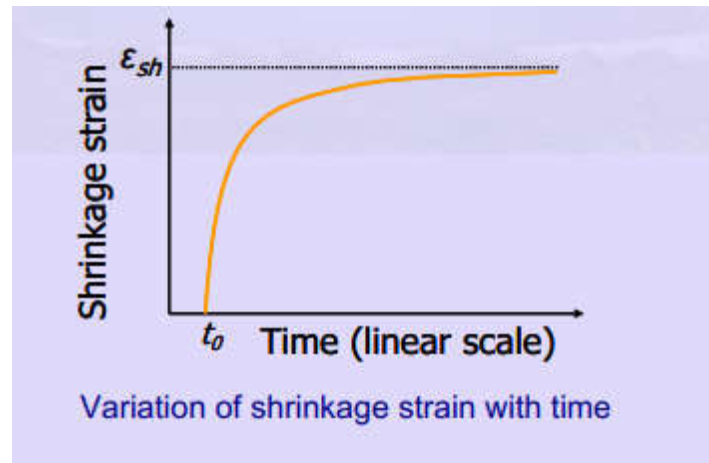
Age of Loading	Creep Coefficient
7 days	2.2
28 days	1.6
1 year	1.1

### Shrinkage of Concrete

Shrinkage of concrete is defined as the contraction due to loss of moisture. The study of shrinkage is also important in prestressed concrete to calculate the loss in prestress.

The shrinkage occurs due to two causes.

1. Loss of water from voids
2. Reduction of volume during carbonation



Like creep, shrinkage also depends on several factors. The shrinkage strain increases with the increase in the following variables.

- 1) Ambient temperature
- 2) Temperature gradient in the members
- 3) Water-to-cement ratio
- 4) Cement content.

The shrinkage strain decreases with the increase in the following variables.

- 1) Age of concrete at commencement of drying
- 2) Relative humidity
- 3) Volume to surface area ratio.

The shrinkage strain also depends on the type of aggregate.

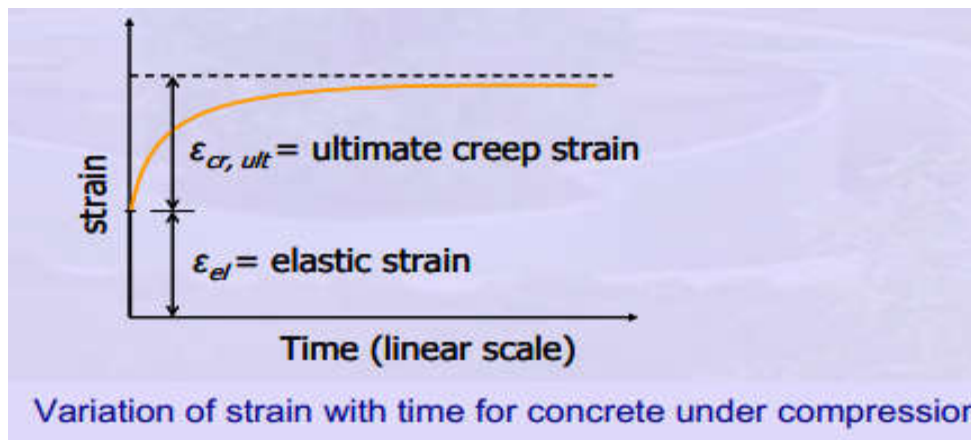
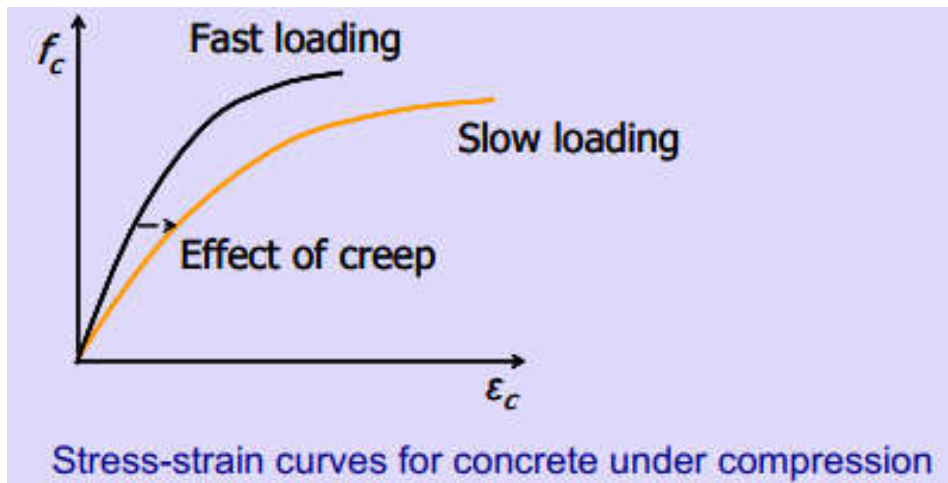
For pre-tension  $\epsilon_{sh} = 0.0003$

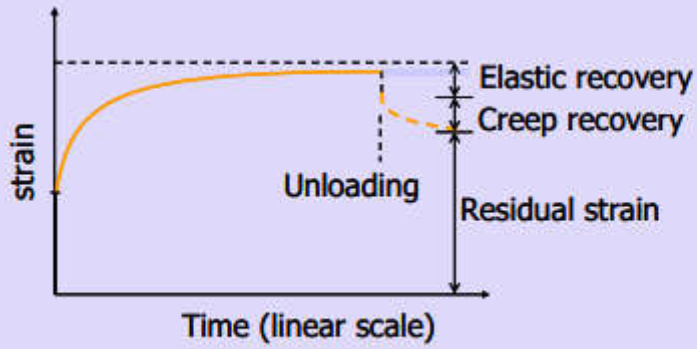
For post-tension  $\epsilon_{sh} = \frac{0.0002}{\log_{10}(t+2)}$

## Properties of Grout

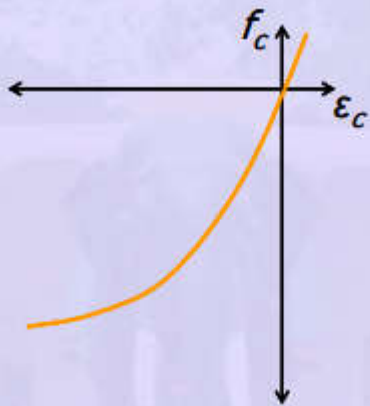
The desirable properties of grout are as follows.

- 1) Fluidity
- 2) Minimum bleeding and segregation
- 3) Low shrinkage
- 4) Adequate strength after hardening
- 5) No detrimental compounds
- 6) Durable.

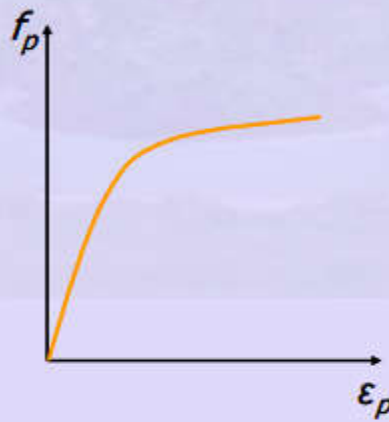




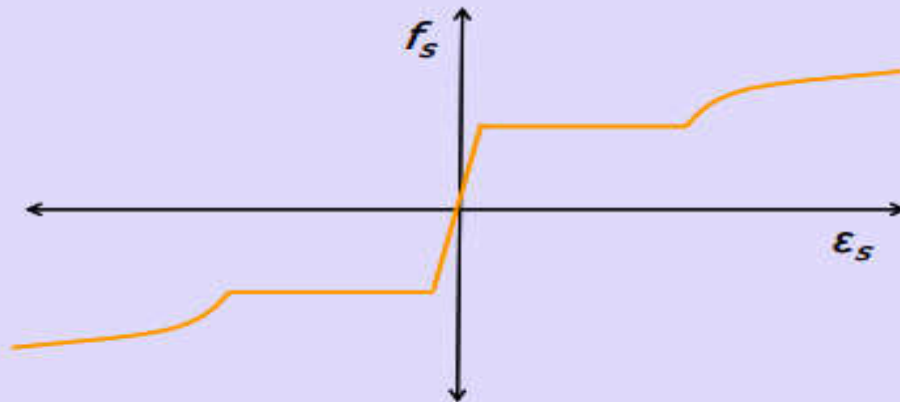
Variation of strain with time showing the effect of unloading



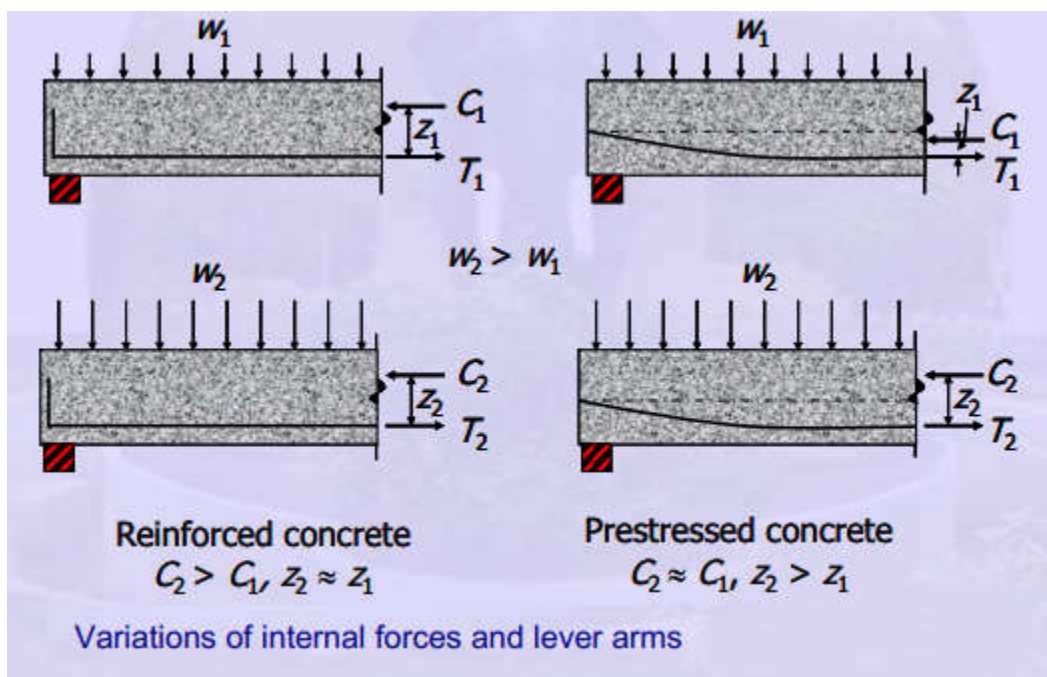
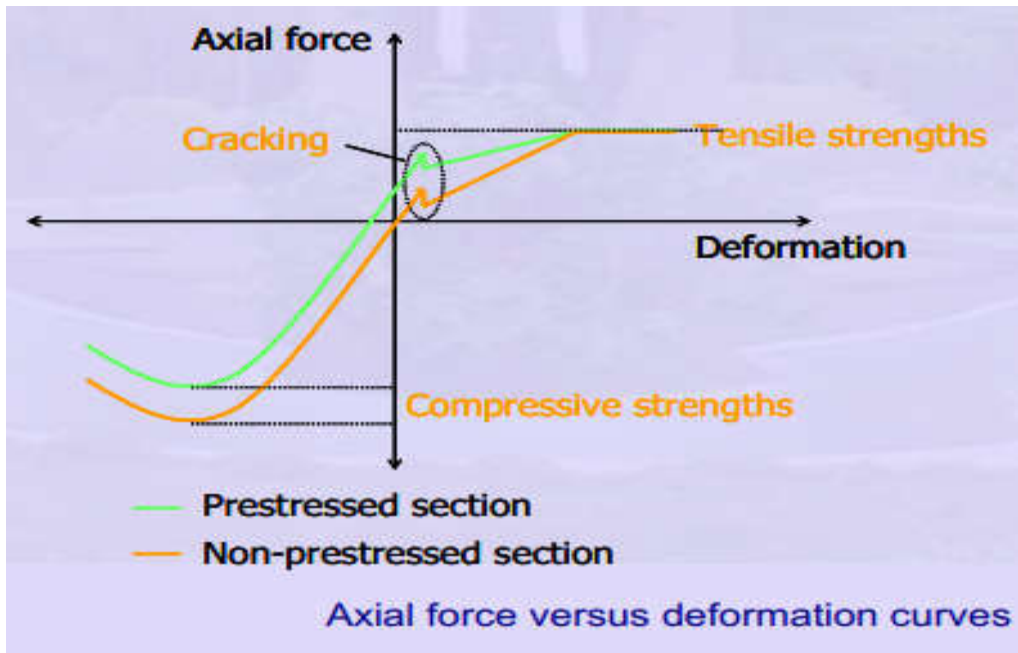
Stress versus strain for concrete



Stress versus strain for prestressing steel



Stress versus strain for reinforcing steel



$C_1, T_1$  = compression and tension at transfer due to self weight

$C_2, T_2$  = compression and tension under service loads

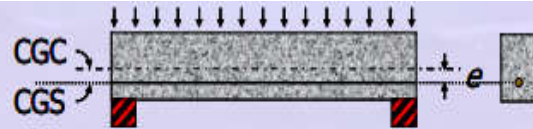
$w_1$  = self weight

$w_2$  = service loads

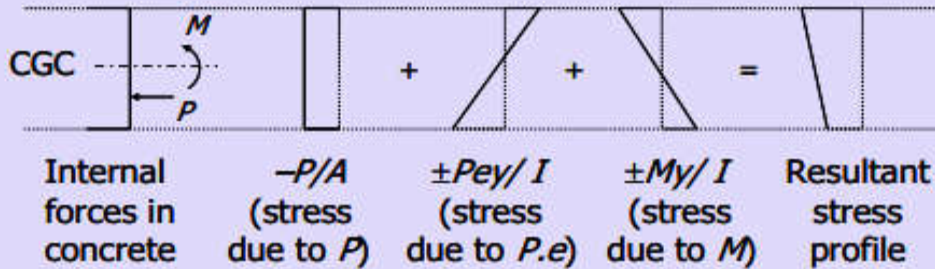
$z_1$  = lever arm at transfer

$z_2$  = lever arm under service loads.

- a) Based on stress concept.
- b) Based on force concept.
- c) Based on load balancing concept.



A simply supported beam under UDL



Stress profiles at a section due to internal forces

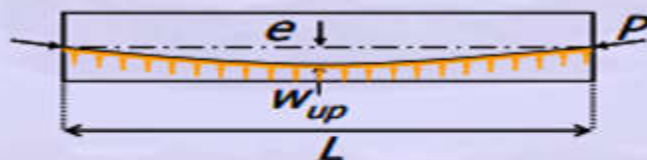


Internal forces at prestressing (neglecting self-weight)

Internal forces after loading

Internal forces at a section

For a Parabolic Tendon



Free body diagram of concrete



Bending moment diagram

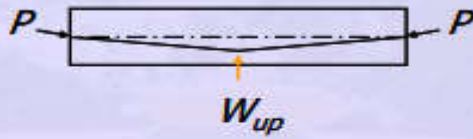
Simply supported beam with parabolic tendon

$$M = W_{up} a L = P e$$

$$W_{up} = \frac{P e}{a L}$$

$$\Delta = \frac{a(3 - 4a^2) W_{up} L^3}{24 E I}$$

b) For Singly Harped Tendon



Free body diagram of concrete

$$M = \frac{w_{up} L^2}{8}$$

$$w_{up} = \frac{8Pe}{L^2}$$

$$\Delta = \frac{5w_{up} L^4}{384EI}$$



Bending moment diagram

c) For Doubly Harped Tendon

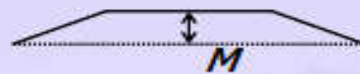
$$M = \frac{W_{up} L}{4} = Pe$$

$$W_{up} = \frac{4Pe}{L}$$

$$\Delta = \frac{W_{up} L^3}{48EI}$$



Free body diagram of concrete



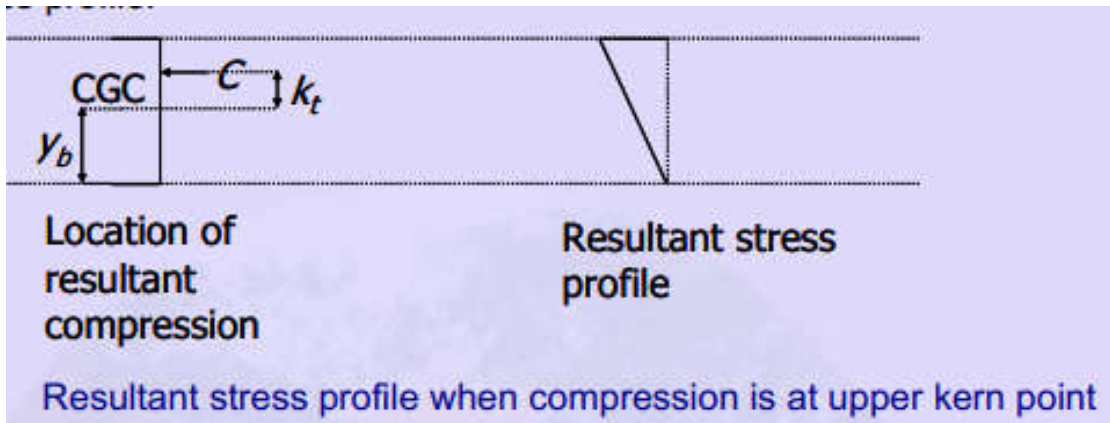
Bending moment diagram



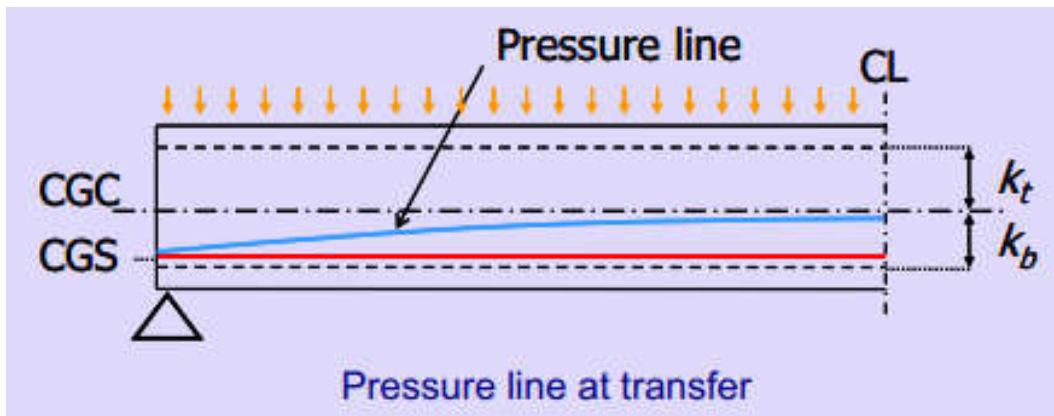
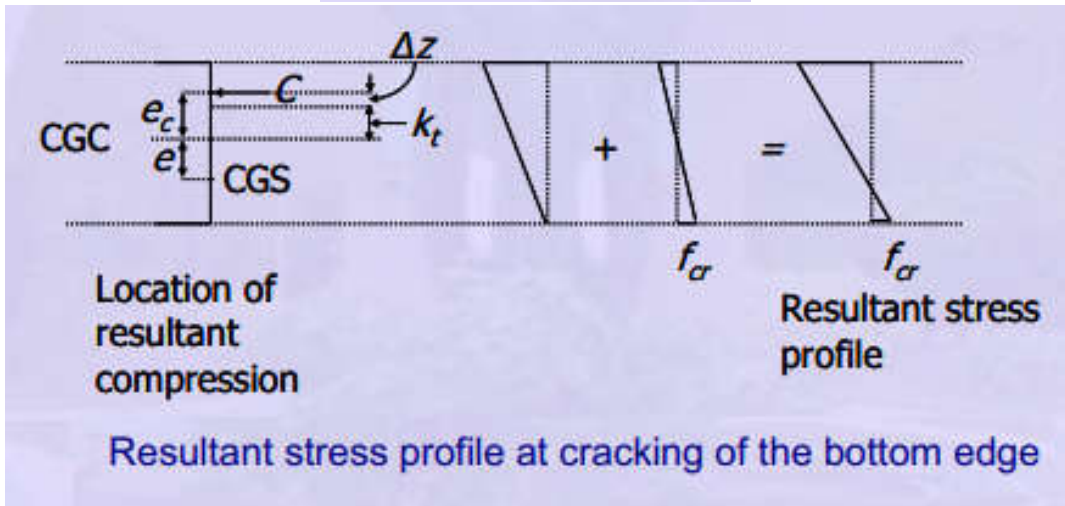
Internal forces in concrete

Resultant stress profile

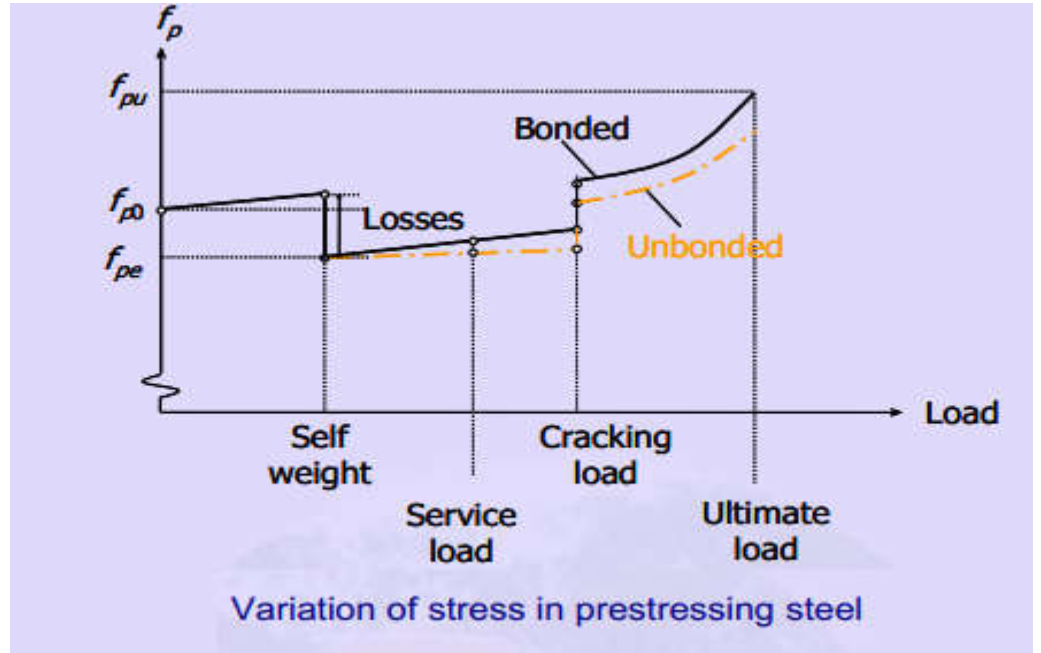
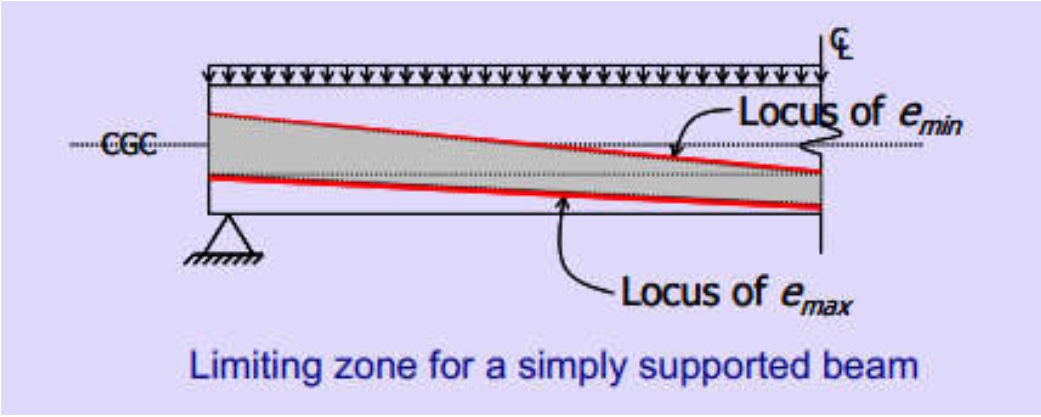
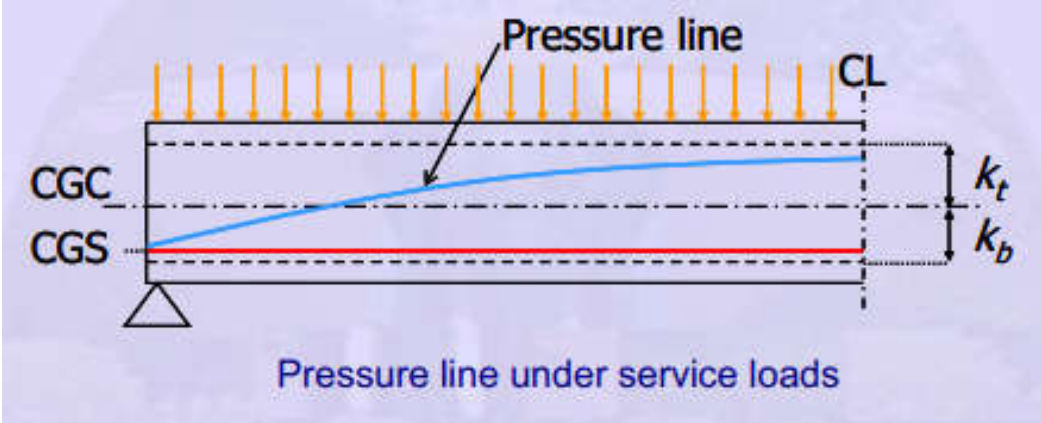
Internal forces and resultant stress profile at cracking

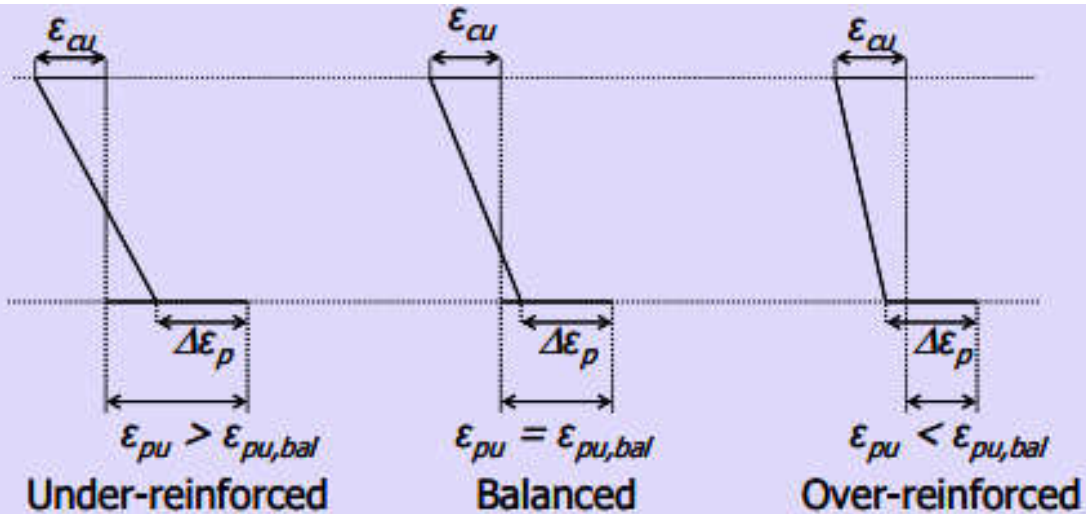


- a) Cracking moment.
- b) Location of kern points.
- c) Location of pressure line.









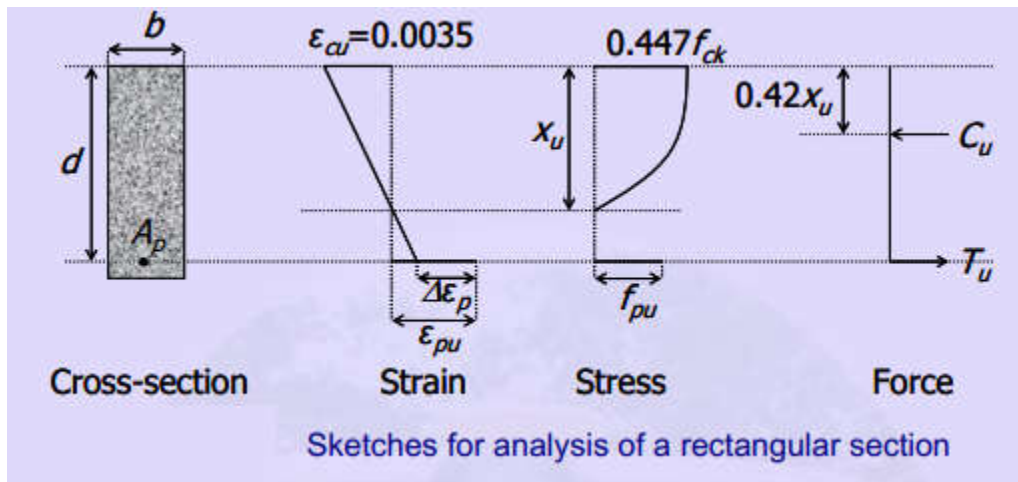
Strain profiles along the depths of three prestressed members

#### Assumptions for Analysis

- 1) Plane sections perpendicular to the axis of the member remain plane till the ultimate state.
- 2) Perfect bond is retained between concrete and prestressing steel for bonded tendons.
- 3) Tension in concrete is neglected.
- 4) The design stress versus strain curves of concrete and steel are considered.

The methods of analysis will be presented for three types of sections.

- 1) Rectangular section: A rectangular section is easy to cast, but it is not an efficient section.
- 2) Flanged section: A precast flanged section, with flanges either at top or bottom needs costlier formwork. But the section is efficient in flexure. A flanged section can also be made of precast web and cast-in-place slab.
- 3) Partially prestressed section: A section in a member containing both prestressed and non-prestressed reinforcement.



$b$  = breadth of the section

$d$  = depth of the centroid of prestressing steel (CGS)

$A_p$  = area of the prestressing steel

$\Delta\epsilon_p$  = strain difference

$x_u$  = depth of the neutral axis at ultimate

$\epsilon_{pu}$  = strain in prestressing steel at the level of CGS at ultimate

$f_{pu}$  = stress in prestressing steel at ultimate

In the force diagram,

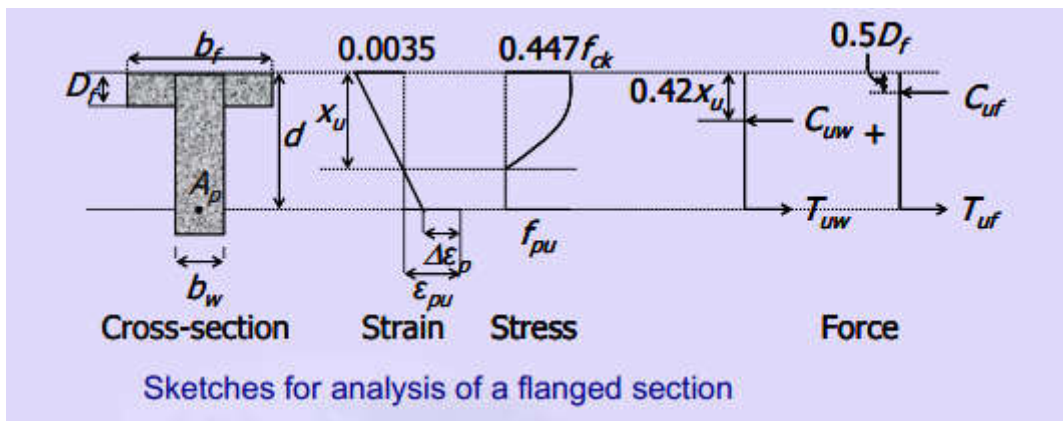
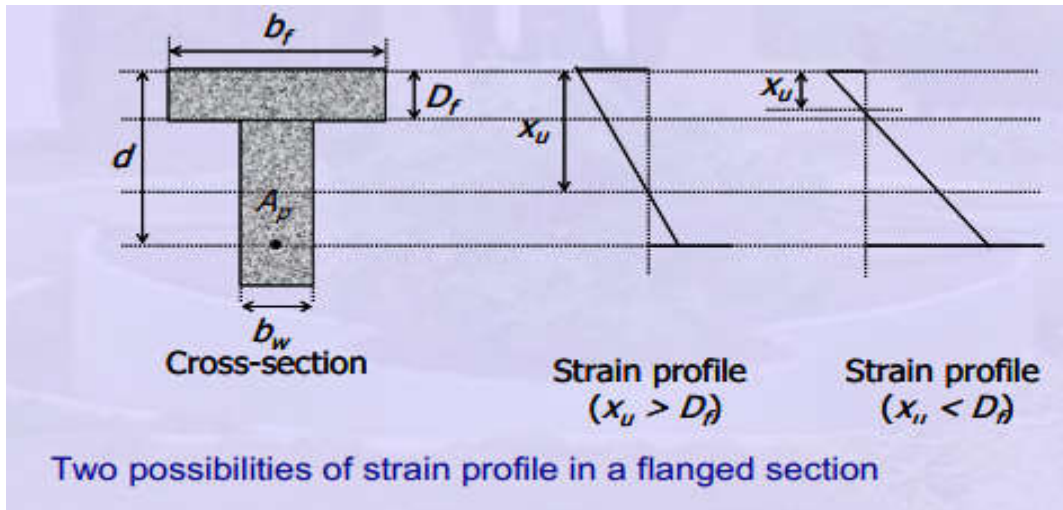
$$C_u = 0.36f_{ck}x_u b$$

$$T_u = A_p f_{pu}$$

The strengths of the materials are denoted by the following symbols.

$f_{ck}$  = characteristic compressive strength of concrete

$f_{pk}$  = characteristic tensile strength of prestressing steel



- $b_f$  = breadth of the flange
- $b_w$  = breadth of the web
- $D_f$  = depth of the flange
- $d$  = depth of the centroid of prestressing steel (CGS)
- $A_p$  = area of the prestressing steel
- $\Delta\epsilon_p$  = strain difference in the prestressing steel when strain in concrete is zero
- $x_u$  = depth of the neutral axis at ultimate
- $\epsilon_{pu}$  = strain in prestressing steel at the level of CGS at ultimate
- $f_{pu}$  = stress in prestressing steel at ultimate

The variables in the above figure are explained.

$b$	= breadth of the section
$d$	= depth of the centroid of the reinforcing steel (tension side)
$d'$	= depth of the centroid of the reinforcing steel (compression side)
$d_p$	= depth of the centroid of prestressing steel (CGS)
$A_s$	= area of the reinforcing steel (tension side)
$A_s'$	= area of the reinforcing steel (compression side)
$A_p$	= area of the prestressing steel
$\Delta\varepsilon_p$	= strain difference in the prestressing steel when strain in concrete is zero
$x_u$	= depth of the neutral axis at ultimate
$\varepsilon_s$	= strain in reinforcing steel (tension side) at ultimate
$\varepsilon_s'$	= strain in reinforcing steel (compression side) at ultimate
$\varepsilon_{pu}$	= strain in prestressing steel at the level of CGS at ultimate
$f_s$	= stress in reinforcing steel (tension side) at ultimate
$f_s'$	= stress in reinforcing steel (compression side) at ultimate
$f_{pu}$	= stress in prestressing steel at ultimate.

The expressions of the forces are as follows.

$$C_{uw} = 0.36f_{ck}x_u b_w$$

$$C_{uf} = 0.447f_{ck}(b_f - b_w)D_f$$

$$T_{uw} = A_{pw}f_{pu}$$

$$T_{uf} = A_{pf}f_{pu}$$

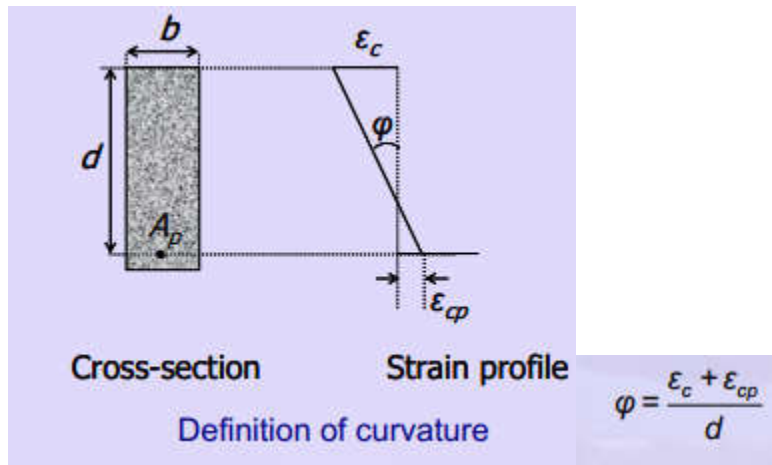
The strengths of the materials are denoted by the following symbols.

$A_{pf}$  = part of  $A_p$  that balances compression in the outstanding flanges

$A_{pw}$  = part of  $A_p$  that balances compression in the web

$f_{ck}$  = characteristic compressive strength of concrete

$f_{pk}$  = characteristic tensile strength of prestressing steel



The analysis of behaviour involves the following three principles of mechanics.

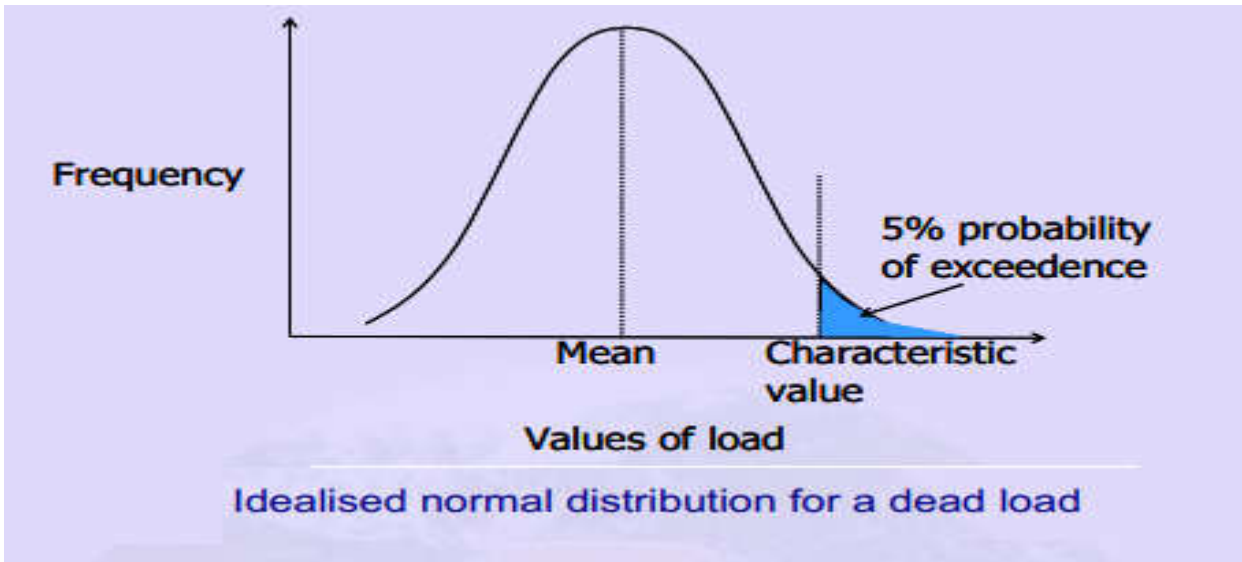
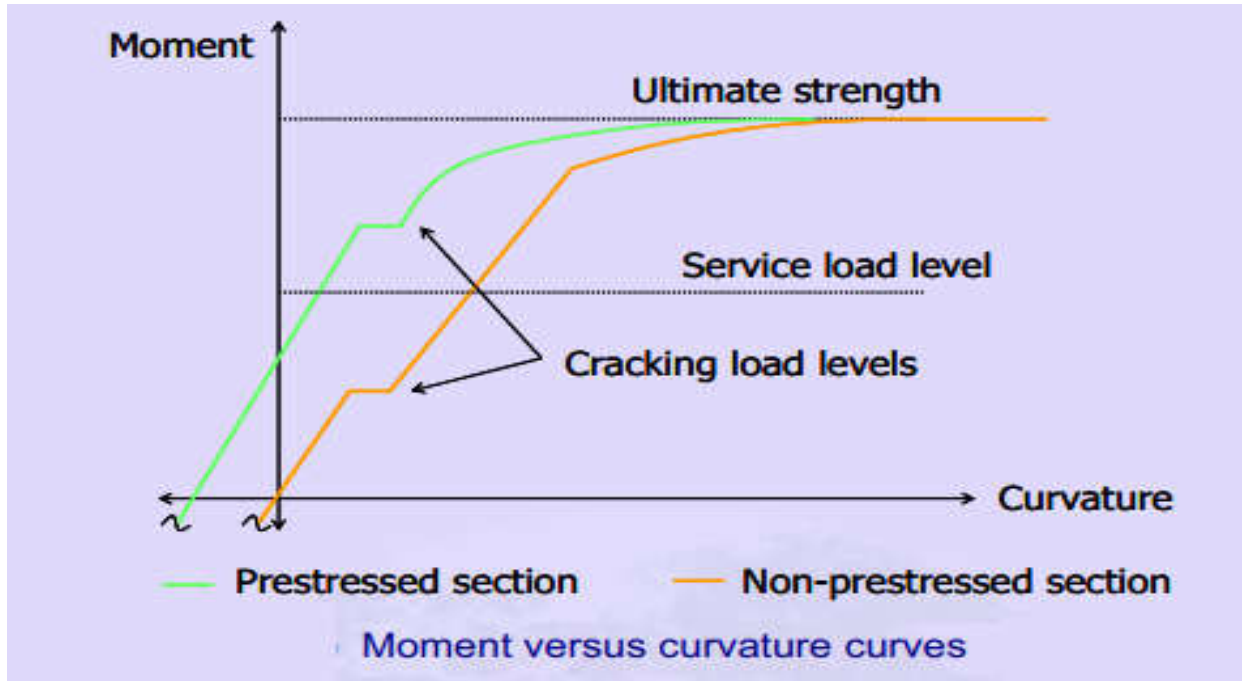
- 1) **Equilibrium of internal forces** with the external loads at any point of the behaviour. There are two equilibrium equations.

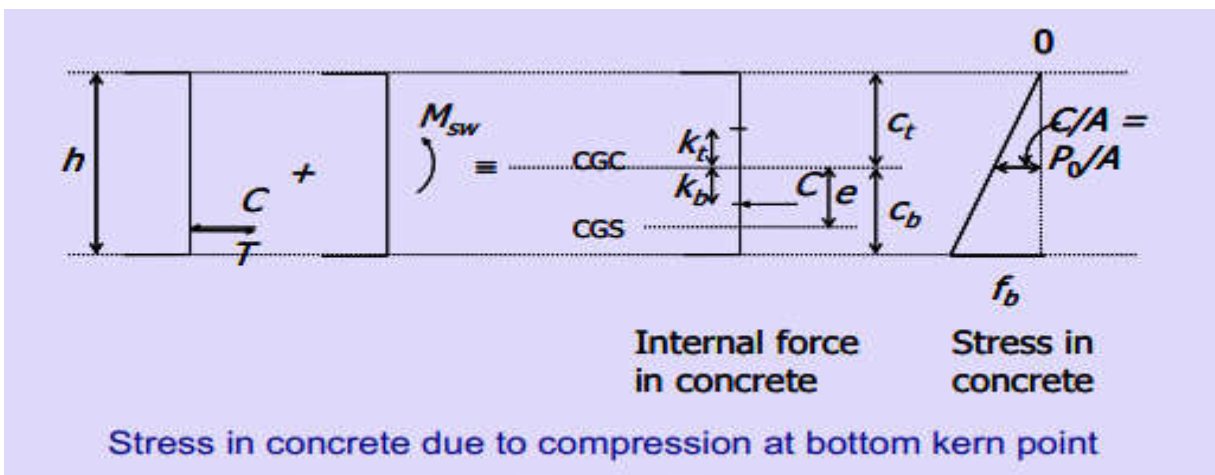
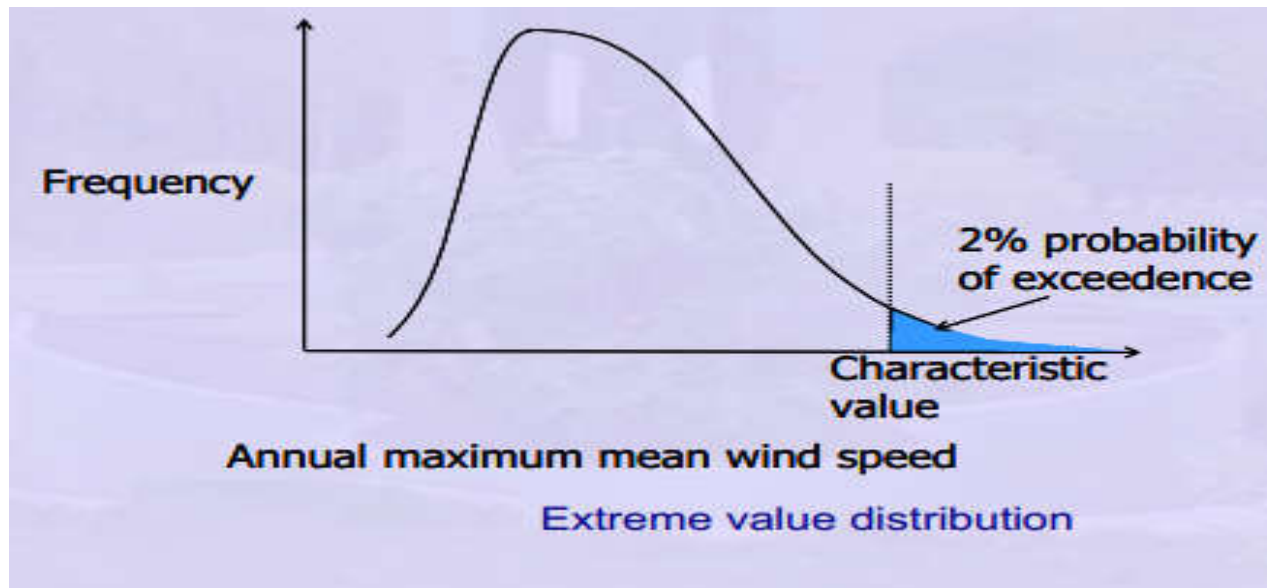
- a) Force equilibrium equation
- b) Moment equilibrium equation.

The internal forces in concrete and steel are evaluated based on the respective strains, cross-sectional areas and the constitutive relationships.

- 2) **Compatibility of the strains** in concrete and in steel for bonded tendons. This assumes a perfect bond between the two materials. For unbonded tendons, the compatibility is in terms of deformation.

- 3) **Constitutive relationships** relating the stresses and the strains in the materials. The relationships are developed based on the material properties.





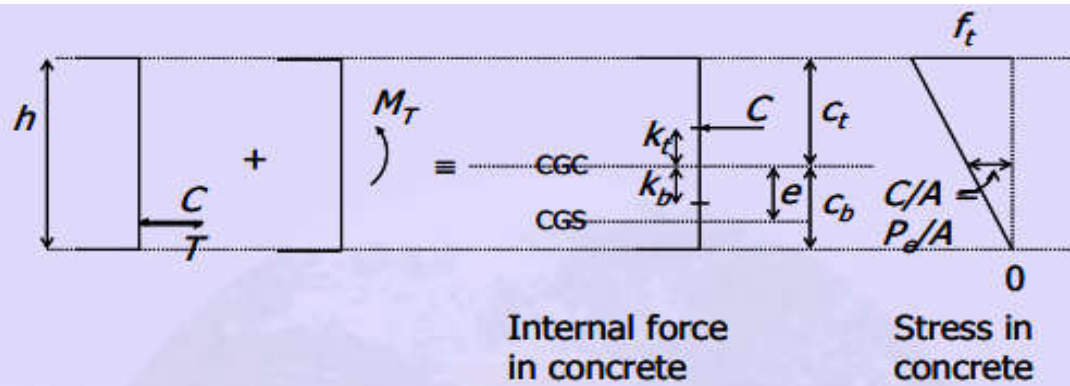
In the above sketch,

- $A$  = gross area of cross section
- $f_b$  = maximum compressive stress in concrete at bottom edge
- $h$  = total height of the section
- $k_t, k_b$  = distances of upper and lower kern points, respectively, from CGC
- $c_t, c_b$  = distances of upper and lower edges, respectively, from CGC
- $P_0$  = prestress at transfer after initial losses.

The shift of  $C$  due to self-weight gives an expression of  $e$ .

$$e = (M_{sw} / P_0) + k_b$$





Stress in concrete due to compression at top kern point

In the above sketch,

$f_t$  = maximum compressive stress in concrete at top edge.

The shift of  $C$  due to the total moment gives an expression of  $P_e$ .

$$P_e = M_T / (e + k_t)$$

Considering  $f_{pe} = 0.7f_{pk}$ , the area of prestressing steel is recomputed as follows.

$$A_p = P_e / f_{pe}$$

a) At Transfer

The stress at the bottom can be calculated from the average stress  $-P_0/A$ .

$$f_b = -\frac{P_0 h}{A c_t}$$

To satisfy  $|f_b| \leq f_{cc,all}$ , the area of the section ( $A$ ) is checked as follows.

$$A \geq \frac{P_0 h}{f_{cc,all} c_t}$$

If  $A$  is not adequate then the section has to be redesigned.

b) At Service

The stress at the top can be calculated from the average stress  $-P_e/A$ .

$$f_t = -\frac{P_e h}{A c_b}$$

To satisfy  $|f_t| \leq f_{cc,all}$ , the area of the section ( $A$ ) is checked as follows.

$$A \geq \frac{P_e h}{f_{cc,all} c_b}$$

If  $A$  is not adequate then the section has to be redesigned.

$$f_b = -\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \left( e^{-\frac{M_{sw}}{P_0}} \right) c_b}{I}$$

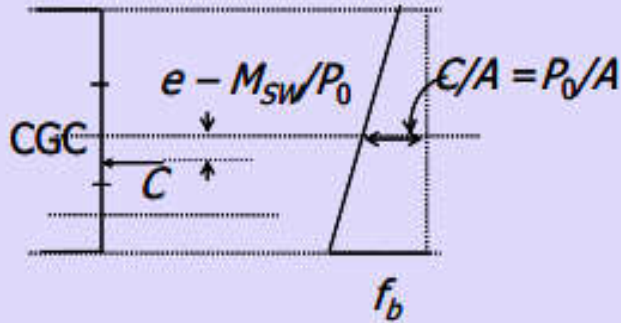
Substituting  $I = Ar^2$  and  $r^2/c_b = k_t$

$$f_b = -\frac{P_0}{A} \left( 1 + \frac{e^{-\frac{M_{sw}}{P_0}}}{k_t} \right)$$

To satisfy  $|f_b| \leq f_{cc,all}$ , the area of the section ( $A$ ) is checked as follows.

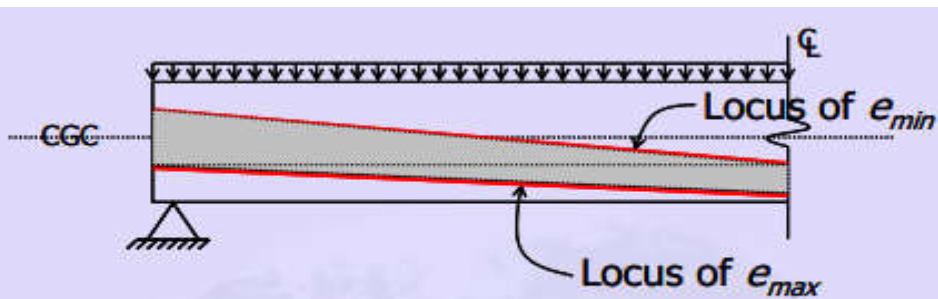
$$A \geq \frac{P_0}{f_{cc,all}} \left( 1 + \frac{e^{-\frac{M_{sw}}{P_0}}}{k_t} \right)$$

The following example shows the design of a Type 1 prestressed member.

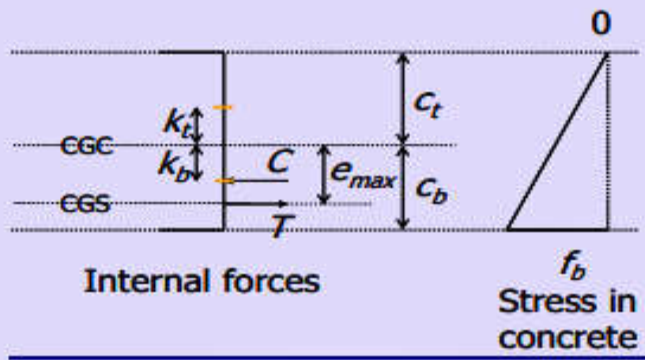


Stress in concrete due to compression above bottom kern point

	Type 1	Type 2
Eccentricity	$e = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$	$e = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} A k_b}{P_0} + k_b$
Effective prestress	$P_e = \frac{M_T}{e + k_t}$	$P_e = \frac{M_T - f_{ct,all} A k_t}{e + k_t}$
Minimum area based on stress at bottom at transfer	$A \geq \frac{P_0 h}{f_{cc,all} C_t}$	$A \geq \frac{P_0 h}{f_{cc,all} C_t - f_{ct,all} C_b}$
Minimum area based on stress at top at service	$A \geq \frac{P_e h}{f_{cc,all} C_b}$	$A \geq \frac{P_e h}{f_{cc,all} C_b - f_{ct,all} C_t}$



Limiting zone for a simply supported beam



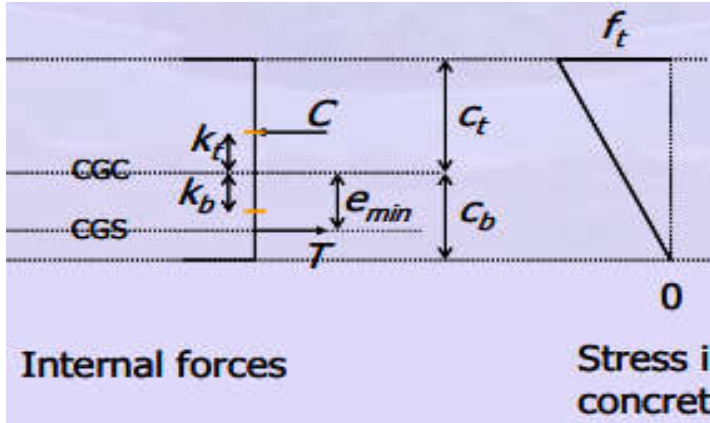
Stress in concrete due to compression at bottom kern point

$$e_{max} - k_b = \frac{M_{sw}}{P_0}$$

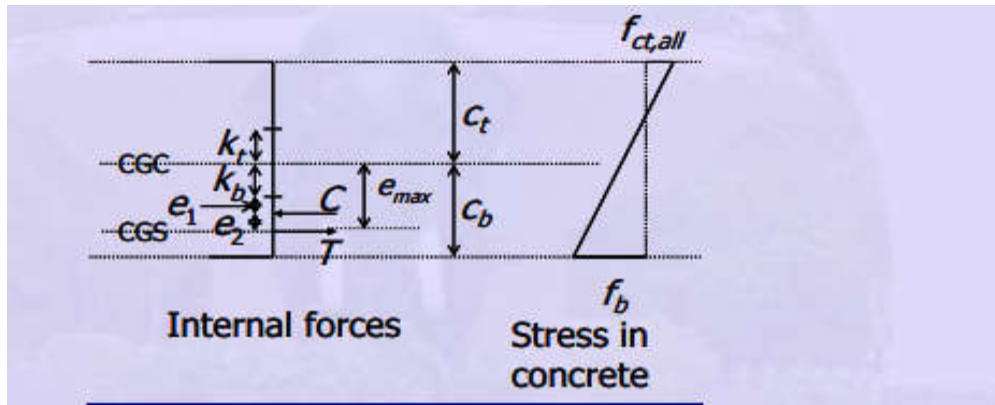
$$e_{min} + k_t = \frac{M_T}{P_e}$$

$$\text{or, } e_{max} = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$$

$$\text{or, } e_{min} = \frac{M_T}{P} - k_t$$



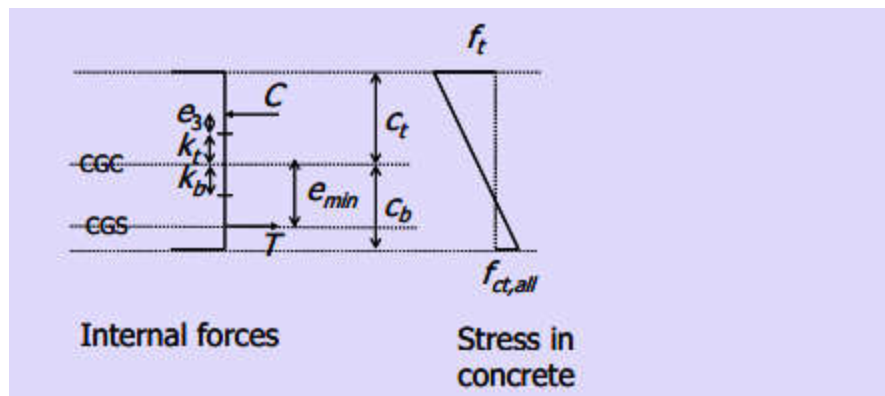
Stress in concrete due to compression at top kern point



Stress in concrete due to compression outside bottom kern point

$$e_{max} - k_b = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} Ak_b}{P_0} \quad e_{min} + k_t = \frac{M_T - f_{ct,all} Ak_t}{P_e}$$

or,  $e_{max} = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} Ak_b}{P_0} + k_b$       or,  $e_{min} = \frac{M_T - f_{ct,all} Ak_t}{P_e} - k_t$



Stress in concrete due to compression outside top kern point

	Type 1	Type 2
Maximum eccentricity	$e = \frac{M_{sw}}{P_0} + k_b$	$e = \frac{M_{sw} + f_{ct,all} Ak_b}{P_0} + k_b$
Minimum eccentricity	$e = \frac{M_T}{P_e} - k_t$	$e = \frac{M_T - f_{ct,all} Ak_t}{P_e} - k_t$

**Tendon Profile**

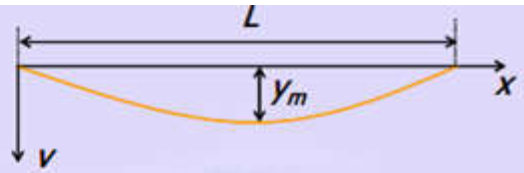
$$y = \left( \frac{4y_m}{L^2} \right) \times (L - x)^2$$

Here,

$L$  = span of the beam

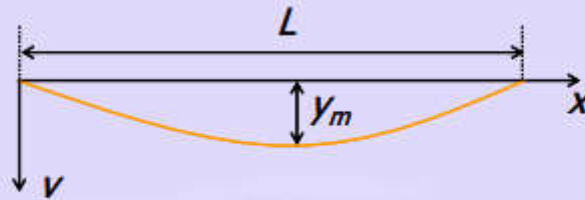
$x$  = distance from one end

$Y$  = vertical displacement of the tendon (from the level at the ends) at distance  $x$

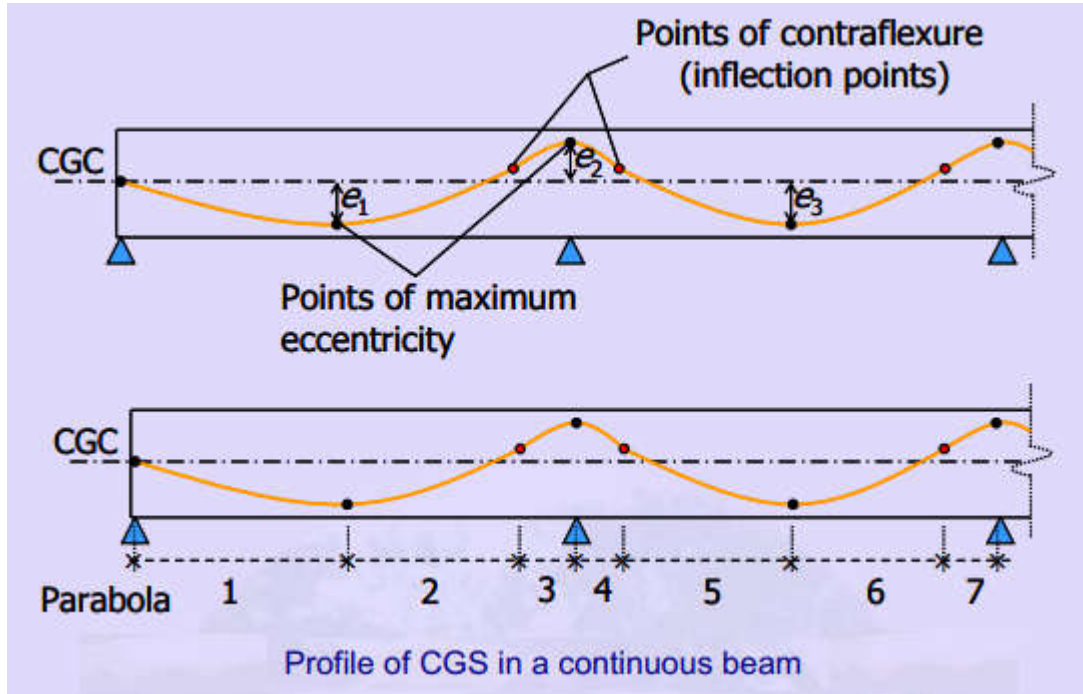


Profile of a parabolic tendon

$Y_m$  = vertical displacement of the tendon (from the level at the ends) at the middle of the beam



Profile of a parabolic tendon



$$y = y_m \left( \frac{x}{l} \right)^2$$



Plot of a parabolic segment

$l$  = length of the parabolic segment

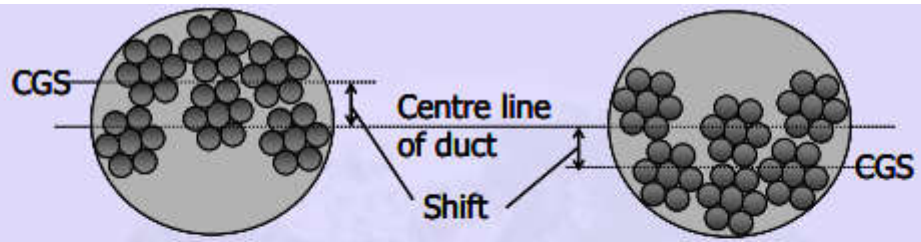
$x$  = distance from the point of maximum eccentricity

$y$  = vertical displacement of the profile at distance  $x$

$y_m$  = displacement of the point of contraflexure from the point of maximum eccentricity.

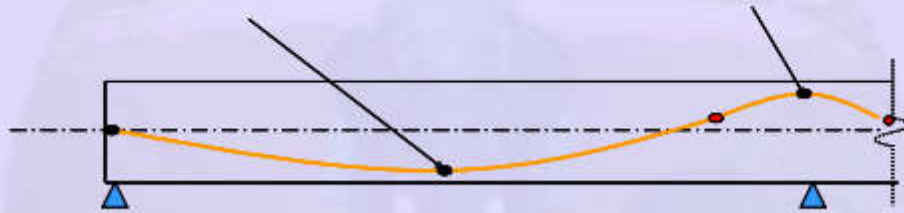
Tendon profiles in a continuous bridge girder





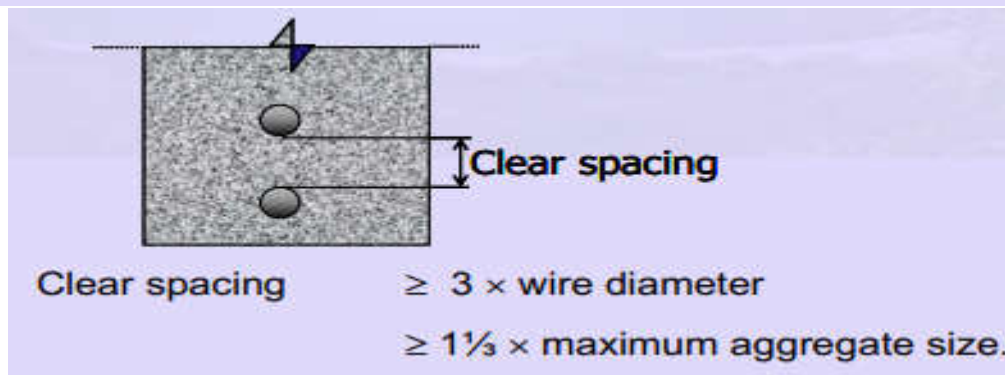
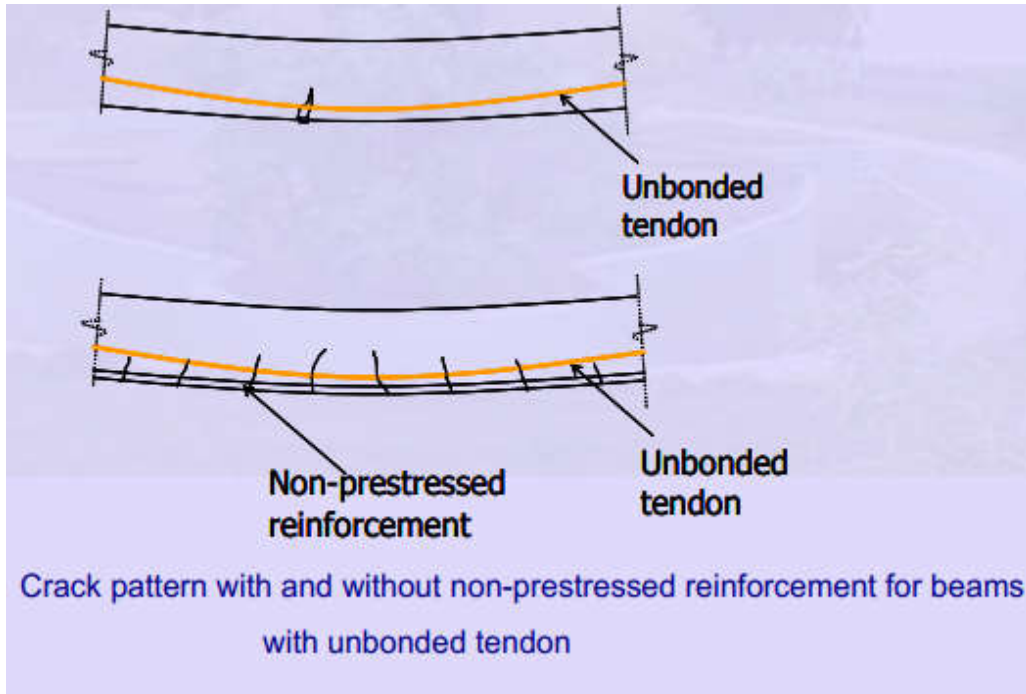
At low point

At high point



Shift in the CGS of a tendon from the centreline of duct



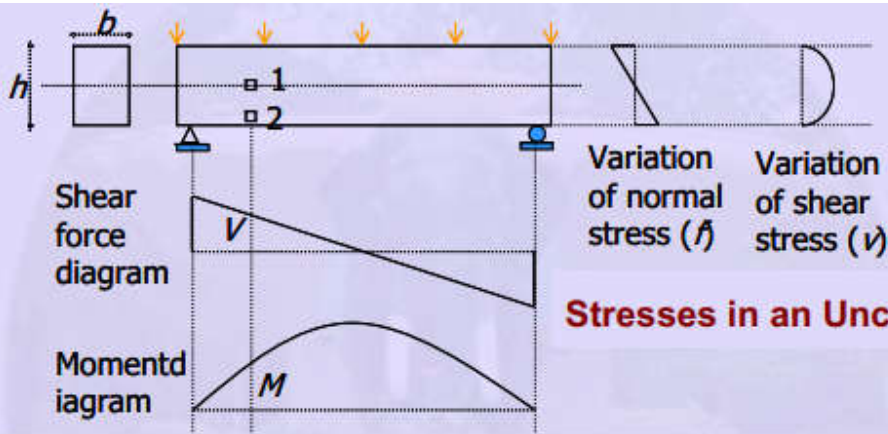


For large bars or tendons,

Clear spacing  $\geq 40$  mm  
 $\geq$  maximum size of tendon / bar  
 $\geq$  maximum aggregate size + 5 mm.

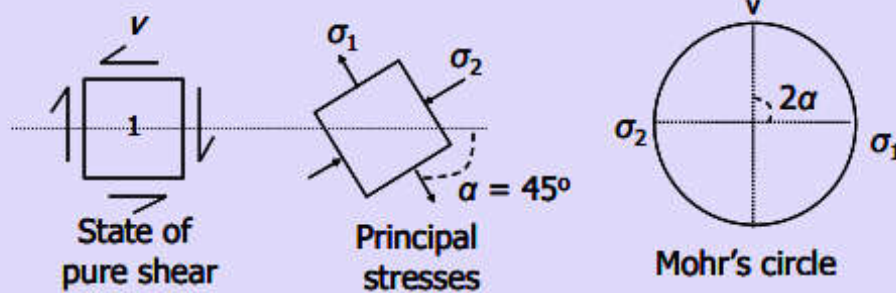


### Fabrication of reinforcement

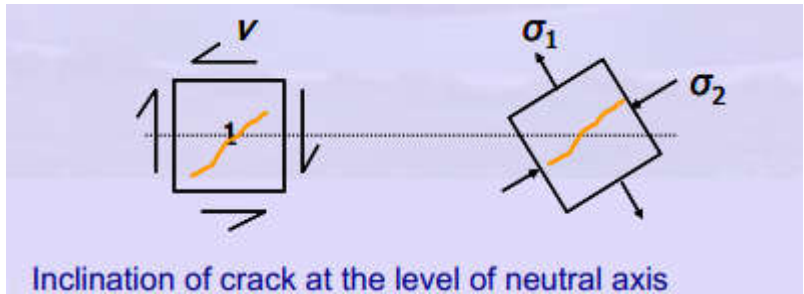


### Stresses in an Uncracked Beam

Variations of forces and stresses in a simply supported beam

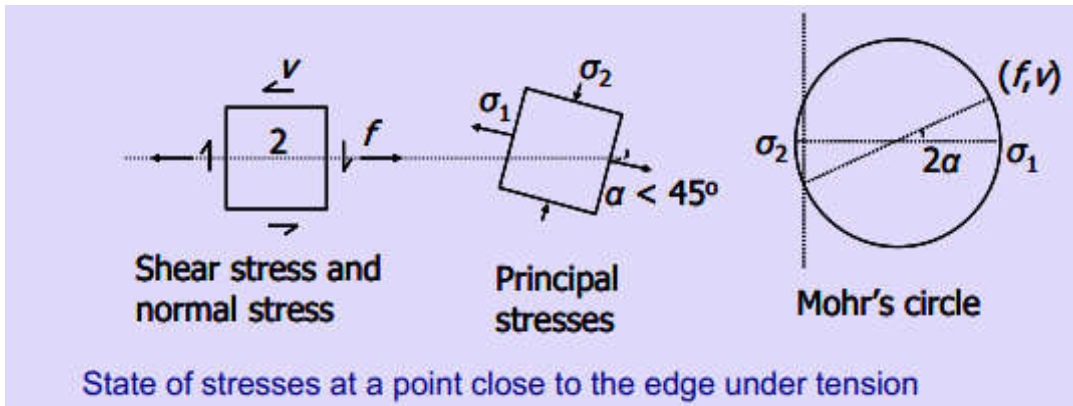


State of stresses at a point on the neutral axis of a beam

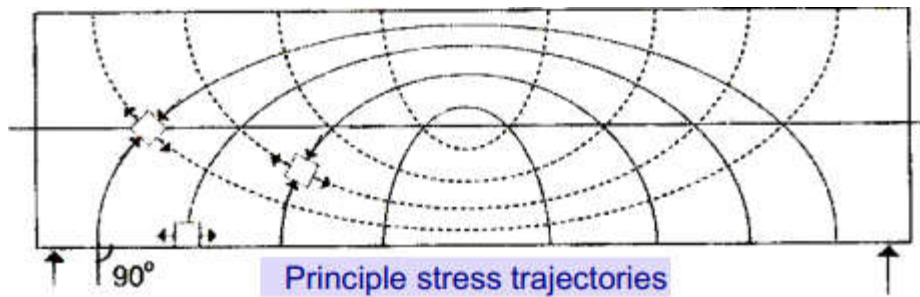


Inclination of crack at the level of neutral axis

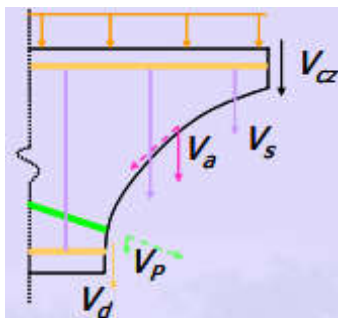
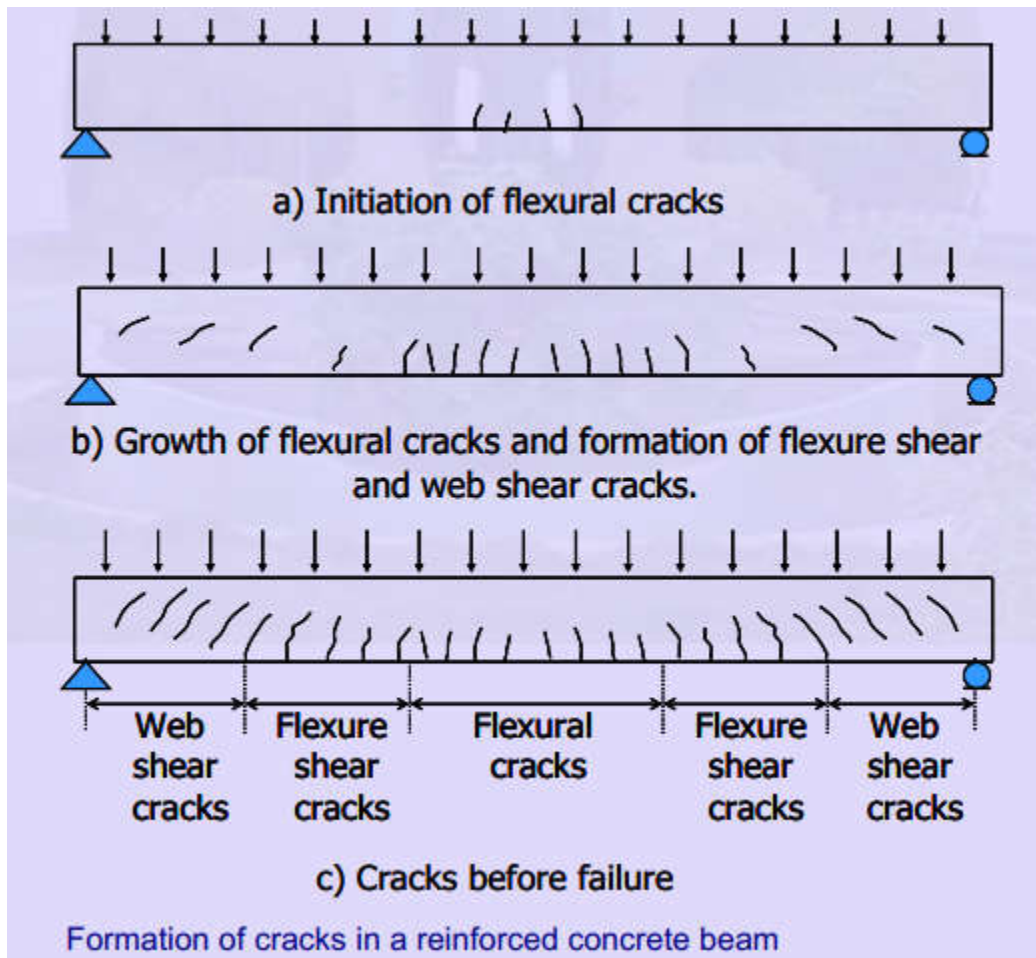
Inclination of crack close to the edge under tension



State of stresses at a point close to the edge under tension



Principle stress trajectories



Internal forces at a flexure shear crack

### Modes of Failure

- 1) Diagonal tension failure
- 2) Shear compression failure
- 3) Shear tension failure
- 4) Web crushing failure
- 5) Arch rib failure

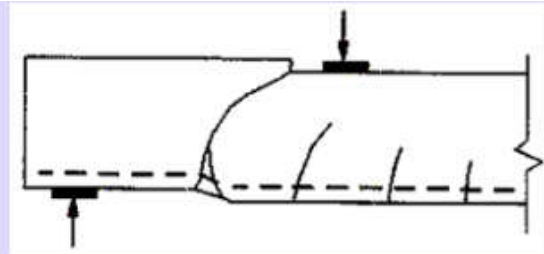
$V_{cz}$  = Shear carried by uncracked concrete

$V_a$  = Shear resistance due to aggregate interlock

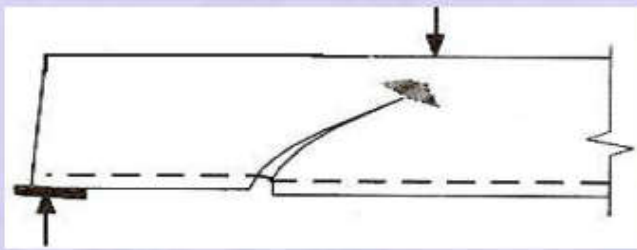
$V_d$  = Shear resistance due to dowel action

$V_s$  = Shear carried by stirrups

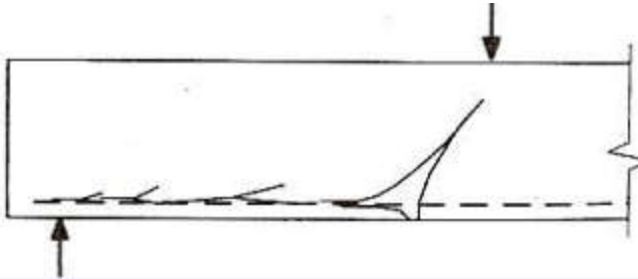
$V_p$  = Vertical component of prestressing force in inclined tendons



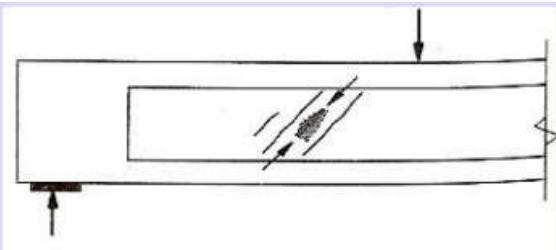
Diagonal tension failure



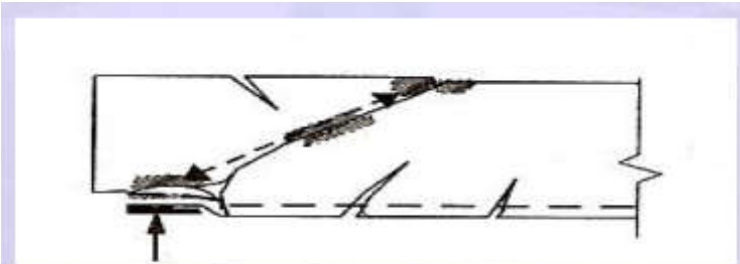
Shear compression failure



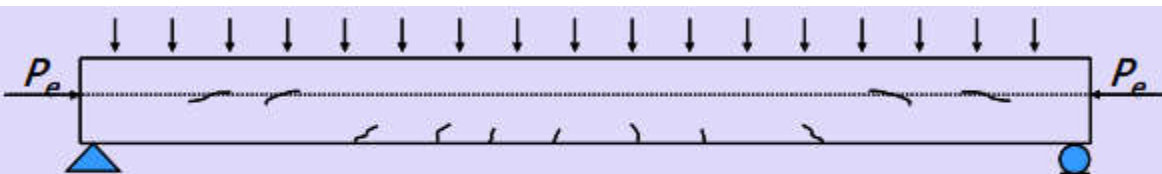
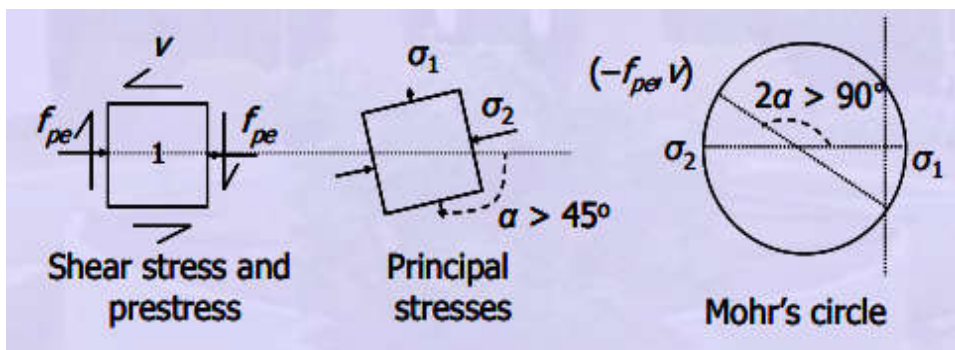
Shear tension failure



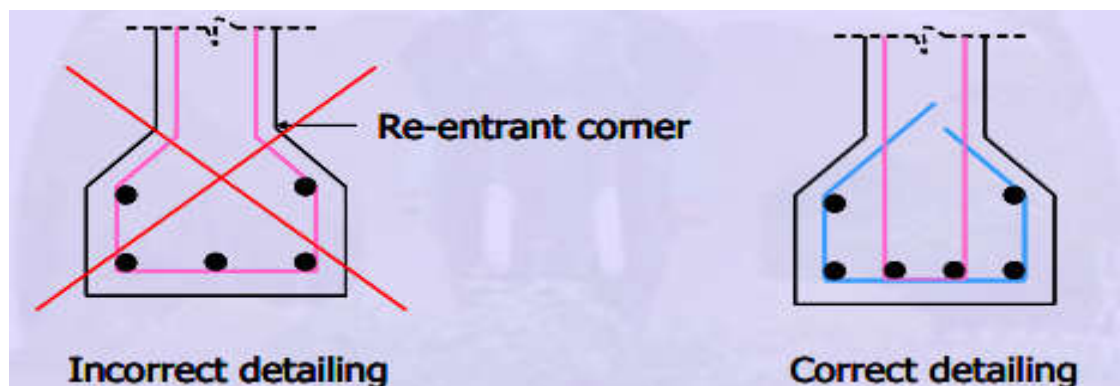
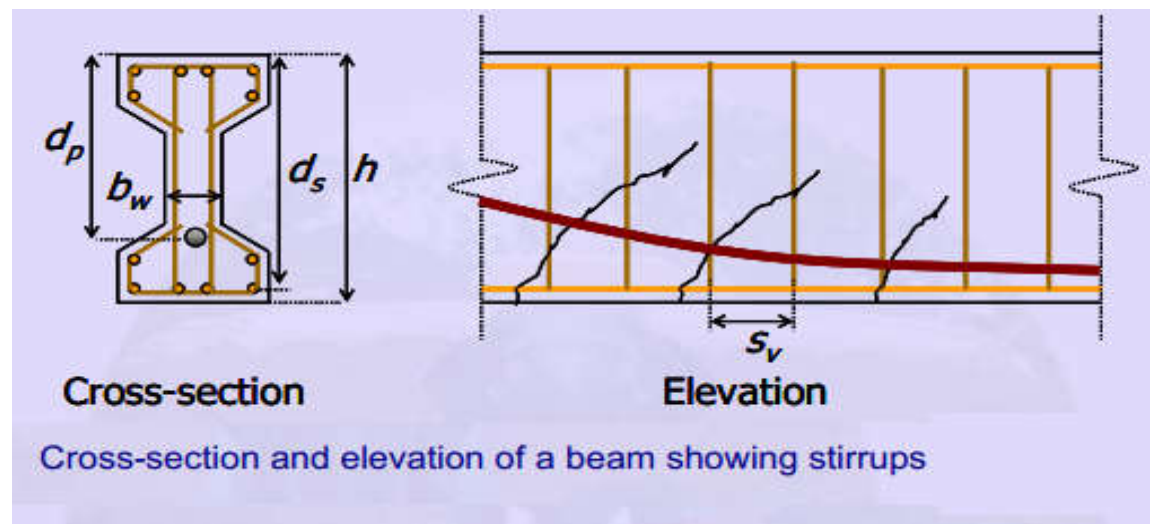
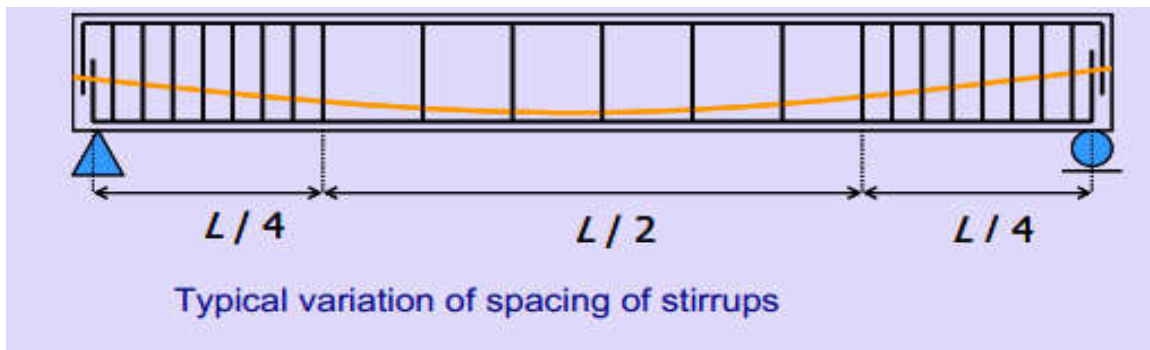
Web crushing failure



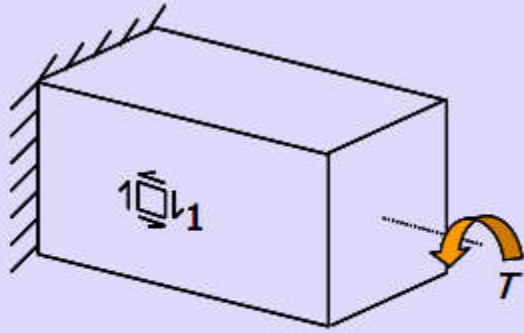
Arch rib failure



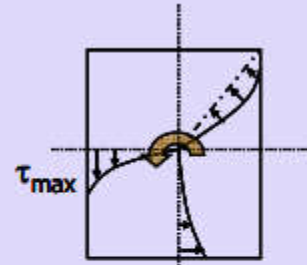
Formation of cracks in a prestressed beam



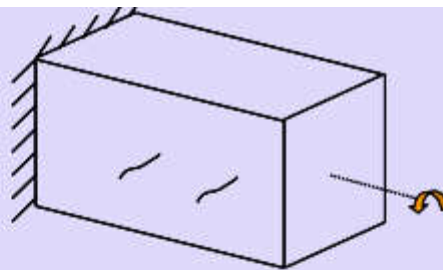
- 1) Stresses in an uncracked (homogenous) rectangular beam without prestressing due to pure torsion (in absence of flexure), with constant torque along the span.
- 2) Crack pattern under pure torsion.
- 3) Components of resistance for pure torsion.
- 4) Modes of failure under combined torsion and flexure.
- 5) Effect of prestressing force.



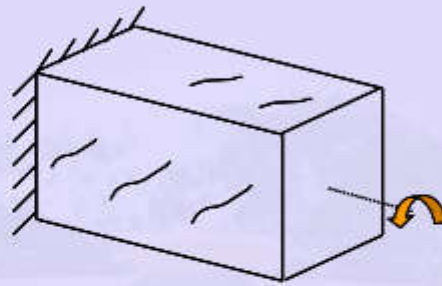
Beam subjected to pure torsion



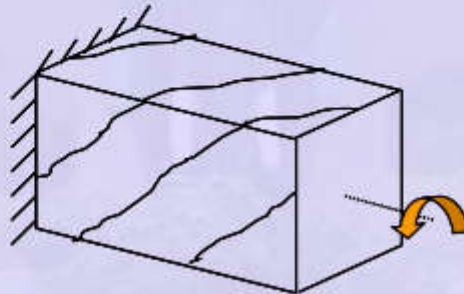
Variation of torsional shear stress ( $\tau$ ) in the cross-section



a) Initiation of torsional cracks in longer side

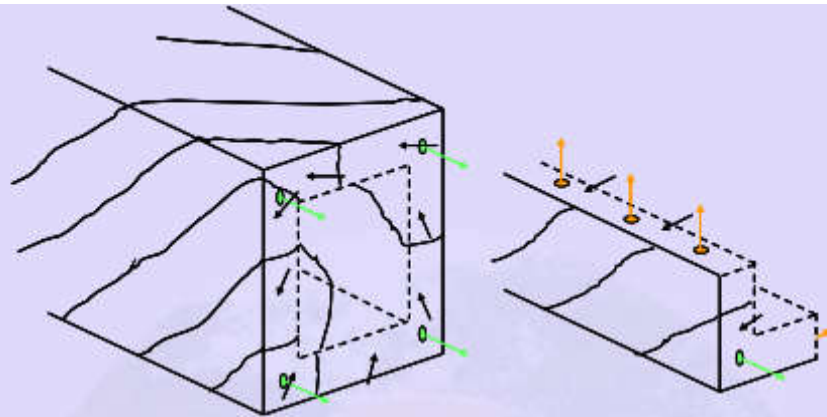


b) Initiation of torsional cracks in shorter side



c) Spiral torsional cracks

Formation of cracks in a beam subjected to pure torsion

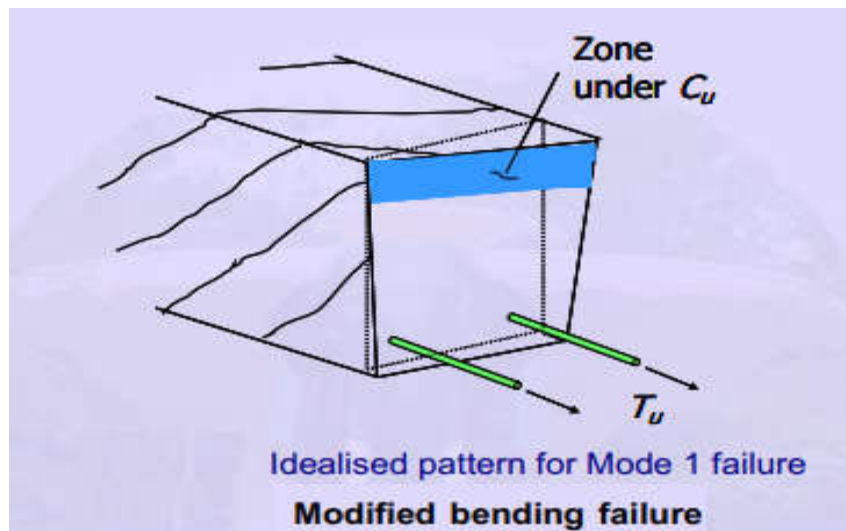


**Figure 5-4.6** Internal forces in a beam

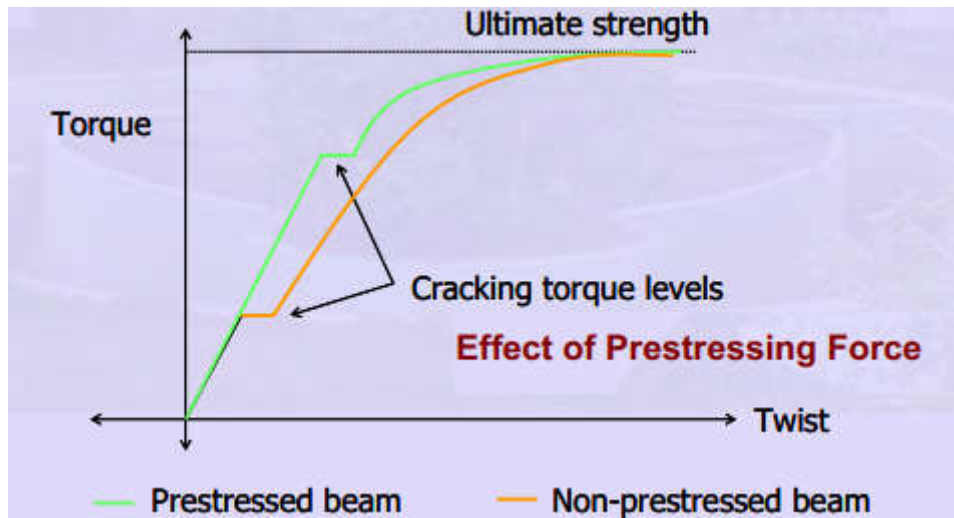
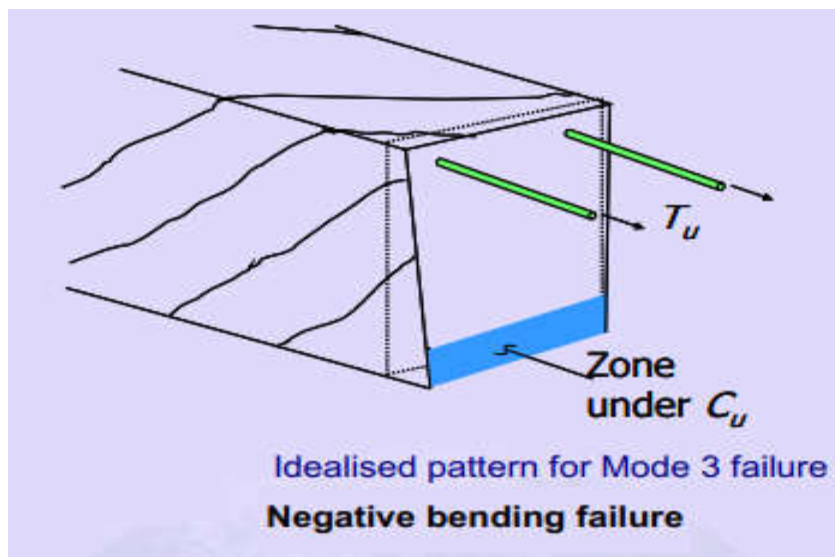
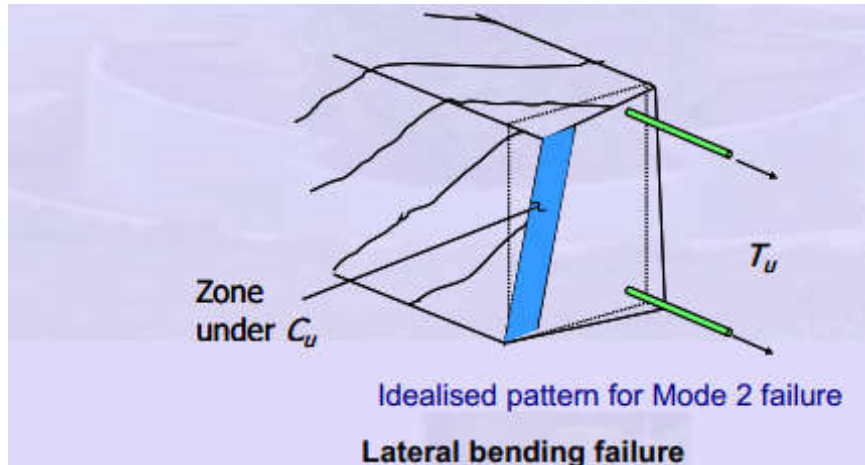
The components can be denoted as below.

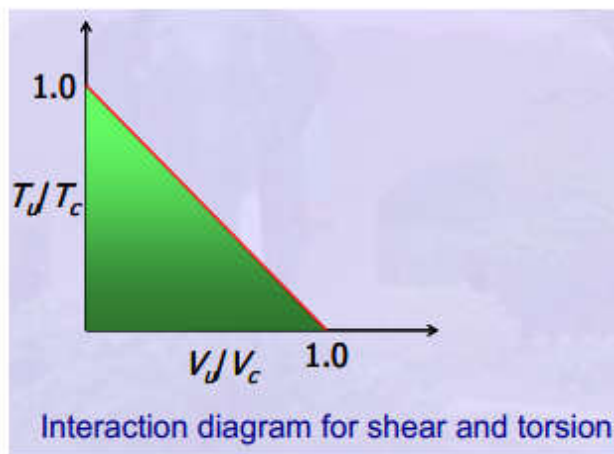
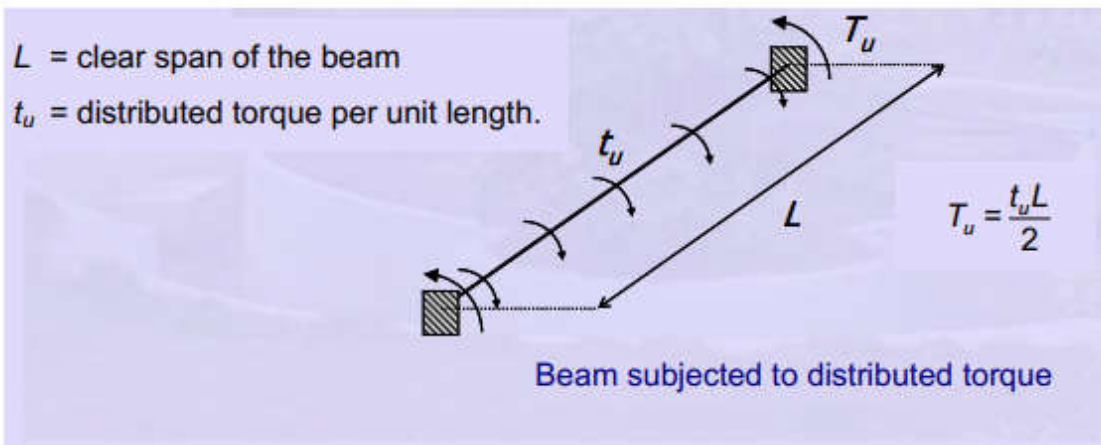
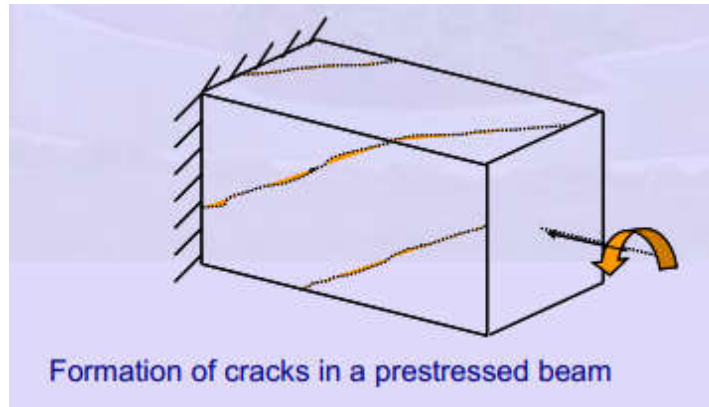
$T_c$  = torsion resisted by concrete

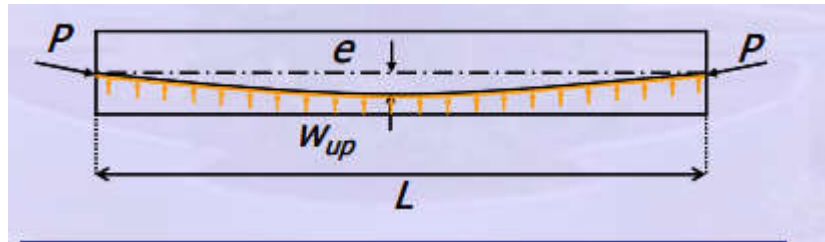
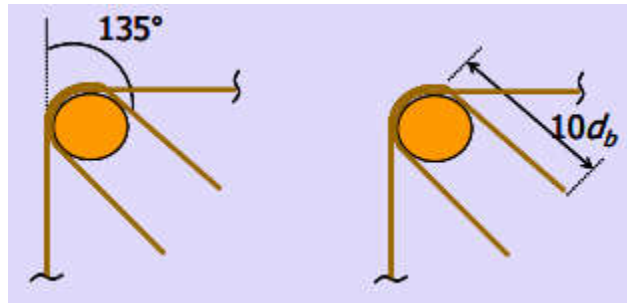
$T_s$  = torsion resisted by the longitudinal and transverse reinforcing bars.





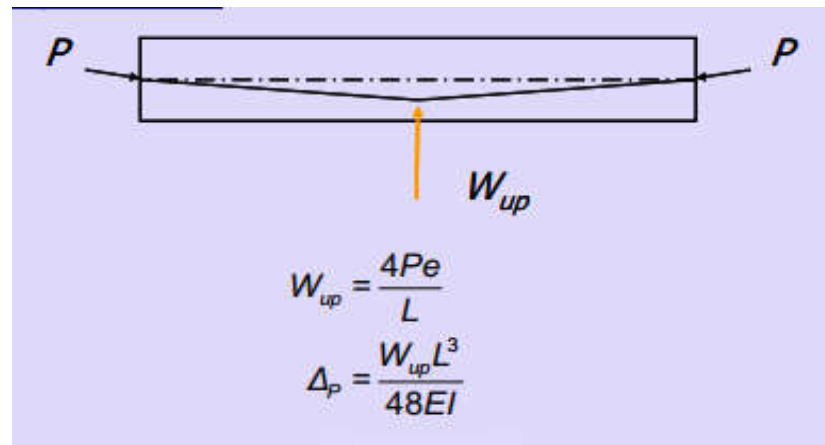






$$w_{up} = \frac{8Pe}{L^2}$$

$$\Delta_p = \frac{5}{384} \frac{w_{up} L^4}{EI}$$



$$W_{up} = \frac{4Pe}{L}$$

$$\Delta_p = \frac{W_{up} L^3}{48EI}$$



$$W_{up} = \frac{Pe}{aL}$$

$$\Delta_p = \frac{a(3-4a^2) W_{up} L^3}{24EI}$$

$$\Delta_{it} = -\Delta_{Pe} - \left( \frac{\Delta_{P_0} + \Delta_{Pe}}{2} \right) \theta + (\Delta_{DL} + \Delta_{SL})(1 + \theta) + \Delta_{LL}$$

$\Delta_{P_0}$  = magnitude of deflection due to  $P_0$

$\Delta_{Pe}$  = magnitude of deflection due to  $P_e$

$P_e$  = effective prestressing force after long term losses.

$\Delta_{DL}$  = deflection due to dead load (including self-weight)

$\Delta_{SL}$  = deflection due to sustained live load

$\Delta_{LL}$  = deflection due to additional live load

- 1) The total deflection due to all loads, including the effects of temperature, creep and shrinkage, should not exceed span / 250.
- 2) The deflection after erection of partitions or application of finishes, including the effects of temperature, creep and shrinkage, should not exceed span/350 or 20 mm, whichever is less.
- 3) If finishes are applied, total upward deflection due to prestressing force should not exceed span / 300.

For  $L \leq 10$  m

For cantilever beams  $L/d \leq 7$

For simply supported beams  $L/d \leq 20$

For continuous beams  $L/d \leq 26$

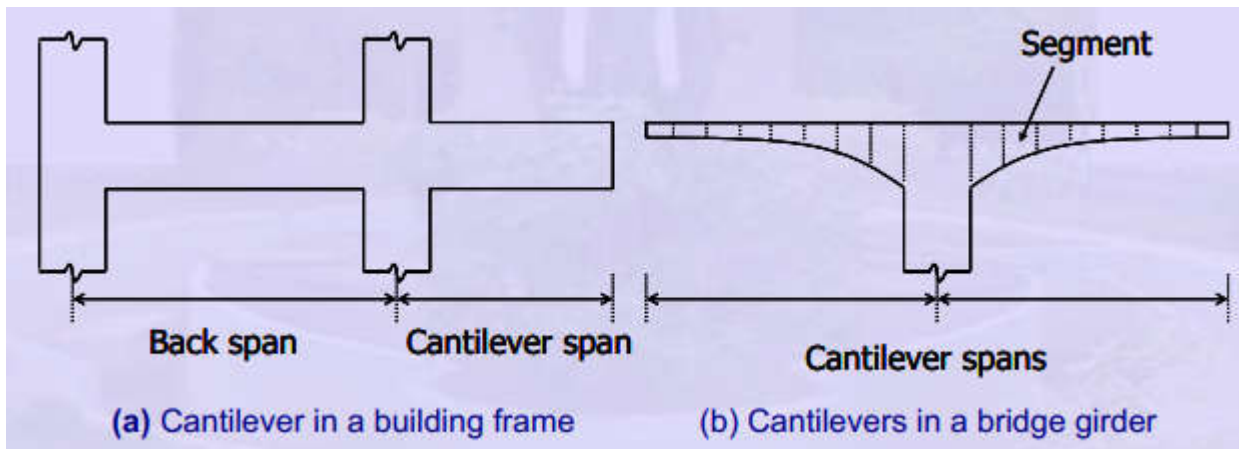
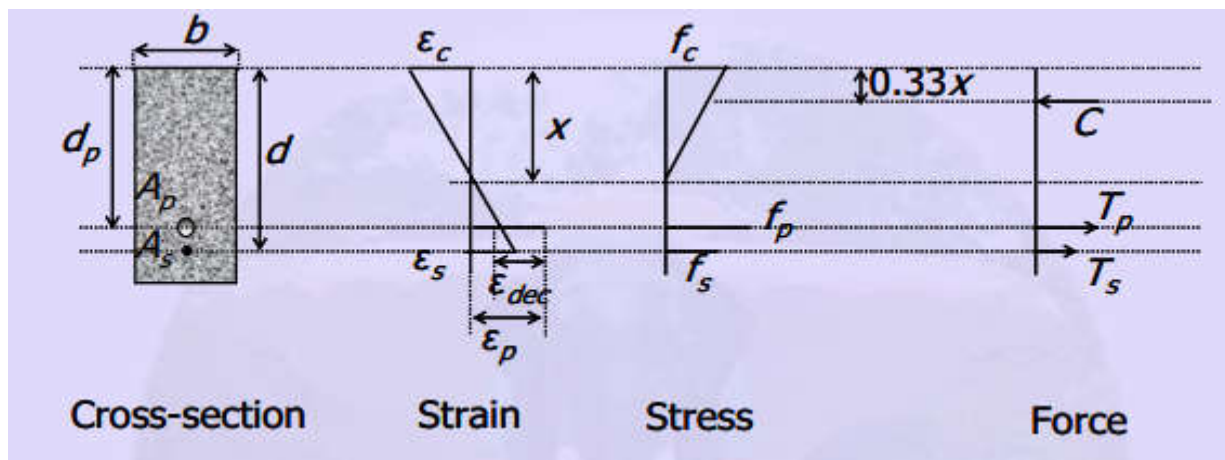
For  $L > 10$  m

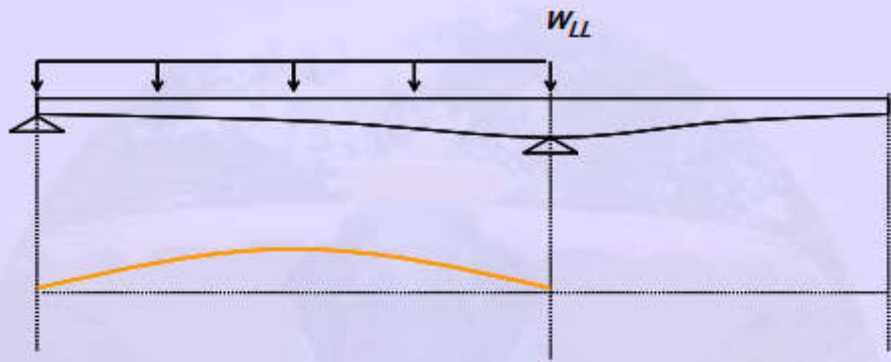
For simply supported beams  $L/d \leq (20 \times 10/L)$

For continuous beams  $L/d \leq (26 \times 10/L)$

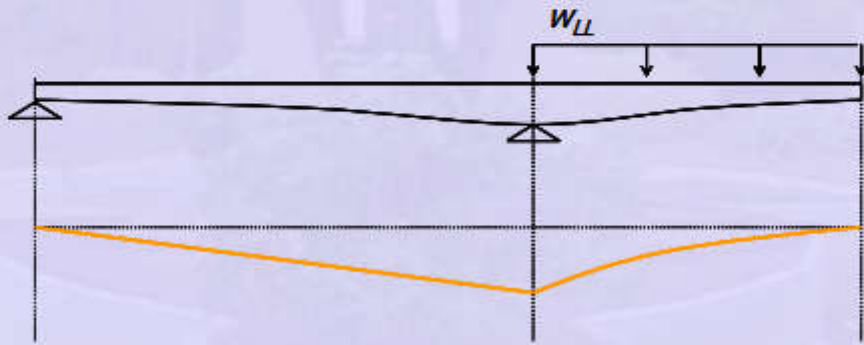
The crack width of a flexural crack depends on the following quantities.

- 1) Amount of prestress
- 2) Tensile stress in the longitudinal bars
- 3) Thickness of the concrete cover
- 4) Diameter and spacing of longitudinal bars
- 5) Depth of member and location of neutral axis
- 6) Bond strength
- 7) Tensile strength of concrete.

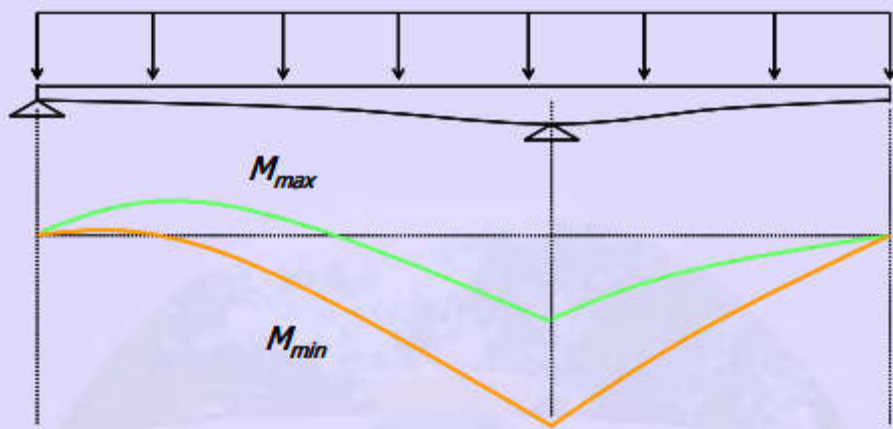




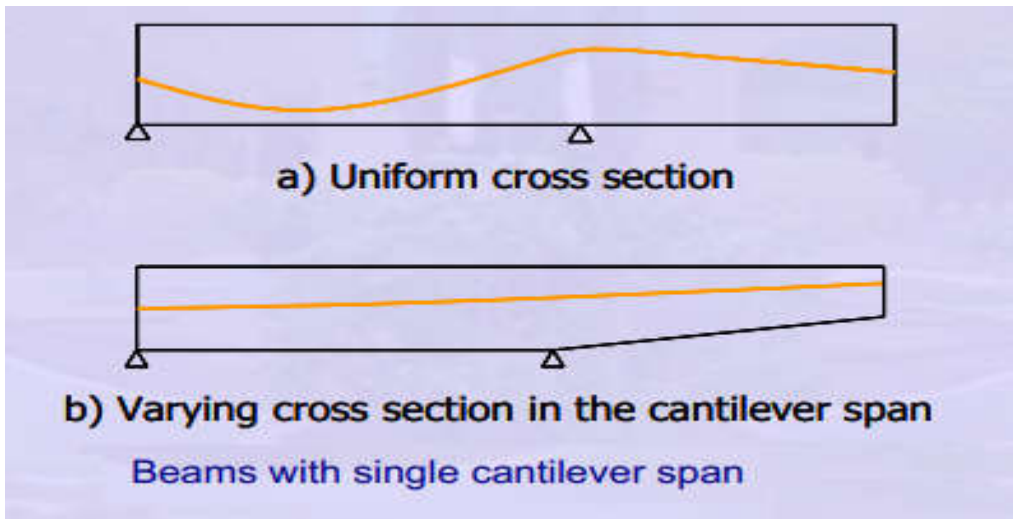
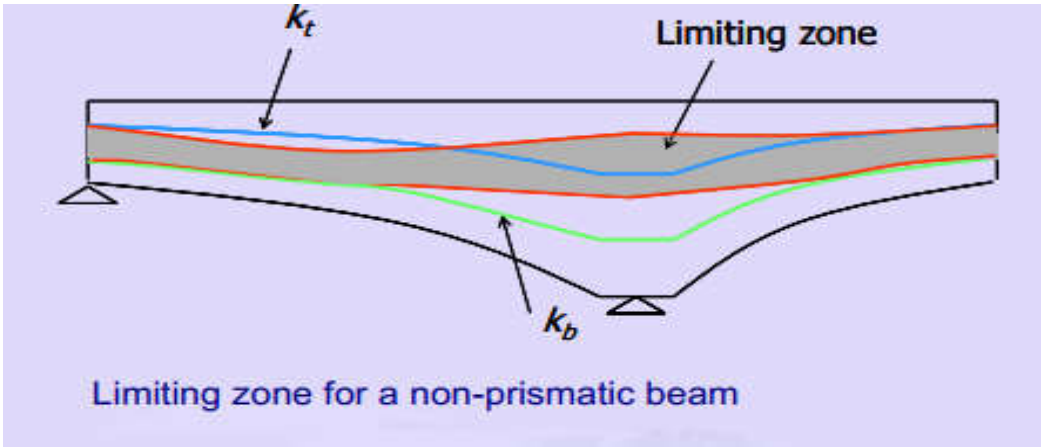
Moment diagram for LL on back span



Moment diagram for LL on cantilever span



Envelop moment diagrams for dead and live loads





a) Uniform cross section

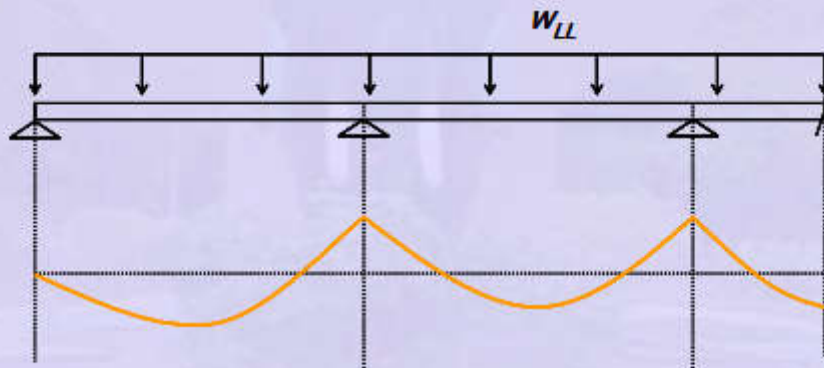


b) Varying level of soffit

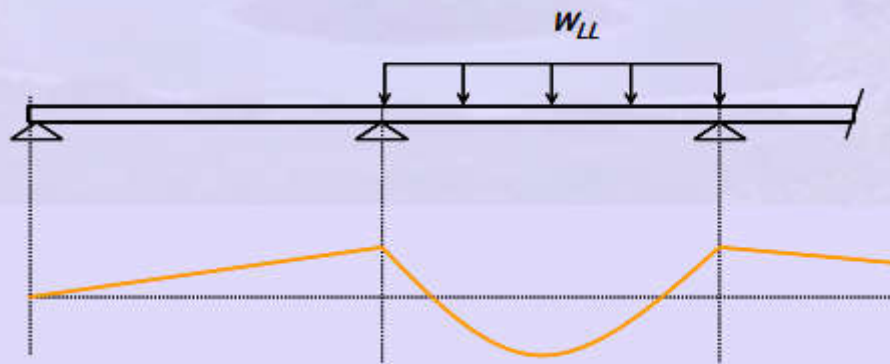


c) Varying level of top of beam

Beams with double cantilever spans

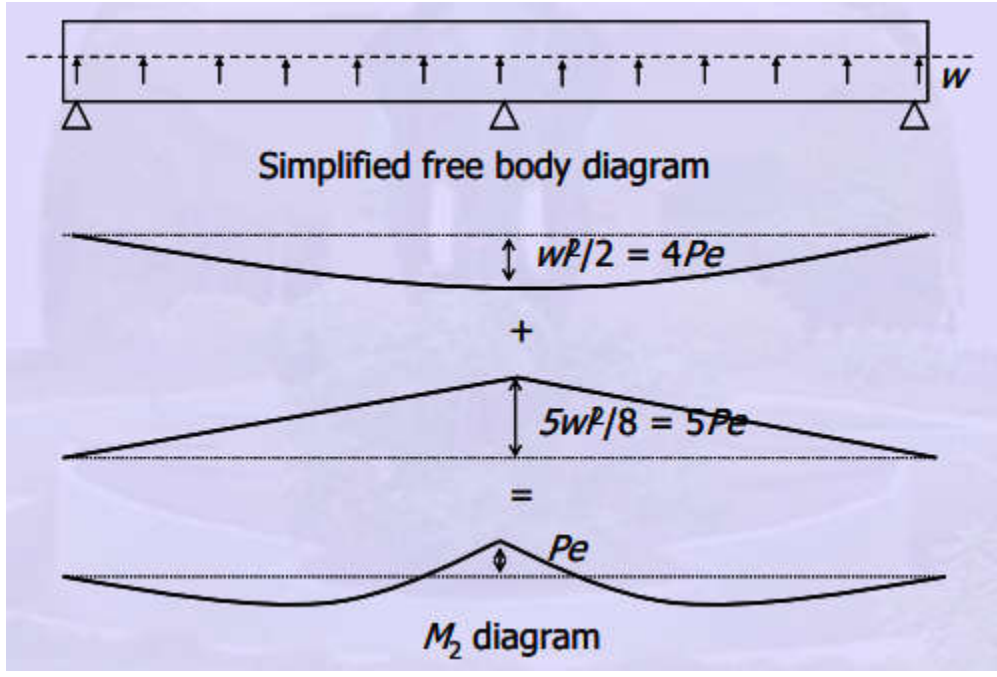
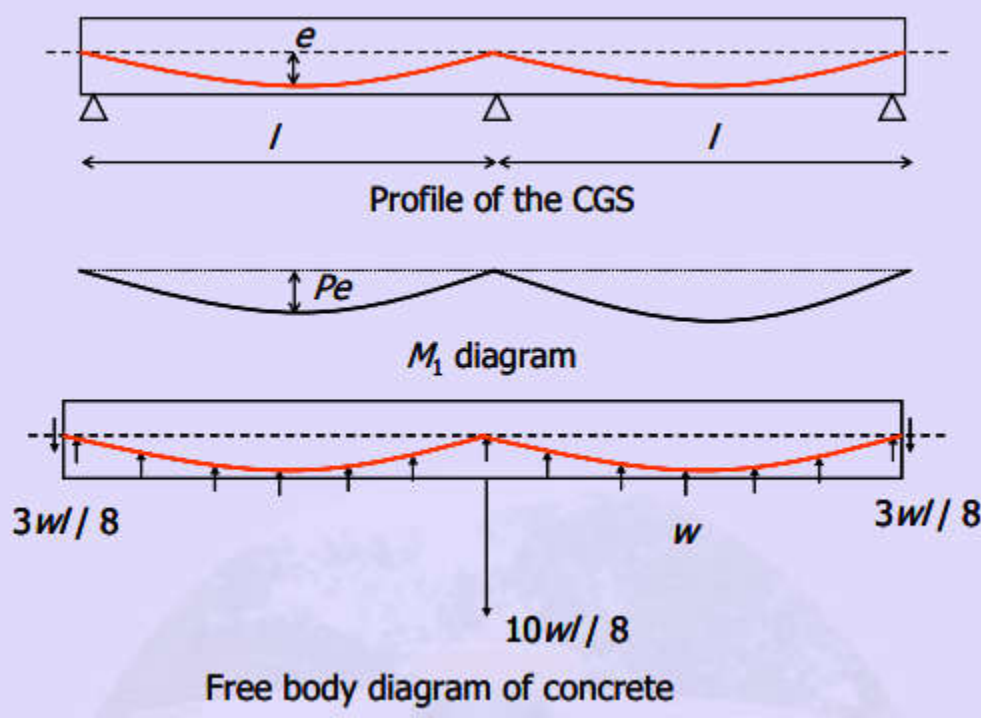


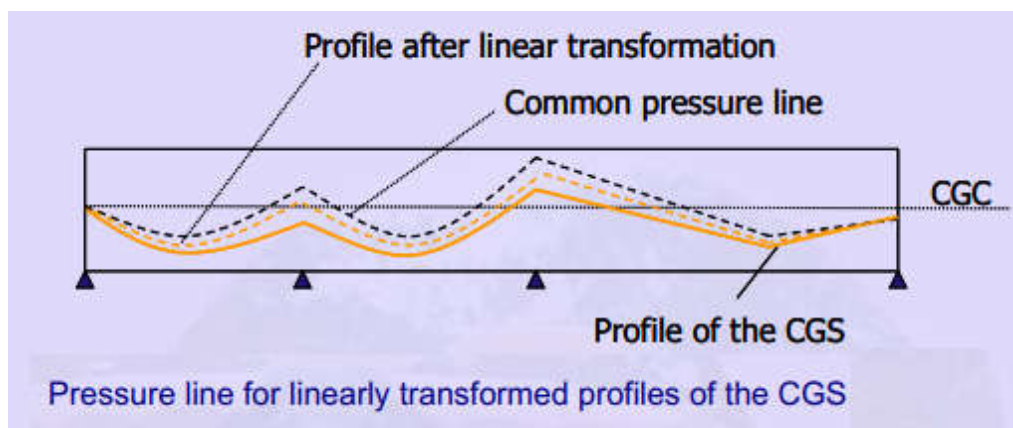
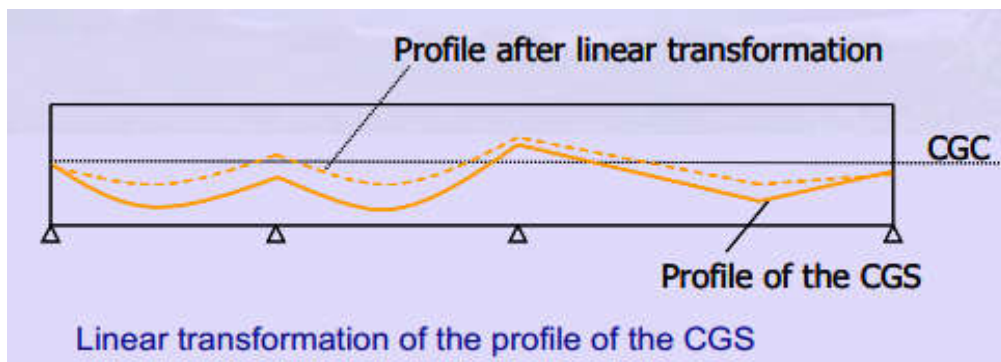
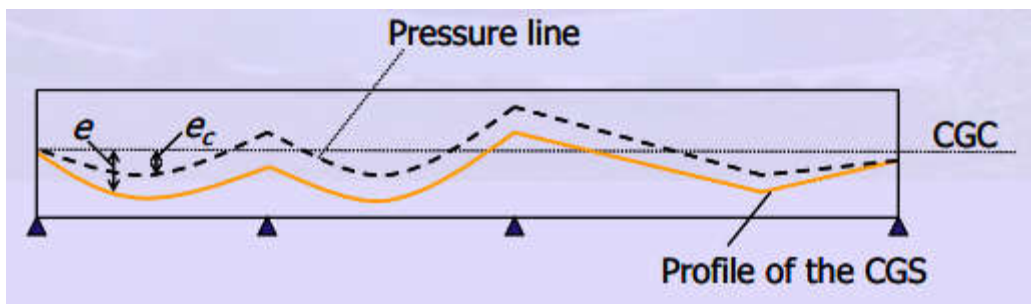
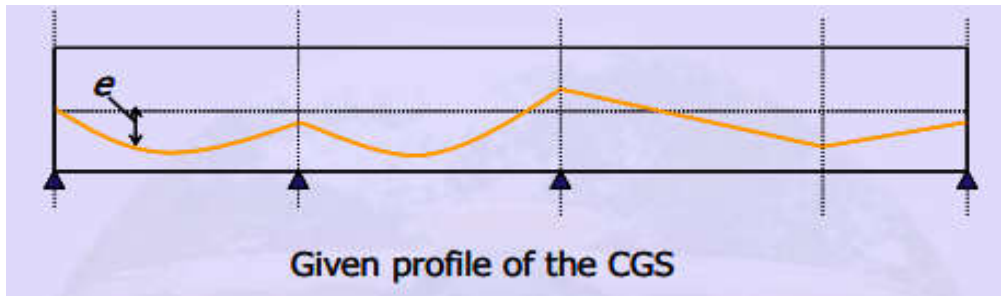
Moment diagram for LL on every span

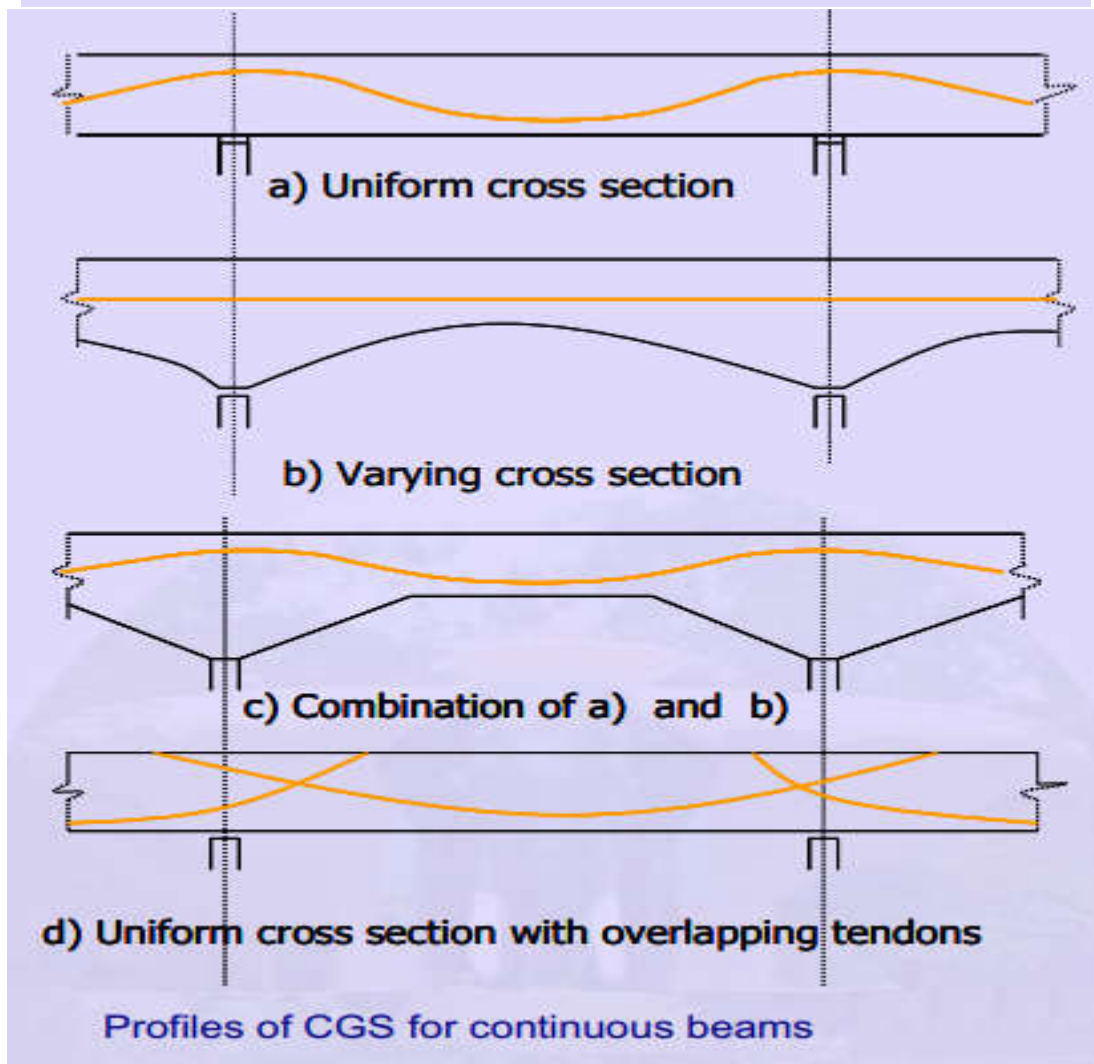
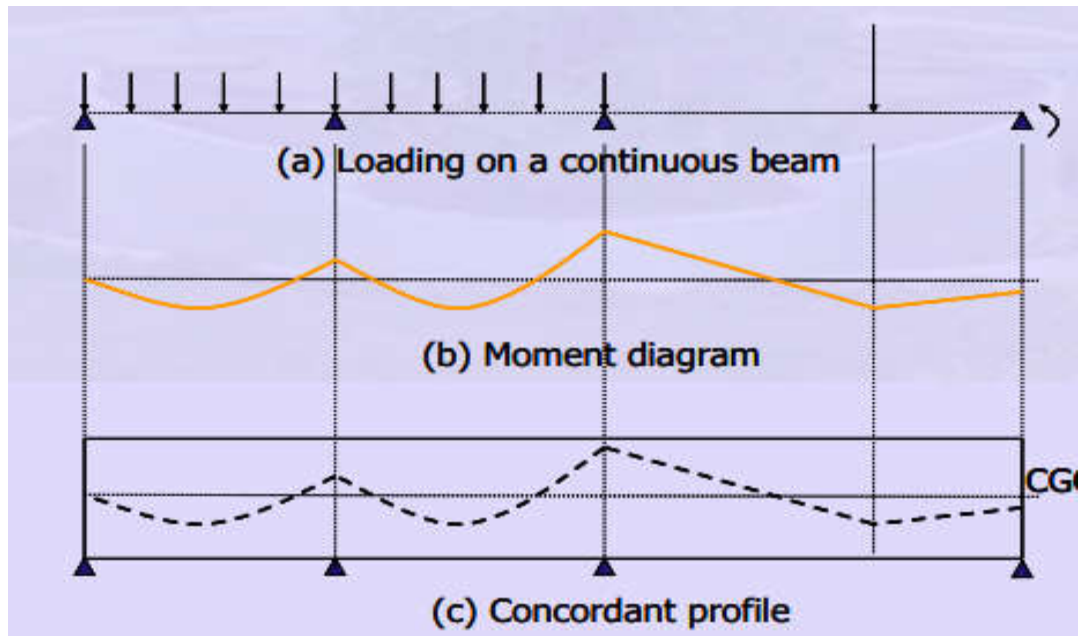


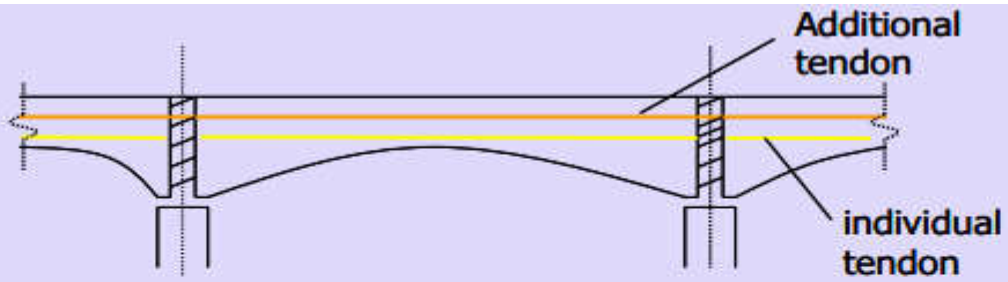
Moment diagram for LL on one span



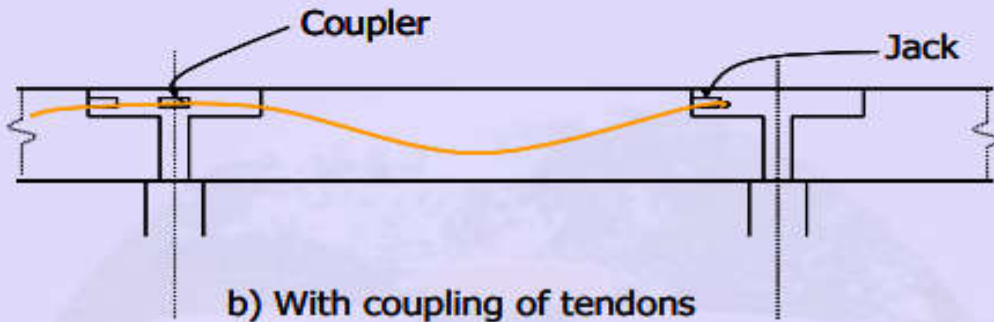








a) With additional tendon

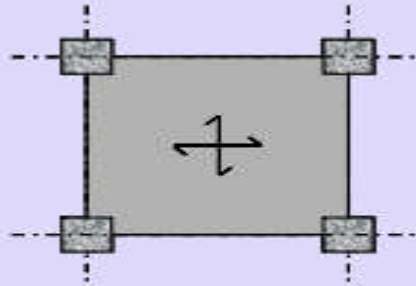


b) With coupling of tendons

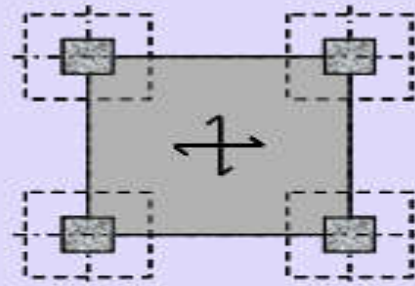


c) Composite construction with continuity reinforcement

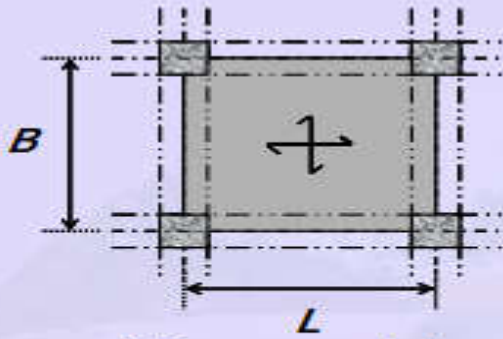
Partially continuous beams



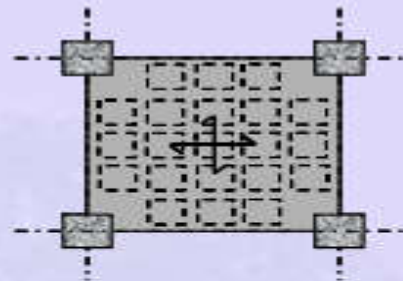
a) Flat plate



b) Flat slab

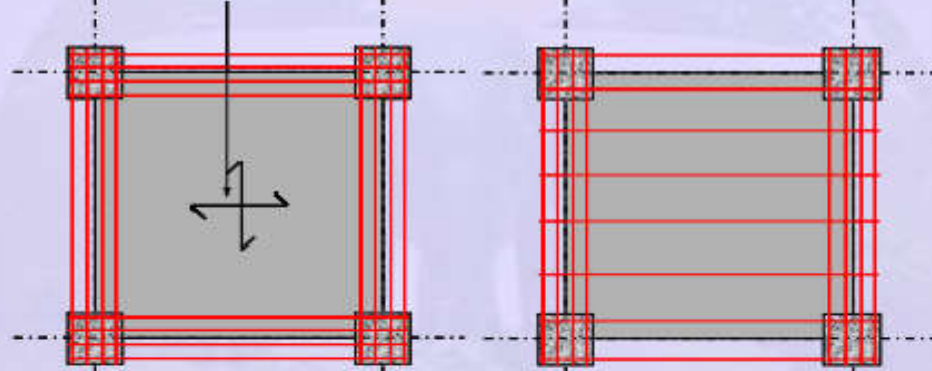


c) Two-way slab with beams



d) Waffle slab

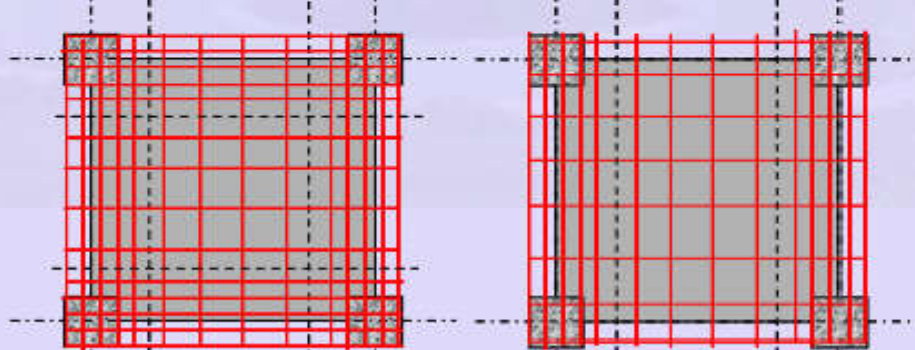
**Normal reinforcement**



100 % banded through columns in both directions

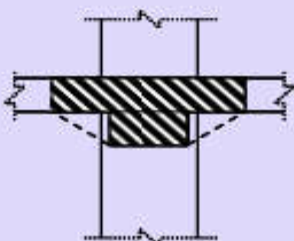
100 % banded in one direction and distributed in other direction

CS MS CS

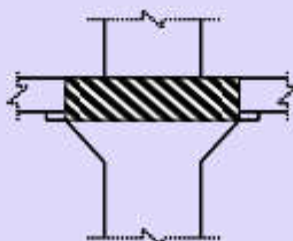


75 % in column strip and 25 % in middle strip in both directions

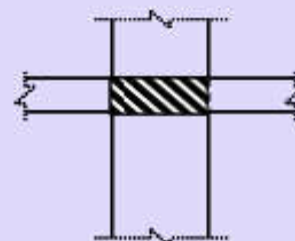
75 % in CS and 25 % in MS in one direction and distributed in other direction



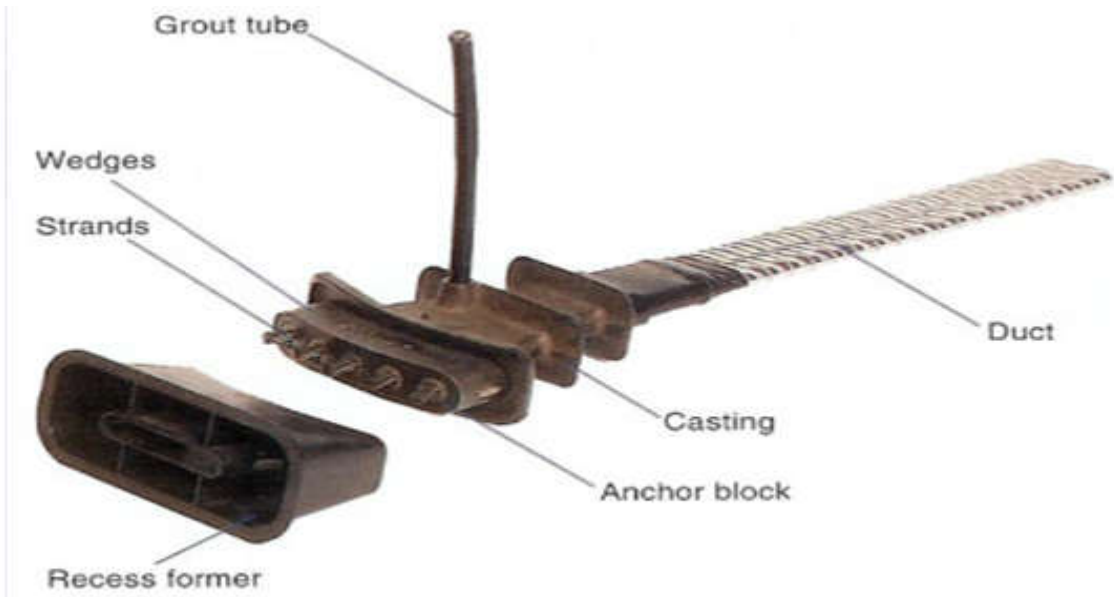
a) In presence of transverse beam



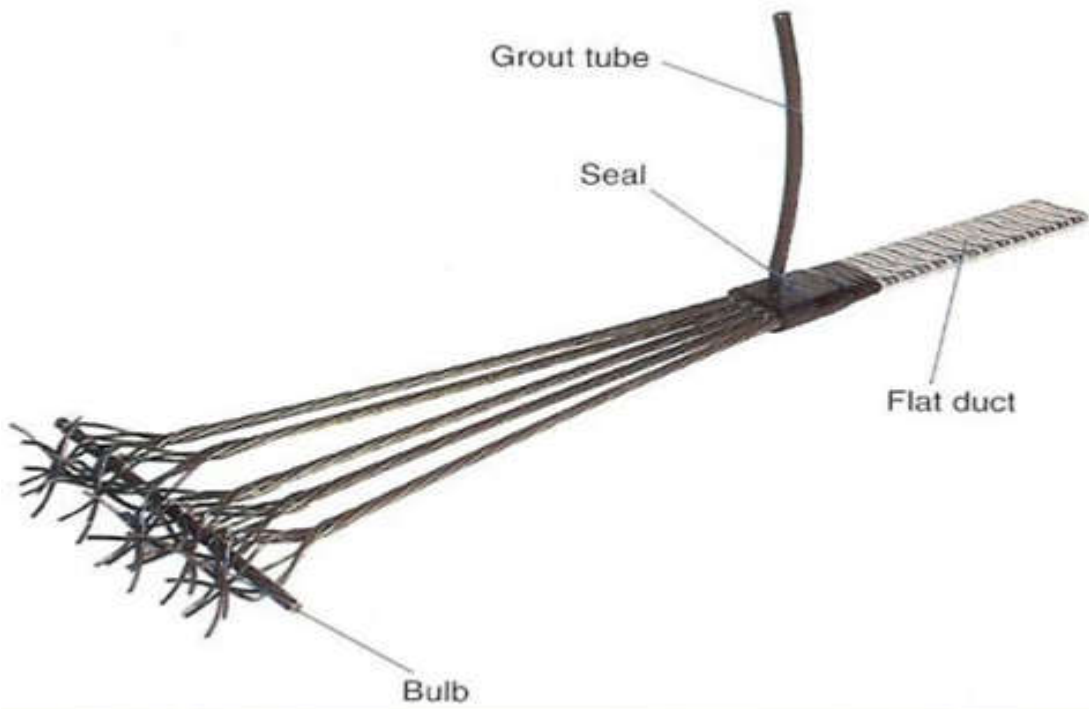
b) In presence of column capital



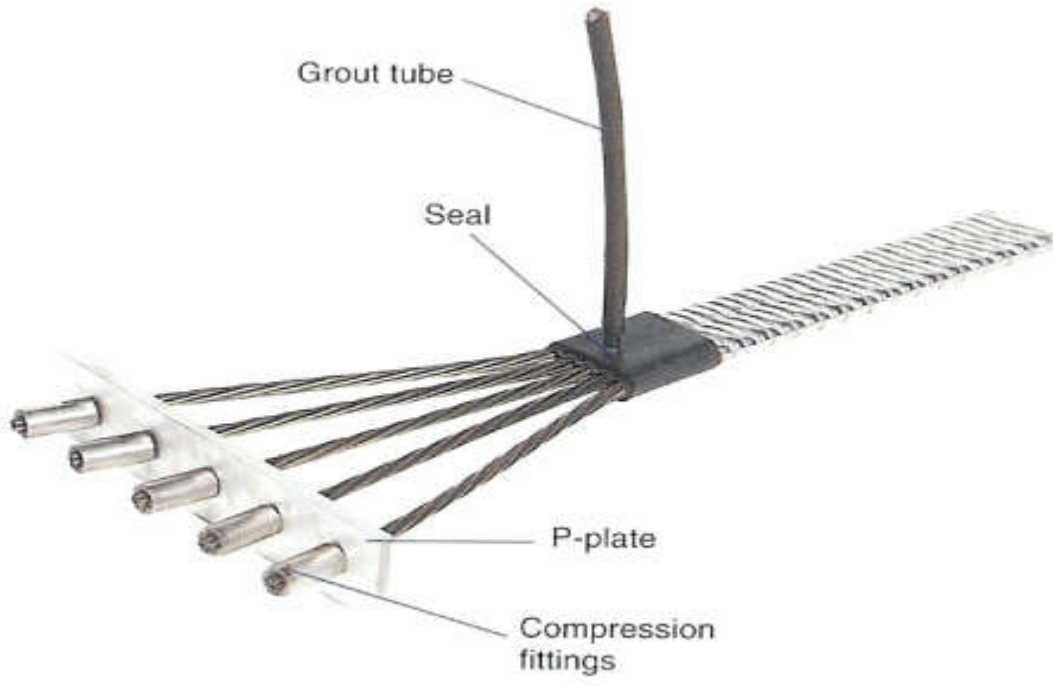
c) In absence of transverse beam



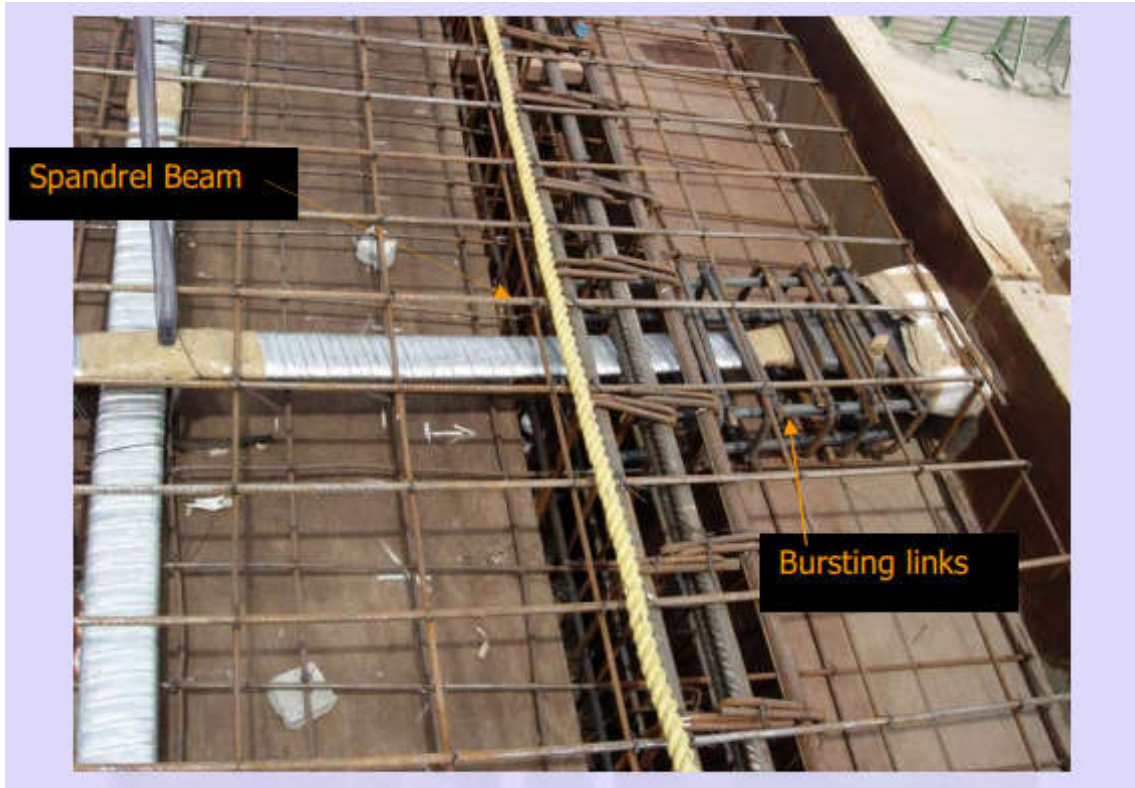
**(a) Anchorage device at stretching end**



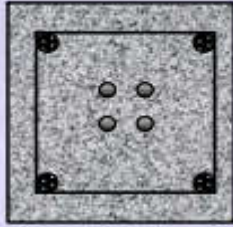
**(b) Anchorage device for dead end with bulb**



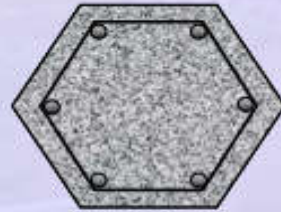
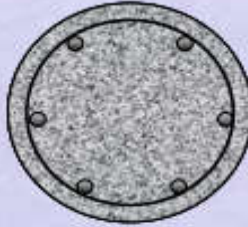
(c) Anchorage device for dead end with plate



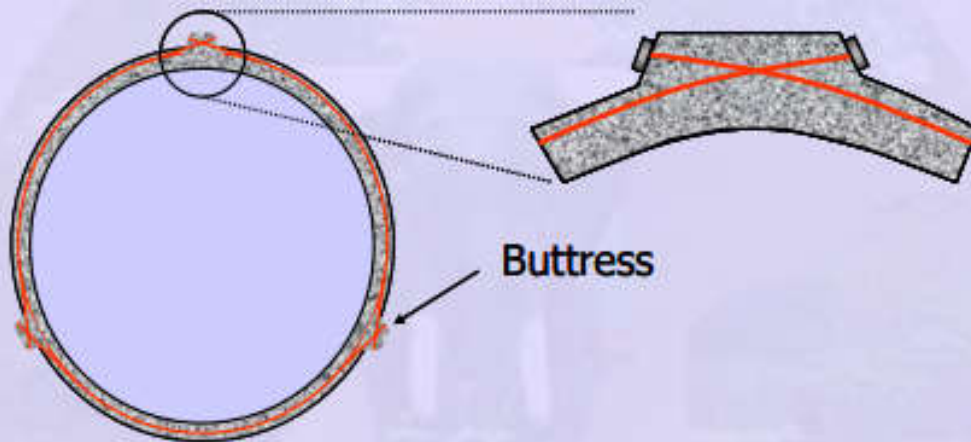
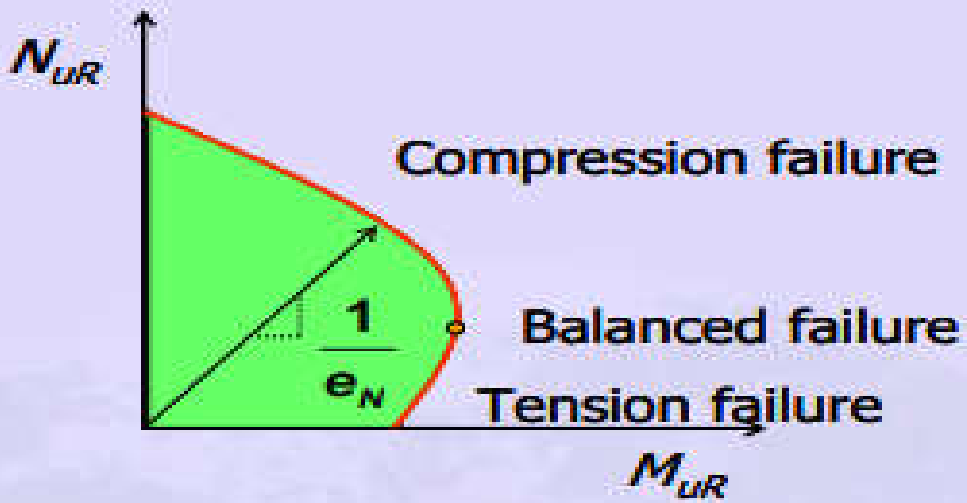




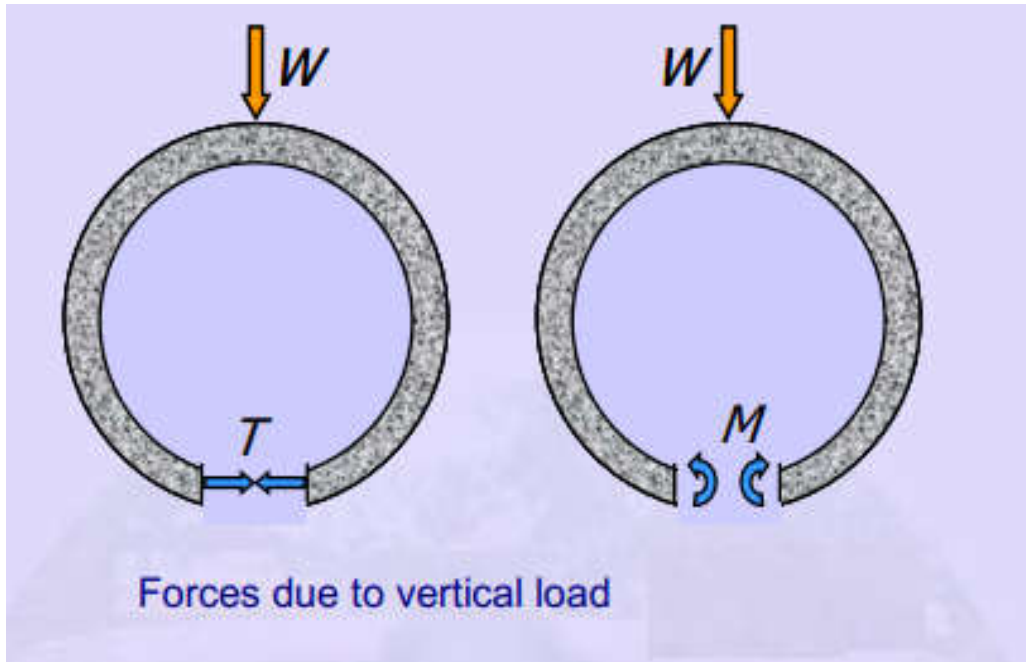
Partially prestressed column



Prestressed circular and hexagonal piles



Use of buttress in circumferential prestressing



$C_T$  = coefficient for hoop tension

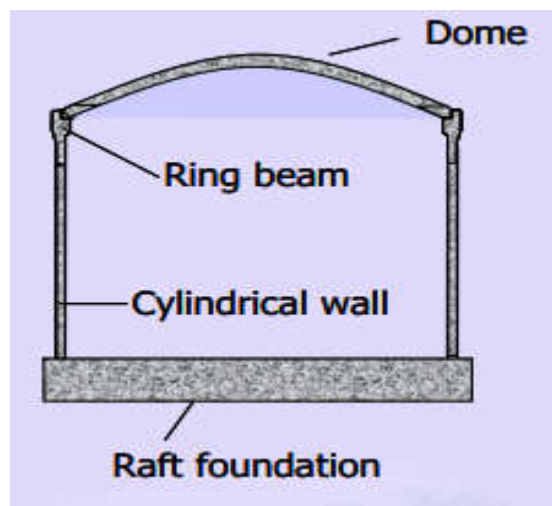
$$T = C_T w H R_i$$

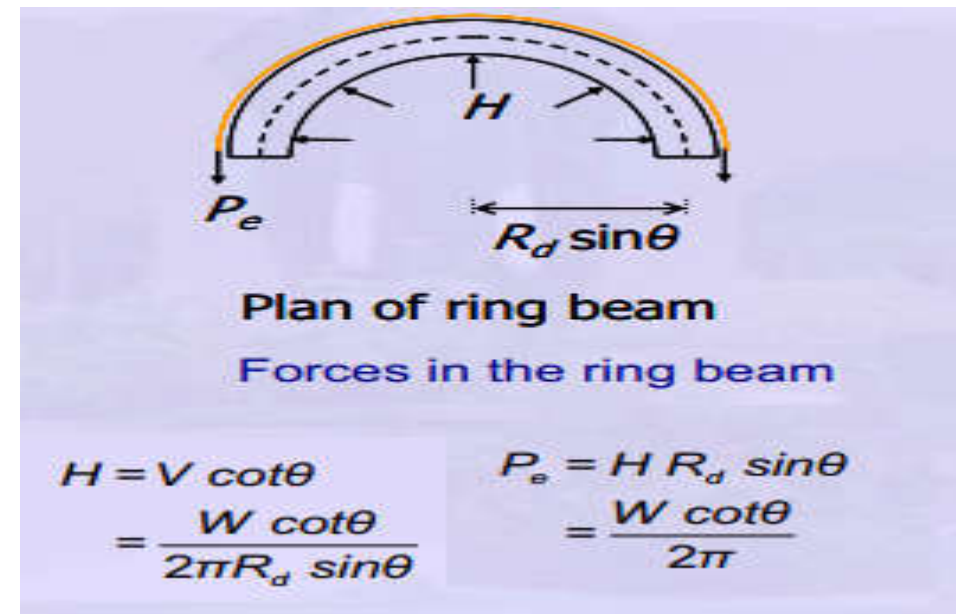
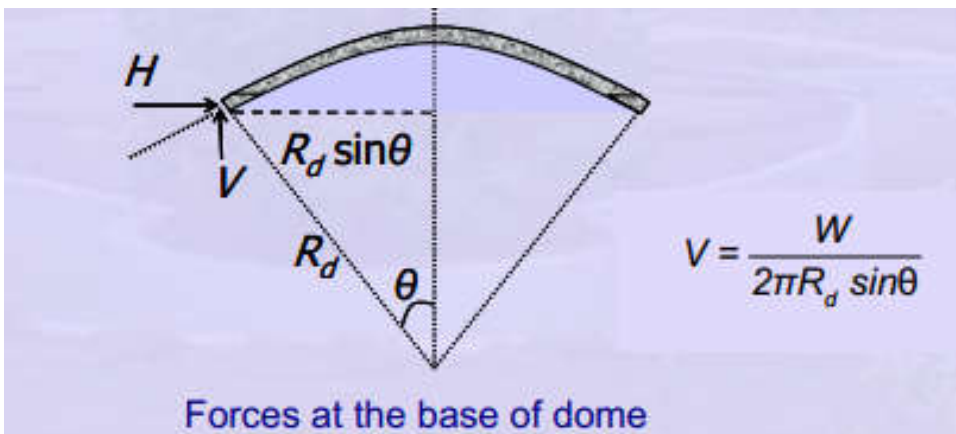
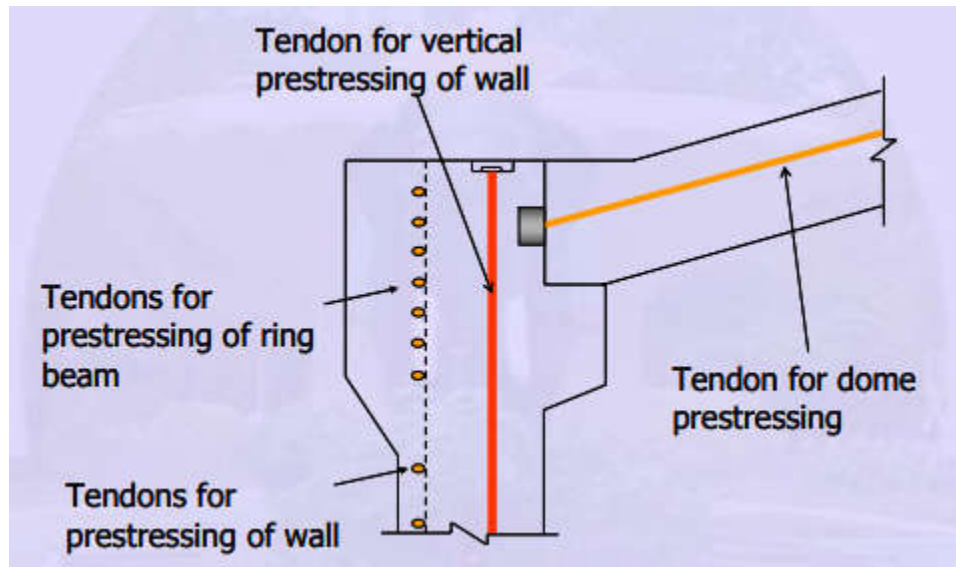
$C_M$  = coefficient for bending moment

$$M = C_M w H^3$$

$C_V$  = coefficient for shear

$$V = C_V w H^2$$



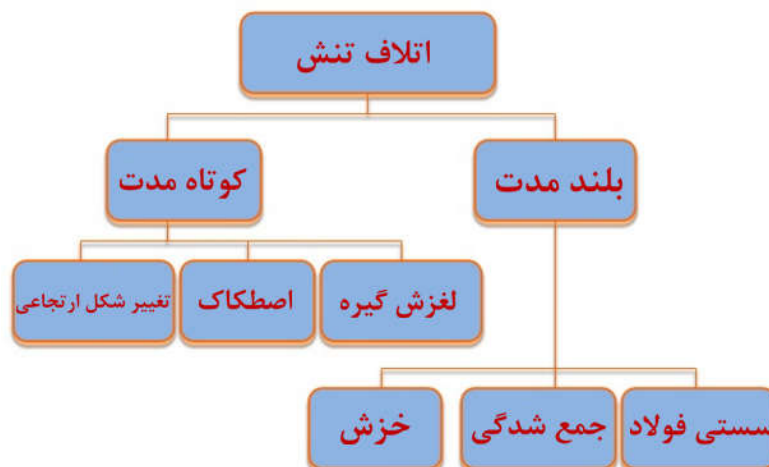


## اتلاف تنشها و دلایل استفاده از فولاد پرمقاومت

یکی از مباحث بسیار مهم در بتن پیش تنیده، بحث اتلاف تنش ها است. یک عامل مهم و تعیین کننده در طراحی و اجرای موفق سازه‌های پیش تنیده درک صحیح از اتلاف تنش‌ها و محاسبات آن به صورت دقیق می‌باشد. محاسبات اتلاف تنش‌ها در اعضای پیش‌تنیده باید در حد امکان به رفتار واقعی عضو نزدیک باشد، چنانچه اتلاف تنش‌ها کمتر از مقدار واقعی برآورد شود، در آن صورت نیروی پیش‌تنیدگی کمتری به عضو وارد می‌شود که جوابگوی تنش‌ها در حالت بهره‌برداری نمی‌باشد. در صورت برآورد بیشتر از مقدار واقعی اتلاف تنش‌ها نیز نیروی پیش‌تنیدگی بیشتری به عضو وارد می‌شود که مشکلات متعددی از جمله خیز بیش از حد عضو را به همراه خواهد داشت. اگر در بتن پیش‌تنیده از فولاد معمولی استفاده شود با توجه به مقاومت پایین فولاد معمولی و عدم امکان اعمال مقادیر زیاد نیروی پیش‌تنیدگی، اثرات انقباضی ناشی از جمع شدگی و خزش بتن پس از مدت زمان کوتاهی سبب از بین رفتن کل نیروی پیش‌تنیدگی اولیه می‌شود و عضو پیش‌تنیده تبدیل به یک عضو معمولی می‌گردد ولی اگر عضو بتنی توسط فولاد با مقاومت بالا پیش‌تنیده گردد، با توجه به امکان اعمال نیروی پیش‌تنیدگی بیشتر، مقدار اتلاف تنش نسبت به تنش پیش‌تنیدگی اولیه ناچیز خواهد شد و نیروی پیش‌تنیدگی موثر قادر به پیش‌تنیده کردن عضو می‌باشد، بنابراین یکی از الزامات اولیه پیش‌تنیده کردن اعضای بتنی استفاده از فولاد با مقاومت بالا است. لازم بذکر است مقاومت فولاد در میزان اتلاف تنش تأثیری نداشته و استفاده از فولاد پرمقاومت تنها موجب کاهش نسبت اتلاف تنش به مقاومت فولاد می‌شود و درصد تنش باقیمانده در آن بیشتر می‌باشد.

### منابع اتلاف تنش:

اتلاف تنش در اعضای پیش‌تنیده معمولاً به دو گروه اتلاف تنش‌های اولیه یا کوتاه مدت و اتلاف تنش‌های بلند مدت تقسیم‌بندی می‌شوند. اتلاف تنش‌های اولیه به اتلاف تنش‌هایی اطلاق می‌شود که بلافاصله بعد از اعمال نیروی پیش‌تنیدگی به عضو بتنی، عمل می‌نمایند. اتلاف تنش‌های بلند مدت به اتلاف تنش‌هایی اطلاق می‌شود که در طول زمان ایجاد می‌شوند.



شکل-انواع تنش‌های بلندمدت و کوتاه‌مدت.

باید توجه شود که اتلاف تنش‌ها در سیستم‌های مختلف پیش‌تنیدگی شامل اعضای پیش‌کشیده و پس‌کشیده متفاوت می‌باشند.

جدول (۱) انواع اتلاف تنش‌ها را برای اعضای پیش‌کشیده و پس‌کشیده نشان می‌دهد.

جدول ۱. اتلاف تنش‌های برای اعضای پیش‌کشیده و پس‌کشیده.

نوع اتلاف تنش	پیش‌کشیده	پس‌کشیده
تغییر شکل ارتجاعی	بله	۱- بله، اگر همه کابل‌ها بطور همزمان کشیده شوند ۲- خیر، اگر همه کابل‌ها بطور همزمان کشیده نشوند
لغزش کابل در گیره	خیر	بله
اصطکاک	خیر	بله
خزش و جمع شدگی بتن	بله	بله
سستی فولاد	بله	بله

اتلاف تنش‌های کوتاه مدت:

اتلاف تنش‌های کوتاه مدت شامل سه بخش لغزش کابل در گیره<sup>۱</sup>، تغییر شکل ارتجاعی عضو<sup>۲</sup> و اصطکاک کابل پیش‌تنیدگی<sup>۳</sup>

می‌شوند.

لغزش کابل در گیره:

<sup>1</sup>. anchorage slip

<sup>2</sup>. elastic shortening of concrete

<sup>3</sup>. friction

این نوع اتلاف تنش در مرحله رها کردن جک و انتقال نیروی پیش‌تنیدگی به کابل اتفاق می‌افتد. در این مرحله مقداری لغزش کابل در گیره ایجاد می‌شود که سبب کاهش طول کابل و در نتیجه اتلاف تنش در آن می‌گردد. اتلاف تنش در اثر لغزش کابل در گیره در هر دو روش پیش‌کشیدن و پس‌کشیدن امکان‌پذیر است. در روش پیش‌کشیدن اتلاف تنش در مرحله انتقال نیروی جک به بستر قالب بندی اتفاق می‌افتد و در روش پس‌کشیدن، اتلاف تنش در مرحله انتقال نیروی جک به عضو بتنی رخ می‌دهد. اتلاف تنش در اثر لغزش کابل در گیره بستگی به طول کابل دارد و با افزایش طول کابل، مقدار اتلاف تنش کاهش می‌یابد. در آیین‌نامه اشتو اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره در نظر گرفته نمی‌شود. در حالت پیش‌کشیده اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل مربوط به مرحله جک‌زنی و مهار کابل می‌شود که قبل از بتن‌ریزی صورت می‌گیرد و بستگی به روش مهار کابل (گوه یا صفحه صلب) دارد و برابر است با:

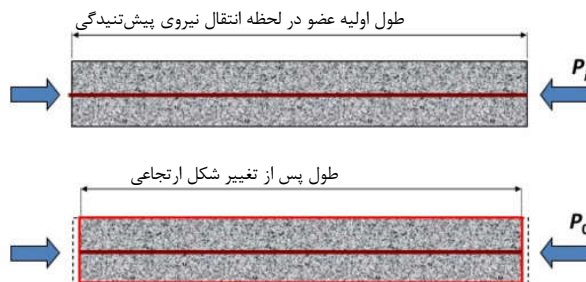
$$\Delta f_{pA} = \frac{\Delta_A}{L} E_p$$

که  $\Delta_A$  مقدار لغزش کابل،  $L$  طول کابل و  $E_p$  مدول الاستیسیته کابل پیش‌تنیدگی است. در حالت پس‌کشیده باید اندرکنش اصطکاک و لغزش کابل در گیره در نظر گرفته شود.

### کوتاه‌شدگی ارتجاعی عضو:

نیروی پیش‌تنیدگی وارد بر عضو بتنی سبب تغییر شکل ارتجاعی عضو و کوتاه‌شدن کابل و در نتیجه اتلاف تنش در آن می‌گردد. اتلاف تنش در اثر کوتاه‌شدگی ارتجاعی عضو پیش‌تنیده بستگی به مقدار کرنش در محل کابل پیش‌تنیدگی دارد. اتلاف تنش در اثر کوتاه‌شدگی ارتجاعی عضو پیش‌تنیده در هر دو روش پیش‌کشیدن و پس‌کشیدن امکان‌پذیر است. مقدار این نوع اتلاف تنش در روش پس‌کشیدن و به دلیل مقاومت اولیه بیشتر بتن، کمتر از روش پیش‌کشیدن است. این نوع اتلاف تنش در روش پیش‌کشیدن اجتناب‌ناپذیر است، اما در روش پس‌کشیدن، مقدار آن بستگی به روش اجرا و تعداد کابل‌های پیش‌تنیدگی دارد. در روش پیش‌کشیدن بلافاصله بعد از رها کردن کابل، کوتاه‌شدگی ارتجاعی عضو اتفاق می‌افتد ولی در روش پس‌کشیدن همزمان با اعمال نیروی پیش‌تنیدگی، کوتاه‌شدگی ارتجاعی نیز در نظر گرفته می‌شود. البته این رفتار در صورتی است که فقط یک کابل پیش‌تنیدگی وجود داشته باشد. در مواردی که بیشتر از یک کابل پیش‌تنیدگی در روش پس‌کشیدن مورد استفاده قرار می‌گیرند که به طور هم‌زمان کشیده نمی‌شوند، لازم است اثرات کوتاه‌شدگی ارتجاعی عضو ناشی از کابلی که دیرتر کشیده می‌شود بر روی کابل‌های قبل از آن در نظر گرفته شود، به طوری که بیشترین اثرات این نوع اتلاف تنش روی کابلی است که در ابتدا کشیده می‌شود.

و کابلی که در انتها کشیده می شود فاقد هر گونه اثرات کوتاه شدگی ارتجاعی است. در حالت پس کشیده در صورتی که کابلها هم زمان کشیده شوند، اتلاف تنش ناشی از کوتاه شدگی ارتجاعی وجود ندارد. البته محاسبات دقیق اتلاف تنش در این شرایط بسیار پیچیده بوده و در برخی موارد از روش های تقریبی و میانگین اتلاف تنش استفاده می گردد.



شکل: کوتاه شدگی ارتجاعی عضو در تیرهای پیش کشیده

برای المان های پیش کشیده، نیروی فشاری وارد بر تیر سبب کوتاه شدگی در تیر مطابق شکل 2-1 می شود. کرنش ایجاد

شده در بتن برابر با  $\epsilon_{ES} = \frac{\Delta ES}{L}$  است.

$$\epsilon_{ES} = \frac{f_c}{E_{ci}} = \frac{P_i}{A_c E_{ci}}$$

نیروی  $P_i$  در رابطه، معمولاً مقداری کمتر از نیروی جک است، زیرا اندرکنش اتلاف تنش ها در اثر لغزش کابل در گیره و کوتاه شدگی ارتجاعی عضو سبب کاهش نیروی جک می شود. از آنجایی که تعیین دقیق کاهش در نیروی جک مشکل می باشد، بطور تقریبی این مقدار را برابر 10 درصد در نظر می گیرند.

$$P_i = 0.9 P_j$$

بنابراین مقدار اتلاف تنش برابر است با:

$$\Delta f_{pES} = E_s \epsilon_{ES} = \frac{E_s P_i}{A_c E_{ci}} = \frac{n P_i}{A_c} = n f_{cs}$$

که در آن  $n$  و  $f_{cs}$  برابر خواهد بود با:

$$n = \frac{E_s}{E_{ci}}$$

$$f_{cs} = \frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) - \frac{M_D e}{I_c}$$

که در این رابطه  $M_D$  لنگر ناشی از وزن تیر،  $e$  خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی و  $r$  شعاع ژیراسیون مقطع می باشد.

اما در تیرهای پس کشیده، اتلاف تنش ناشی از کوتاه شدگی ارتجاعی برای کابل هایی که بطور همزمان کشیده می شوند برابر با صفر و برای کابل هایی که بصورت متوالی کشیده می شوند برابر است با:

$$\Delta f_{pES} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\Delta f_{pES})_j$$

که  $n$  تعداد کابل ها یا دسته کابل هایی است که بطور متوالی کشیده می شوند و  $j$  تعداد عملیات جک زنی می باشد. دقت داشته باشد کابل هایی که در انتها کشیده می شوند اتلاف تنش ناشی از کوتاه شدگی ارتجاعی ندارند در حالی که بیشترین اتلاف تنش در کابل هایی که در ابتدا کشیده شده اند اتفاق می افتد. به عبارتی اتلاف تنش در این حالت به صورت تجمعی اتفاق می افتد، یعنی کشیدن کابل دوم سبب اتلاف تنش در کابل اول و کشیدن کابل سوم سبب اتلاف تنش در کابل اول و دوم می شود و به همین ترتیب.

### اصطکاک کابل پیش تنیدگی:

این نوع اتلاف تنش کوتاه مدت که تنها در اعضای پس کشیده اتفاق می افتد، اتلاف تنش در اثر اصطکاک کابل پیش تنیدگی با غلاف داخل عضو است. این اتلاف در دو حالت امکان پذیر است:

الف: اصطکاک موج غلاف ( wobble friction ): در این حالت هر چند که کابل به صورت مستقیم است ولی به دلیل موج دار بودن غلاف، کابل در قسمت هایی از غلاف، به آن می چسبد که سبب اتلاف تنش در آن می شود، به گونه ای که نیروی پیش تنیدگی در محل گیره کمتر از نیروی جک می شود.

ب: اصطکاک انحنایی ( curvature friction ): این حالت به دلیل انحنای غلاف و شکل کابل پیش تنیدگی می باشد که سبب اصطکاک بین کابل و غلاف می شود.

در هر دو حالت اصطکاک کابل و غلاف، محاسبات اتلاف تنش با مفروضات تقریباً یکسان انجام می شود.

$$\Delta f_{fr} = f_0 [1 - e^{-(kl + \mu\alpha)}]$$

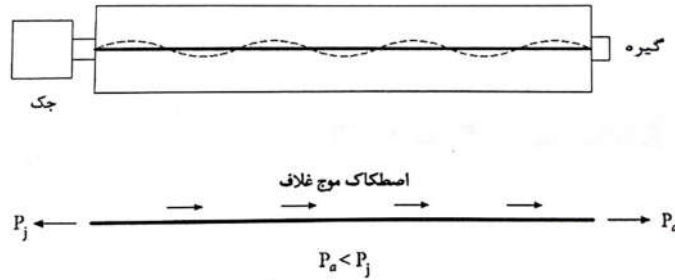
برای مقادیر کوچک  $(kl + \mu\alpha)$  داریم؛

$$e^{-x} \approx 1 - x$$

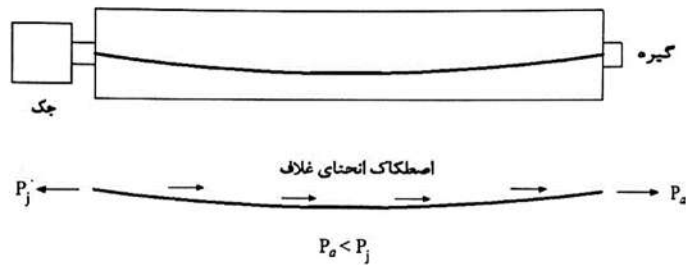
$$\Delta f_{fr} = f_0(kl + \mu\alpha) \quad \text{و} \quad (kl + \mu\alpha) \leq 0/3$$



در این رابطه  $\alpha$  زاویه ی انحنای دو انتهای کابل در طول  $l$  می باشد که برابر است با  $\frac{8e}{l}$ ،  $\mu$  ضریب اصطکاک انتهایی کابل،  $k$  ضریب اصطکاک ناشی از موج غلاف و  $f_0$  تنش اولیه جک می باشد که از تقسیم نیروی جک بر سطح مقطع کابل بدست می آید. ضرایب اصطکاک کابل های پس کشیده در جدول ۱-۲ آورده شده است.



شکل 2-2: اصطکاک موج غلاف



شکل 2-3: اصطکاک انحنایی

جدول 1-2: ضرایب اصطکاک کابل های پس کشیده

$\mu$ (1/rad)	$K$ (1/m)	نوع کابل	چسبیدگی کابل	
0/15-0/25	0/0033-0/0049	سیم	کابل چسبیده	
0/08-0/13	0/0003-0/002	میله های فولادی		
0/15-0/25	0/0016-0/0066	سیم های بافته شده هفت تایی		
0/05-0/15	0/0033-0/0066	سیم و سیم های بافته شده هفت تایی	با روکش ماستیک	کابل نچسبیده
0/05-0/15	0/001-0/0066	سیم و سیم های بافته شده هفت تایی	با روکش گریس	

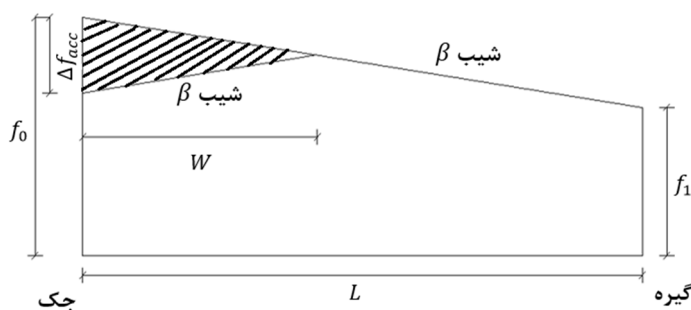
همانگونه که گفته شد در حالت پس کشیده باید اندرکنش اتلاف تنش ها در اثر لغزش کابل در گیره و اصطکاک بررسی شود. در ابتدا و در اثر کشیدن کابل و عملکرد اصطکاک در طول آن، تنش در یک انتهای کابل تنش جک  $f_0$  و تنش در انتهای دیگر، تنش گیره  $f_l$  می باشد (مطابق شکل ۴-۲)

در تعیین نیروی کابل پس از وقوع لغزش در گیره دو حالت به وجود می آید:

۱- اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره به انتهای کابل نرسد.

۲- اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره تا انتهای کابل ادامه یابد.

**حالت اول:**



شکل ۴- اندرکنش اتلاف تنش ها در اثر لغزش کابل در گیره و اصطکاک

$$\beta = \frac{\Delta f_{fr}}{l}$$

$$W = \frac{\Delta f_{anc}}{2\beta}$$

مقدار  $\Delta f_{anc}$  در طول  $W$  ثابت نمی باشد و در محل جک حداکثر و در انتهای دیگر صفر است. برای دستیابی به میانگین کرنش  $\frac{\Delta l}{W}$  لازم است کرنش در محل جک  $\frac{2\Delta l}{W}$  و در انتهای دیگر صفر باشد.

$$\Delta f_{anc} = \frac{2\Delta l}{W} E_p \quad \text{در نتیجه} \quad \longrightarrow \quad W^2 = \frac{\Delta l}{\beta} E_p$$

روش دیگری نیز جهت محاسبه  $W$  وجود دارد که از برابر گذاشتن سطح میان خطوط اتلاف تنش ناشی از اصطکاک و لغزش کابل در گیره (ناحیه‌ی هاشورخورده) و حاصلضرب مدول الاستیسیته کابل پیش تنیدگی در میزان لغزش کابل بدست می آید:

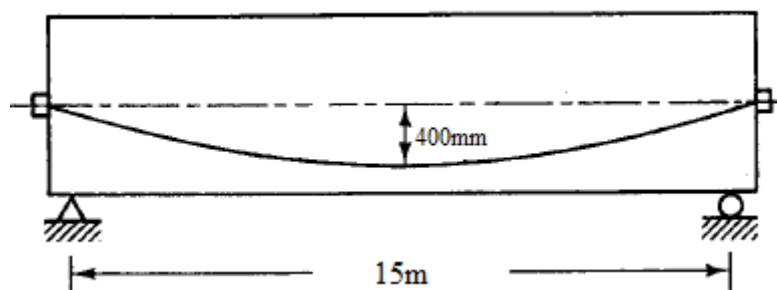
$$\frac{\Delta f_{anc} \times W}{2} = \Delta l \times E_p$$

مثال 1- با توجه به اطلاعات داده شده برای تیر نشان داده شده در شکل زیر مقدار اتلاف تنش ناشی از اصطکاک را در وسط دهانه

محاسبه نمایید.

$$A_{ps} = 12.9 \text{ cm}^2 = 1290 \text{ mm}^2, \quad E_p = 19 \times 10^4 \text{ MPa}, \quad \mu = 0.2$$

$$K = 0.0033 \frac{1}{\text{m}}, \quad P_j = 1500 \text{ KN}, \quad \delta = 2.5 \text{ mm}$$



$$\alpha = \frac{8e}{l} = \frac{8 \times 400}{15 \times 10^3} = 0.213$$

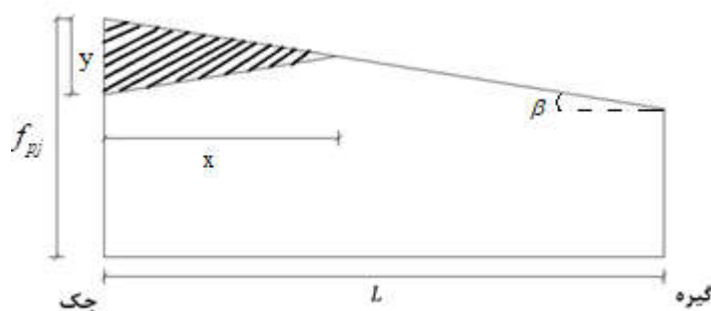
$$f_{pj} = \frac{P}{A} = \frac{1500 \times 10^3}{1290} = 1163 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_{pj} = f_{pj} (1 - e^{-(\mu\alpha + Kx)}) = 1163 (1 - e^{-(0.2 \times 0.213 + 0.0033 \times 15)}) = 102.3 \text{ MPa}$$

$$f_p(15) = f_{pj} - \Delta f_{pj} = 1163 - 102.3 = 1061 \text{ MPa}$$

$$\beta = \frac{102.3}{15 \times 10^3} = 0.00682$$

$$\beta = \frac{y/2}{x} \Rightarrow y = 2\beta x$$



بر اساس مساحت مثلث هاشور خورده:

$$\frac{1}{2} \times 2\beta x \times x = E_p \delta \Rightarrow \beta x^2 = E_p \delta \Rightarrow x = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\beta}} = \sqrt{\frac{19 \times 10^4 \times 2.5}{0.00682}} = 8.35m < l = 15m$$

بنابراین اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره به انتهای کابل نرسیده از اینرو بر اساس حالت اول خواهیم داشت:

$$\Delta f_p(0) = y = 2\beta x = 2 \times 0.00682 \times 8.35 \times 10^3 = 113.9MPa$$

مقدار اتلاف تنش در وسط دهانه:

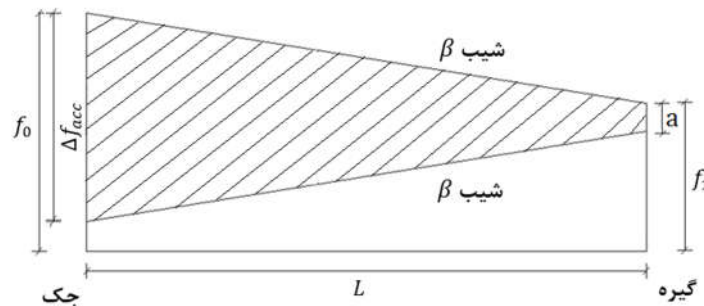
$$\frac{pm}{113.9} = \frac{8.35 - 7.5}{8.35} \Rightarrow pm = 11.6MPa$$

مقدار کل اتلاف تنش:

$$\Delta f_p = \frac{1}{2} \times 113.9 \times 8350 = 475 \times 10^3$$

### حالت دوم:

در این حالت اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره به انتهای مهار شده ی کابل می رسد بنابراین داریم:



در این حالت مطابق شکل:

$$\Delta f_{anc} = a + 2\beta l$$

و با استفاده از روش دوم مطرح شده:

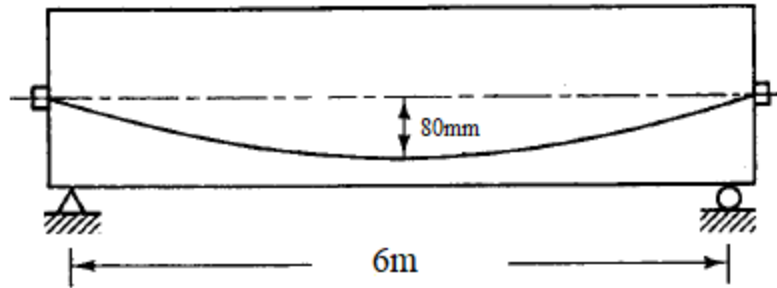
$$\frac{(a + (a + 2\beta l))l}{2} = \Delta l \times E_p$$

**مثال 2-** با توجه به اطلاعات داده شده برای تیر نشان داده شده در شکل زیر مقدار اتلاف تنش ناشی از اصطکاک را در وسط دهانه

محاسبه نمایید.

$$A_{ps} = 12.9 \text{ cm}^2 = 1290 \text{ mm}^2, \quad E_p = 19 \times 10^4 \text{ MPa}, \quad \mu = 0.2$$

$$K = 0.0033 \text{ 1/m}, \quad P_j = 1500 \text{ KN}, \quad \delta = 2.5 \text{ mm}$$



$$\alpha = \frac{8e}{l} = \frac{8 \times 80}{15 \times 10^3} = 0.106$$

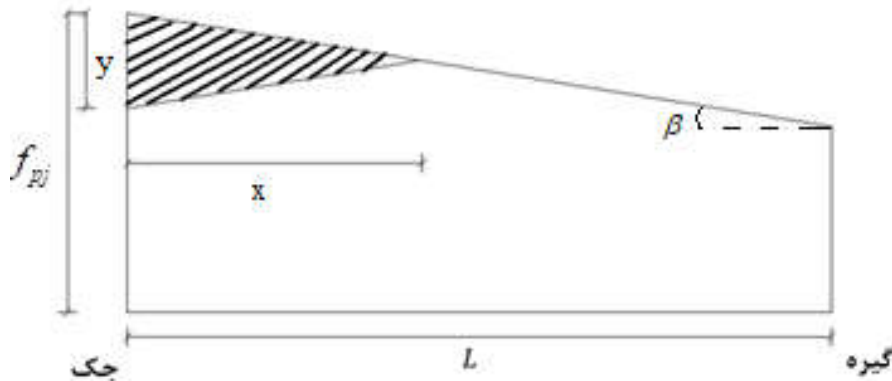
$$f_{pj} = \frac{P}{A} = \frac{1500 \times 10^3}{1290} = 1163 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_{pj} = f_{pj} (1 - e^{-(\mu\alpha + Kx)}) = 1163 (1 - e^{-(0.2 \times 0.106 + 0.0033 \times 6)}) = 46.72 \text{ MPa}$$

$$f_p(6) = f_{pj} - \Delta f_{pj} = 1163 - 46.72 = 1116.3 \text{ MPa}$$

$$\beta = \frac{46.72}{6 \times 10^3} = 0.0078$$

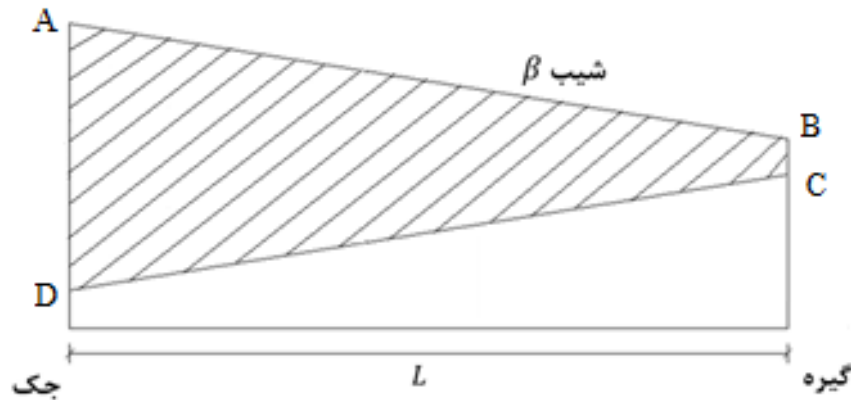
$$\beta = \frac{y/2}{x} \Rightarrow y = 2\beta x$$



براساس مساحت مثلث هاشور خورده:

$$\frac{1}{2} \times 2\beta x \times x = E_p \delta \Rightarrow \beta x^2 = E_p \delta \Rightarrow x = \sqrt{\frac{E_p \delta}{\beta}} = \sqrt{\frac{19 \times 10^4 \times 2.5}{0.0078}} = 7.8m > L = 6m$$

بنابراین اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره به انتهای کابل رسیده از اینرو بر اساس حالت ذوم خواهیم داشت:



$$AD = BC + 2\beta L$$

$$\frac{AD + BC}{2} * L = E_{ps} \delta \rightarrow \frac{2BC + 2\beta L}{2} * L = E_{ps} \delta \rightarrow BC = \frac{E_{ps} \delta}{L} - \beta L$$

$$\Rightarrow BC = \frac{19 * 10^4 * 2.5}{6 * 10^3} - (0.0078 * 6 * 10^3) = 32.4 MPa$$

$$\Delta f_p(0) = AD = 32.4 + 2(0.0078 * 6 * 10^3) = 126 MPa$$

$$\Delta f_p(\text{mid} - \text{span}) = \frac{126(7.8 - 3)}{7.8} = 77.5 MPa$$

**مثال 3-** یک تیر کوچک پیش تنیده با طول 4/5 متر جهت آزمایش داریم، با فرض  $f_{pj} = 1500 MPa$  و  $\delta = 5mm$  مقدار

تنش پس از اتلاف تنش گیره در محل جک و انتهای تیر را در دو حالت پیش کشیدگی و پس کشیدگی بدست آورید.

### • پیش کشیدگی

در این حالت تنش و افت تنش بلافاصله قبل و بعد از لغزش گیره در طول تیر یکسان خواهد بود زیرا فولاد هنوز در تماس با بتن نیست. بنابراین:

$$\Delta f_p(0) = E_{PS} \frac{\delta}{l} = 19 \times 10^4 \times \frac{5 \times 10^{-3}}{4.5} = 211.11 MPa$$

تنش در کابل در انتهای دیگر تیر:

$$f(l) = 1500 - 211.11 = 1288.89 \text{ MPa}$$

• پس کشیدگی

در این حالت فرض می‌شود که میزان افت منحنی کابل در طول دهانه ۴/۵ متر برابر ۱۵ سانتی متر باشد.

$$\mu = 0.15, K = 24.6 \times 10^{-4} \text{ 1/m}$$

$$\lambda = 2\mu \frac{a}{b^2} + K = 2 \times 0.15 \times \frac{0.15}{4.5^2} + 24.6 \times 10^{-4} = 2.97 \times 10^{-3} \text{ 1/m}$$

$$f_p^*(l) = f_p^*(4.5) = f_{pj} e^{-\lambda x} = 1500 e^{-(2.97 \times 10^{-3} \times 4.5)} = 1498 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_p(0) = E_{ps} \frac{\delta}{l} + f_{pj} \lambda l = 19 \times 10^4 \frac{5 \times 10^{-3}}{4.5} + 1500 \times 2.97 \times 10^{-3} \times 4.5 = 231.16 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_p(l) = E_{ps} \frac{\delta}{l} - f_{pj} \lambda l = 19 \times 10^4 \frac{5 \times 10^{-3}}{4.5} - 1500 \times 2.97 \times 10^{-3} \times 4.5 = 191.06 \text{ MPa}$$

بنابراین تنش در محل جک پس از لغزش گیره:

$$f_p(0) = f_{pj} - \Delta f_p(0) = 1500 - 211.11 = 1288.9 \text{ MPa}$$

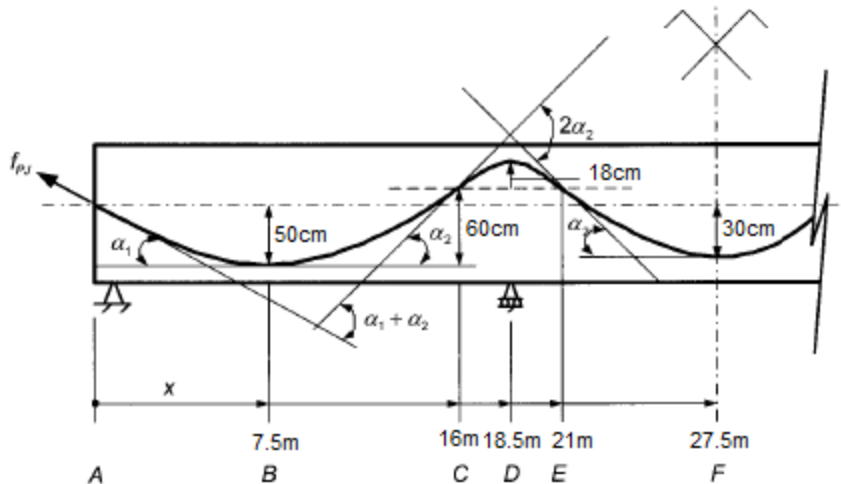
و تنش در انتهای دیگر تیر پس از لغزش گیره:

$$f_p(l) = f_p^*(l) - \Delta f_p(l) = 1498 - 191.06 = 1306.94 \text{ MPa}$$

مثال ۴ برای تیر بتنی پیش تنیده پیوسته سه دهانه زیر با توجه به داده های نشان داده شده، مطلوب است محاسبه اتلاف تنش

ناشی از اصطکاک ( $f_{ps}(x)$ ) در مقاطع مشخص شده و نیز ترسیم نمودار اتلاف تنش.

$$\mu = 0.15, k = 24.6 \times 10^{-4} \text{ 1/m}, f_{pj} = 1490 \text{ MPa}, f_{pu} = 1860 \text{ MPa}, E_{ps} = 19 \times 10^4 \text{ MPa}$$



شکل 9: پروفیل تاندون در نظر گرفته شده برای محاسبه اتلاف تنش ناشی از اصطکاک

جهت محاسبه زاویه بین جک واقع در انتهای A و هر نقطه روی کابل ( $\alpha$ ) با توجه به شیب کابل از روی شکل قابل محاسبه است، که به عنوان نمونه تابع منحنی کابل برای دهانه ABC به شرح زیر می باشد:

$$e_0(x) = 0.5 - \frac{0.5}{7.5^2}(x - 7.5)^2$$

شیب هر نقطه منحنی تغییر شکل کابل نسبت به محور X برابر است با:

$$\frac{\delta e_0(x)}{\delta x} = \frac{0.9}{7.5^2}(x - 7.5)$$

با توجه به شکل شیب در نقطه A ( $x = 0$ ) به صورت تقریبی برابر است با:

$$\alpha_1 \approx \tan \alpha_1 = \frac{0.9 * 7.5}{7.5^2} = 0.12 \text{radian}$$

و به طور مشابه برای زاویه بین نقاط B و C:

$$\alpha_2 = \left| -\frac{0.9}{7.5^2}(16 - 7.5) \right| = 0.136 \text{radian}$$

بنابراین زاویه بین مماس های نقاط A و C نسبت به محور X برابر است با:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

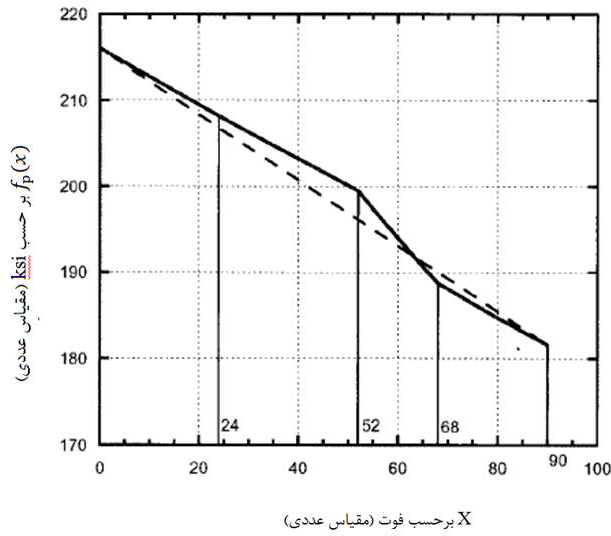
زاویه  $\alpha$  مربوط به سایر نقاط به طور خلاصه در جدول ۲-۲ ارائه شده است.



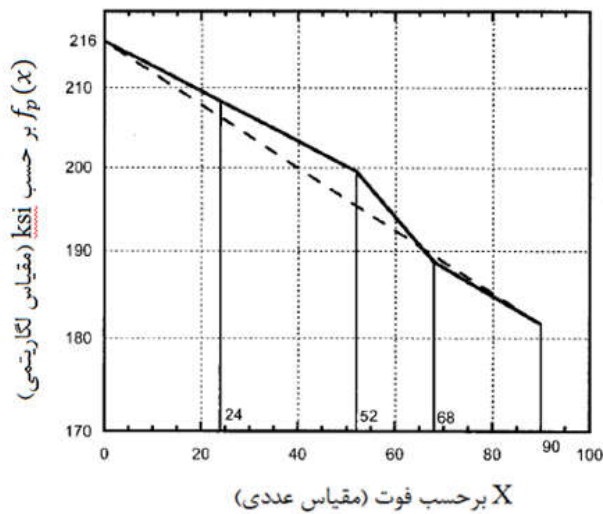
به عنوان نمونه مقدار اتلاف تنش در مقطع C برابر است با:

$$f_p(x) = f_{pi} e^{-(\mu\alpha + kx)} = 1490 e^{-(0.15 \times 0.256 + 24.6 \times 10^{-4} \times 16)} = 1490 e^{-0.0778} = 1378.5 \text{ MPa}$$

نتایج مشابه برای سایر نقاط در جدول زیر ارائه شده است و همچنین نمودار کاهش تنش در کابل در طول تیر ناشی از اصطکاک تیز ترسیم می گردد.



(الف)



(ب)

شکل 10: کاهش تنش در فولاد ناشی از اصطکاک. الف- مقیاس عددی ب- مقیاس شبه لگاریتمی

جدول 2: تغییر تنش فولاد ناشی از اصطکاک تاندون در این مثال

مقطع	وسط دهانه	D	وسط دهانه	E	وسط دهانه	F
$x, m$	17.25	18.5	19.75	21	24.25	27.5
$\alpha, \text{radian}$	0.328	0.4	0.472	0.544	0.601	0.667
$\mu\alpha + kx = \lambda x$	0.0916	0.1055	0.1194	0.1333	0.1498	0.1677
$e^{-(\mu\alpha+kx)}$	0.9124	0.8999	0.8875	0.8752	0.8609	0.8456
$f_{ps}(x), \text{MPa}$	1359.53	1340.80	1322.32	1304.10	1282.70	1259.96
$\Delta f_{ps}(x), \text{MPa}$	130.47	149.20	167.68	185.90	207.30	230.04

مقطع	A	وسط دهانه	B	وسط دهانه	C	وسط دهانه
$x, m$	0	3.75	7.5	11.75	16	17.25
$\alpha, \text{radian}$	0	0.06	0.12	0.188	0.256	0.328
$\mu\alpha + kx = \lambda x$	0	0.0182	0.0365	0.0571	0.0778	0.0916
$e^{-(\mu\alpha+kx)}$	1	0.9819	0.9642	0.9445	0.9252	0.9124
$f_{ps}(x), \text{MPa}$	1490	1463.09	1436.67	1407.30	1378.53	1359.53
$\Delta f_{ps}(x), \text{MPa}$	0	26.91	53.33	82.70	111.47	130.47

مثال 5) با توجه به اطلاعات و نتایج مثال 2-4 به سوالات زیر پاسخ دهید.

سوال 1) با در نظر گرفتن  $f_{pj} = 1300MPa$  و با فرض  $\delta = 5mm$  مقدار اتلاف تنش در محل جک ( $x = 0$ ) را محاسبه نمایید.

$$\lambda = 2\mu \frac{a}{b^2} + K = 2 \times 0.15 \times \frac{0.5}{7.5^2} + 24.6 \times 10^{-4} = 5.12 \times 10^{-3} \text{ 1/m}$$

$$X = \sqrt{\frac{E_{ps} \delta}{\lambda f_{pj}}} = \sqrt{\frac{19 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-3}}{5.12 \times 10^{-3} \times 1300}} = 11.95m$$

چون مقدار X از 16 متر که ابتدای انحنای دوم می باشد، کمتر است پس مقدار عددی آن صحیح است.

تنش در نقطه X برابر است با:

$$f_p(11.95) = f_{pj} e^{-\lambda x} = 1300 e^{-(5.12 \times 10^{-3} \times 11.95)} = 1222.85MPa$$

$$f_p(16) = f_{pj} e^{-\lambda x} = 1300 e^{-(5.12 \times 10^{-3} \times 16)} = 1197.75MPa$$

$$X = \sqrt{\frac{E_{ps} \delta}{\frac{z}{l}}} = \sqrt{\frac{19 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-3}}{(1300 - 1197.75) / 16}} = 12.19m$$

افت تنش در محل جک برابر است با:

$$\Delta f_p(0) = 2E_{ps} \frac{\delta}{X} = 2 \times 193 \times 10^3 \times \frac{5 \times 10^{-3}}{11.95} = 156MPa$$

سوال 2) در سوال 1 مقدار  $f_{pj} = 1300MPa$  در نظر گرفته شده است که این مقدار از حداکثر مجاز آیین نامه کمتر می باشد.

چنانچه آیین نامه تنش در محل جک را تا مقدار  $0.8f_{pu}$  مجاز بداند (به شرط آنکه تنش، کمتر یا برابر مقدار

$0.7f_{pu} = 1300MPa$  پس از لغزش کابل در گیره ها باشد) چه مقدار تنش را به عنوان تنش محل جک پیشنهاد می کنید؟

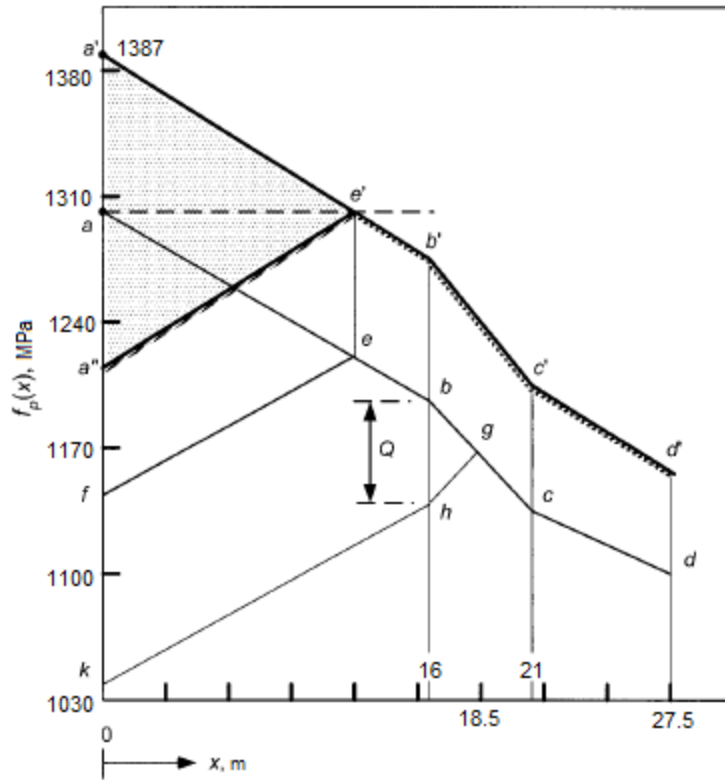
با توجه به شکل 2-5، حداکثر تنش بدست آمده در مثال قبل مربوط به نقطه e و با مقدار 1225.85 مگا پاسکال می باشد، بنابراین می

توان تنش در محل جک را به مقدار اختلاف بین حداکثر مقدار تنش پس از لغزش کابل در گیره تا حداکثر مقدار تنش در مثال قبل

افزایش داد.

$$1300 - 1225.85 = 74.15MPa$$

$$f_p(0) = 1300 + 74.15 = 1374.15 \text{ MPa} \leq 0.8 f_{pu} = 1488 \text{ MPa}$$



شکل 6- نمودار تنش کابل قبل و بعد از لغزش گیره برای مقادیر مختلف تنش جک  
 سوال 3) با در نظر گرفتن  $f_{pj} = 1300 \text{ MPa}$  و  $\delta = 13 \text{ mm}$  اتلاف تنش در نقطه  $x=0$  را محاسبه نمایید.

$$X = \sqrt{\frac{E_{ps} \delta}{\lambda f_{pj}}} = \sqrt{\frac{19 \times 10^4 \times 13 \times 10^{-3}}{5.12 \times 10^{-3} \times 1300}} = 19.41 \text{ m}$$

این بدین معناست که مقدار  $X$  در انحنای دوم می‌باشد پس مقدار بدست آمده از رابطه فوق قابل قبول نیست و بنابراین مقدار اتلاف تنش در نقطه  $X=0$  برابر است با:

افت سطح = مساحت ذوزنقه  $abhk$  + مساحت مثلث  $bgh$

$$\text{Area lost} = E_{ps} \delta = \frac{(\Delta f_p(0) + Q) \times 16}{2} + (X - 16) \frac{Q}{2}$$

$$\frac{Q}{2} = f_p(16) - f_p(X) = 1197.75 - f_p(X)$$

$$f_p(X) = f_p(16) - [f_p(16) - f_p(21)] \frac{(X-16)}{(21-16)} = 1197.75 - (1197.75 - 1167.48) \frac{X-16}{5}$$

$$\Delta f_p(0) = 2(f_{pj} - f_p(16)) + Q = 2(1300 - 1197.75) + Q \Rightarrow X = 19.8$$

## اتلاف تنش‌های بلند مدت:

اتلاف تنش‌های بلند مدت شامل سه بخش خزش بتن<sup>۴</sup>، جمع شدگی بتن<sup>۵</sup> و وادادگی فولاد<sup>۶</sup> می‌باشد.

### 1) خزش بتن:

خزش به تغییر شکل عضو در طول زمان تحت اثر یک بار دائمی می‌گویند. این پدیده در اکثر مصالح وجود دارد و در اثر حرکت ذرات و قرارگیری منظم آنها، پرشدن خلل و فرج داخل ذرات و همچنین بیرون آمدن آب از داخل ذرات بتن در طول زمان می‌باشد. خزش تحت اثر یک بار دائمی اتفاق می‌افتد و معمولاً بار مرده به علاوه درصدی از بار زنده (50 درصد) به عنوان بار دائمی در نظر گرفته می‌شود. کرنش در اثر خزش بتن از ابتدای عمر سازه شروع می‌شود و مقدار آن به تدریج افزایش می‌یابد. اما پس از گذشت یک مدت زمان، افزایش کرنش در اثر خزش بتن متوقف یا بسیار کم می‌شود و حداکثر کرنش در اثر خزش بتن حاصل می‌گردد. یکی از اثرات خزش بتن خیز دراز مدت تیرها است. این نوع اتلاف تنش بستگی به ضریب ارتجاعی بتن دارد و با افزایش مقاومت بتن، ضریب ارتجاعی بتن افزایش می‌یابد و در نتیجه اتلاف تنش در اثر خزش بتن کاهش می‌یابد. اتلاف تنش در اثر خزش در هر دو روش پیش کشیدن و پس کشیدن امکان پذیر است. بررسی‌های انجام شده نشان داده‌اند که بیشترین مقدار کرنش در اثر خزش بتن در پنج سال اولیه عمر سازه اتفاق می‌افتد و معمولاً پس از این مدت زمان، کرنش در اثر خزش بتن ثابت می‌شود. اثرات خزش بتن در اعضای پیش تنیده به مراتب بیشتر از اعضای بتن آرمه است زیرا علاوه بر نیروی فشاری حاصل از خمش، نیروی پیش تنیدگی نیز سبب خزش بتن می‌گردد. یکی از راهکارهای کاهش تغییرشکل در اثر خزش استفاده از فولاد در بخش فشاری مقطع است. فولاد فشاری سبب جذب بخشی از نیروی فشاری مقطع و در نتیجه اعمال نیروی فشاری کمتر به بتن می‌شود.

### روش اول:

4. concrete creep

5. concrete shrinkage

6. steel relaxation

اتلاف تنش ناشی از خزش بتن برای کابل چسبیده از رابطه 2-11 و برای کابل نچسبیده از رابطه 2-13 به دست می‌آید.

$$\Delta f_{cr} = k_{cr} \frac{E_p}{E_c} (f_{cir} - f_{cds})$$

که در رابطه بالا  $k_{cr}$  برای حالت پیش کشیده برابر 2 و برای حالت پس کشیده برابر 1/6 می‌باشد. همچنین  $f_{cir}$  تنش ناشی از نیروی پیش تنیدگی می‌باشد که برابر خواهد بود با؛

$$f_{cir} = k_{cir} f_{cpi} - f_g$$

که  $k_{cir}$  برای حالت پس کشیده برابر 1 و برای پیش کشیده برابر 0/9 است.  $f_{cpi}$  تنش در بتن در مرکز ثقل کابل پیش تنیدگی بلافاصله پس از اعمال نیروی پیش تنیدگی و  $f_g$  تنش در بتن در مرکز ثقل کابل پیش تنیدگی ناشی از وزن در زمان اعمال پیش تنیدگی می‌باشد.  $f_{cds}$  تنش در بتن در مرکز ثقل کابل پیش تنیدگی ناشی از بار دائمی (بار مرده به علاوه 50٪ کل بار زنده) می‌باشد. در بتن معمولی هرچه بارهای دائمی بیشتر باشند خزش بیشتری رخ می‌دهد ولی در بتن پیش تنیده هرچه بار دائمی بیشتر باشد، خزش کمتر است.

$$\Delta f_{cr} = k_{cr} \frac{E_p}{E_c} f_{cpa}$$

که در رابطه فوق  $f_{cpa}$  برابر متوسط تنش فشاری در بتن در طول عضو در مرکز ثقل بتن بلافاصله بعد از اعمال نیروی پیش تنیدگی است.

## روش دوم:

روش دیگری نیز جهت محاسبه‌ی اتلاف تنش ناشی از خزش بتن وجود دارد که وابسته به زمان است. در این روش نسبت کرنش در اثر خزش بتن به کرنش اولیه را ضریب خزش بتن  $C_t$  می‌نامند.

$$C_t = \frac{\varepsilon_{CP}}{\varepsilon_C}$$

که ضریب خزش بتن بر اساس نتایج بررسی‌ها و آزمایش‌های مختلف از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$C_t = \frac{t^{0/6}}{10 + t^{0/6}} C_u$$

در این رابطه  $t$  زمان بر حسب روز و  $C_u$  ضریب خزش نهایی بتن است. ضریب خزش نهایی بتن بین 2 تا 4 متغیر است اما معمولاً میانگین ضریب خزش نهایی بتن  $C_u = 2/35$  در نظر گرفته می‌شود.

مقدار اتلاف تنش ناشی از خزش بتن نیز از حاصلضرب کرنش در اثر خزش بتن در مدول الاستیسیته کابل پیش تنیدگی نتیجه می‌گردد.

$$\Delta f_{cr} = E_p \varepsilon_{CP}$$

$$\Delta f_{cr} = E_p C_t \varepsilon_C$$

$\varepsilon_C$  کرنش اولیه از تقسیم تنش بتن در محل کابل پیش تنیدگی به ضریب ارتجاعی بتن به دست می‌آید:

$$\varepsilon_C = \frac{f_{ce}}{E_C}$$

تنش بتن در محل کابل پیش تنیدگی نیز از رابطه ی زیر بدست می‌آید:

$$f_{ce} = \frac{P_i}{A} + \frac{P_i e^2}{I} - \frac{M_s e}{I}$$

در این رابطه  $M_s$  لنگر ناشی از بارهای دائمی و  $P_i = 0/9 P_j$  می‌باشد.

### جمع شدگی بتن:

جمع شدگی بتن در اثر تبخیر آب داخل ذرات بتن در طول زمان اتفاق می‌افتد که سبب کاهش حجم بتن و در نتیجه انقباض آن می‌گردد. این پدیده مشابه تغییر شکل در اثر خزش بتن در طول زمان اتفاق می‌افتد، با این تفاوت که بستگی به بار وارده ندارد و در هر حالتی رخ می‌دهد. اختلاف دیگر جمع شدگی و خزش بتن در مدت زمانی است که حداکثر تغییر شکل بلند مدت اتفاق می‌افتد. معمولاً بیشترین مقدار تغییر شکل در اثر جمع شدگی بتن در چند ماه اولیه عمر عضو اتفاق می‌افتد و مقدار آن پس از گذشت یک سال ثابت می‌شود. بر اساس رابطه‌ی پیشنهادی توسط Paul zia et al. ، کرنش جمع شدگی موثر ( $\varepsilon_{Sh}$ ) از حاصلضرب کرنش نهایی جمع‌شدگی در دو ضریب اصلاح مربوط به نسبت حجم به سطح و میزان رطوبت محل به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{Sh} = 550 \times 10^{-6} (1 - 0/06 \frac{V}{S}) (1/5 - 0/015 RH)$$

و در نهایت اتلاف تنش ناشی از جمع شدگی بتن از ضرب کرنش جمع شدگی موثر در مدول الاستیسیته‌ی کابل پیش تنیدگی و ضریب اصلاحی  $K_{Sh}$  مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta f_{SH} = 550 \times 10^{-6} K_{Sh} E_p (1 - 0/06 \frac{V}{S}) (1/5 - 0/015 RH)$$

که در رابطه‌ی بالا  $K_{Sh}$  برای حالت پیش کشیده برابر 1 و برای حالت پس کشیده از جدول 2-2 محاسبه می‌شود.  $\frac{V}{S}$  نسبت حجم به سطح عضو بتنی و  $RH$  رطوبت نسبی متوسط محیطی می‌باشد.

جدول 2: مقادیر  $K_{sh}$  برای حالت پس کشیده

زمان پس از پایان گیرش بتن پس کشیده (روز)	1	3	5	7	10	20	30	60
$K_{sh}$	0/92	0/85	0/80	0/77	0/73	0/64	0/58	0/45

همچنین آنها بیان کردند که به جای استفاده از حاصل عبارت  $(1/5 - 0/015 RH)$ ، می توان ضریب اصلاح مربوط به رطوبت نسبی را از جدول 2-3 نیز بدست آورد.

جدول 3: ضریب اصلاح مربوط به رطوبت نسبی محیط

متوسط رطوبت نسبی (%)	ضریب اصلاح
40	1/43
50	1/29
60	1/14
70	1/00
80	0/86
90	0/43
100	0/00

### 3) وادادگی فولاد:

وادادگی به کاهش تنش در عضو فولادی تحت کشش در طول زمان بدون تغییر در طول عضو می گویند. به عبارت دیگر، تنش در کابل پیش تنیدگی به مرور زمان و در اثر پدیده وادادگی فولاد مقداری کاهش می یابد که مقدار آن در ابتدا زیاد است اما به مرور زمان کاهش می یابد و پس از گذشت یک مدت زمان معین، تنش در فولاد ثابت می شود. تفاوت وادادگی با خزش در ثابت بودن تنش و تغییر طول عضو در حالت خزش، در مقایسه با ثابت بودن طول عضو و تغییر تنش در حالت وادادگی می باشد. مقدار وادادگی فولاد با نوع فولاد تغییر می کند و به عوامل مختلفی همچون تنش اولیه فولاد، تنش تسلیم فولاد، دمای محیط، قطر کابل و غیره بستگی دارد. اتلاف تنش در اثر وادادگی در هر دو روش پیش کشیدن و پس کشیدن اتفاق می افتد و معمولاً از نظر مقدار، تفاوتی بین دو حالت وجود ندارد. این نوع اتلاف تنش درصد بالایی از کل اتلاف تنش عضو پیش تنیده را تشکیل می دهد. تنش ناشی از وادادگی فولاد از رابطه زیر محاسبه می شود.



$$\Delta f_{rel} = f_{pi} \left( \frac{\log t_2 - \log t_1}{10} \right) \left( \frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0/55 \right) \quad \text{که} \quad \frac{f_{pi}}{f_{py}} \geq 0/55 \quad (22-2)$$

که  $f_{pi}$  تنش اولیه کابل پیش تنیده و برابر  $f_{pj} = 0/9 f_{pu}$  می‌باشد. تنش تسلیم کابل پیش تنیده و درصدی از  $f_{pu}$  می‌باشد که به نوع کابل بستگی دارد؛

$$f_{py} = 0/8 f_{pu} \quad \text{برای سیم پیش تنیده:}$$

$$f_{py} = 0/85 f_{pu} \quad \text{برای کابل پیش تنیده:}$$

$$f_{py} = 0/9 f_{pu} \quad \text{Low Relaxation: برای کابل پیش تنیده}$$

$t_2$  زمان مورد نظر بر حسب ساعت و  $t_1$  زمان رها کردن کابل بر حسب ساعت می‌باشد.

**مثال-6** برای تیر بتنی T شکل با تکیه گاه های ساده نشان داده شده در شکل زیر؛ با توجه به مشخصات داده شده مطلوبست محاسبه اتلاف تنش در تیر در حالت پس کشیده و تحت اثر بار های مرده و بارهای اضافی در مقطع بحرانی (0.41) برای 3 حالت:

الف ( مرحله انتقال نیروی پیش تنیدگی

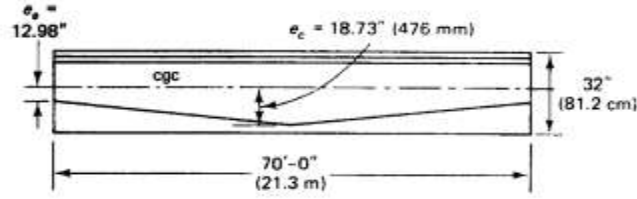
ب) پس از اجرای بتن کف

ج) 2 سال پس از اجرای بتن کف

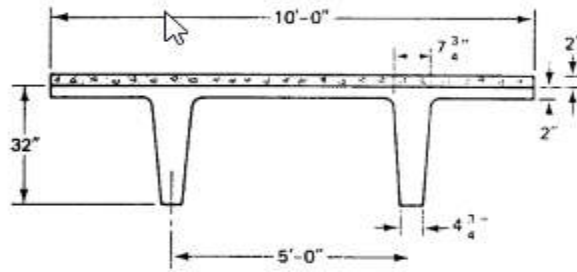
- تیر بتنی سبک عمل آوری شده با بخار
- 12 کابل پبش تنیده به قطر 12.7 میلیمتر از نوع 270-K
- میزان خروج از مرکزیت کابل در وسط و انتهای دهانه به ترتیب 476 و 300 میلیمتر
- بتن کف از نوع معمولی به ضخامت 51 میلیمتر و قالب بندی 30 روزه
- زمان انتقال نیروی پیش تنیدگی 18 ساعت پس از کشیدن کابل ها

*Data :*

$f'_c = 34.5 \text{ MPa}$	$f'_{ci} = 24.1 \text{ MPa}$
$A_c = 3968 \times 10^2 \text{ mm}^2$	$S' = 97670 \times 10^3 \text{ mm}^3$
$I_c = 2.49 \times 10^{10} \text{ mm}^4$	$S_b = 44520 \times 10^3 \text{ mm}^3$
$r^2 = I_c / A_c = 62600 \text{ mm}^2$	
$c_b = 558 \text{ mm}$	$c^t = 255 \text{ mm}$
$e_c = 476 \text{ mm}$	$e_e = 330 \text{ mm}$
$f_{pu} = 1860 \text{ MPa}$	
$f_{py} = 0.85 f_{pu} = 1580 \text{ MPa}$	
$f_{pi} = 0.82 f_{py} = (0.82 \times 0.85) f_{pu} = 0.7 f_{pu} = 1300 \text{ MPa}$	
$E_{ps} = 193000 \text{ MPa}$	Span $l = 21.3 \times 10^3 \text{ mm}$
$A_{ps} = 12 \times 99 = 1188 \text{ mm}^2$	12 tendons with diametre 12.7mm
$M_D = 391 \times 10^3 \text{ KN} - \text{mm}$	$M_{SD} = 199 \times 10^3 \text{ KN} - \text{mm}$
$\Delta_A = 6.4 \text{ mm}$	
$V/S = 1.69$	$RH = 70\%$



(a)



(b)

حل:

- اتلاف تنش ناشی از لغزش گیره:

$$\Delta f_{pA} = \frac{\Delta A}{l} E_{ps} = \frac{0.64}{21.3 \times 100} \times 193000 = 58.0 \text{ MPa}$$

- اتلاف تنش ناشی از تغییر شکل ارتجاعی:

از آنجا کلیه کابل ها همزمان توسط جک کشیده می شوند:

$$\Delta f_{pES} = 0$$

- اتلاف تنش ناشی اصطکاکی:

$$\alpha = \frac{8y}{x} = \frac{8(e_c - e_e)}{l} = \frac{8(47.6 - 33)}{21.3 \times 100} = 0.055 \text{ radians}$$

$$K = 0.00328, \mu = 0.25, f_{pi} = 1300$$

$$\Delta f_{pF} = f_{pi} (\mu \alpha + Kl) = 1300(0.25 \times 0.055 + 0.00328 \times 21.3) = 109 \text{ MPa}$$

- محاسبه نیروی پیش تنیدگی خالص:

$$P_i = f_{pi} A_{ps} = 1133 \times 1188 = 1.35 \times 10^6 \text{ N}$$

الف) محاسبه تنش در مرحله انتقال نیروی پیش تنیدگی

در این مرحله مقادیر اتلاف تنش تغییر شکل ارتجاعی، اصطکاک، خزش و جمع شدگی برابر صفر می‌باشند.

(1) اتلاف تنش ناشی از لغزش گیره:

$$\Delta f_{pA} = 58.0 \text{ MPa}$$

(2) اتلاف تنش ناشی از وادادگی فولاد:

$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \left( \frac{\log t_2 - \log t_1}{10} \right) \left( \frac{f'_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) = 1133 \left( \frac{\log 18 - \log 0}{10} \right) \left( \frac{1133}{1580} - 0.55 \right) = 24.4 \text{ MPa}$$

تنش موجود در کابل در انتهای مرحله انتقال نیروی پیش تنیدگی برابر است با:

$$f_{ps} = 1133 - 24.4 = 1108 \text{ MPa}$$

ب) محاسبه تنش تا زمان 30 روز (720 ساعت) پس از اجرا:

(1) اتلاف تنش ناشی از خزش:

$$P_i = 1108 \times 1188 = 1.32 \times 10^6 \text{ N}$$

در مرکز کابل:

$$\bar{f}_{cs} = -\frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + \frac{M_D e_b}{I_c}$$

$$\text{at } 0.40 \text{ span: } e = 44.7 \text{ cm}$$

$$\bar{f}_{cs} = -\frac{1.32 \times 10^6}{3968 \times 10^2} \left( 1 + \frac{44.6^2}{626^2} \right) + \frac{3.91 \times 10^7 \times 44.6}{2.49 \times 10^6} \times \frac{1}{100} = -13.9 + 7.00 = 6.9 \text{ MPa at cgs}$$

$$E_c = 1830^{1.5} \times 0.043 \sqrt{34.5} = 19770 \text{ MPa} \Rightarrow n = \frac{193000}{19770} = 9.76$$

تنش در مرکز ثقل کابل ها پس از اعمال بارهای مرده دائمی:

$$f_{csD} = \frac{M_{SD} e}{I_c} = \frac{1.99 \times 10^7 \times 44.7}{2.49 \times 10^6} \times \frac{1}{100} = 3.57 \text{ MPa}$$

$$\text{for post-tensioned beam} \Rightarrow K_{CR} = 1.6$$

$$\Delta f_{pCR} = n K_{CR} (\bar{f}_{cs} - \bar{f}_{csD}) = 9.76 \times 1.6 (6.90 - 3.57) = 52.0 \text{ MPa}$$

(2) اتلاف تنش ناشی از جمع شدگی بتن:

$$\Delta f_{pSH} = 8.2 \times 10^{-6} K_{SH} E_{ps} (1 - 0.06 \frac{V}{S})(100 - RH)$$

$$= 8.2 \times 10^{-6} 0.58 \times 193000 (1 - 0.06 \cdot 1.69)(100 - 70) = 24.7 MPa$$

(3) اتلاف تنش ناشی از وادادگی فولاد:

$$f_{ps} = 1108 MPa$$

$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \left( \frac{\log t_2 - \log t_1}{10} \right) \left( \frac{f'_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) = 1108 \left( \frac{\log 720 - \log 18}{10} \right) \left( \frac{1108}{1580} - 0.55 \right) = 26.8 \text{ MPa}$$

مجموع مقادیر اتلاف تنش در این مرحله برابر است با:

$$\Delta f_{pT} = \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pSH} + \Delta f_{pR} = 52.0 + 24.7 + 26.8 = 104 MPa$$

تنش در مرکز ثقل کابل ها در پایان این مرحله:

$$\Delta f_{SD} = n f_{CSD} = 9.76 \times 3.57 = 34.8 MPa$$

$$f_{pe} = f_{ps} - \Delta f_{pT} + \Delta f_{SD} = 1108 - 103.5 + 34.8 = 1039 MPa$$

(ج) محاسبه تنش تا زمان 2 سال (17520 ساعت) پس از اجرا:

با فرض اینکه اتلاف تنش های ناشی از خزش و جمع شدگی از انتهای مرحله قبل (قسمت ب) ثابت باقی بمانند که در این صورت تنها اتلاف تنش ناشی از وادادگی فولاد باید محاسبه گردد:

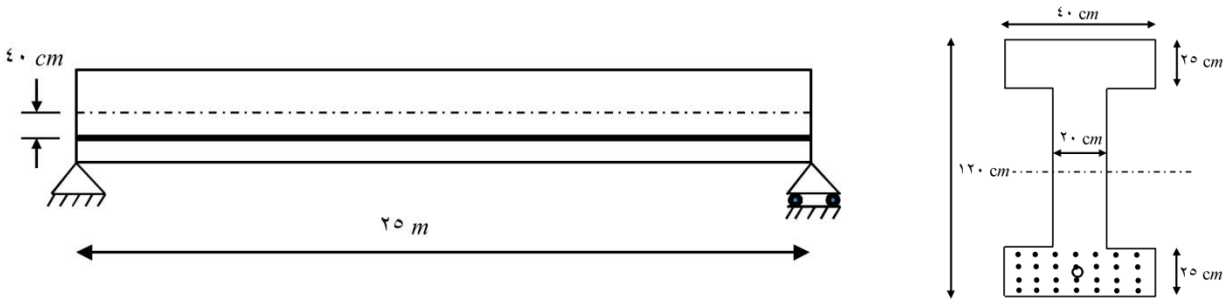
$$\Delta f_{pR} = f_{pi} \left( \frac{\log t_2 - \log t_1}{10} \right) \left( \frac{f'_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) = 1039 \left( \frac{\log 17520 - \log 720}{10} \right) \left( \frac{1039}{1580} - 0.55 \right) = 15.6 \text{ MPa}$$

تنش در مرکز ثقل کابل ها در پایان این مرحله:

$$f_{ps} = 1039 - 15.6 = 1020 MPa$$

**مثال 7-** تیر نشان داده شده در شکل توسط ۲۵ عدد سیم بافته شده به قطر ۷،۱۲ mm گرید ۲۷۰ به صورت پیش کشیده پیش تنیده می شود. تنش پیش تنیدگی جک  $f_{pu} = 175 f_{pj}$  است که ۴۸ ساعت پس از بتن ریزی و عمل آوری بتن به وسیله بخار آب به طور همزمان به عضو وارد می شود. سیمان مصرفی از نوع زودگیر تپ سه و مقاومت فشاری نهایی بتن  $f'_c = 32$  MPa می باشد. خروج

از مرکزیت کابل پیش‌تنیدگی ثابت است و توزیع کابل‌های پیش‌تنیدگی و مرکز سطح آن‌ها مطابق شکل می‌باشد. لغزش کابل در گیره ۲ mm است. بار مرده ۱ t/m علاوه بر وزن تیر و بار زنده ۱/۵ t/m که ۵۰٪ آن را می‌توان به عنوان بار زنده دایمی در نظر گرفت. اتلاف تنش‌های کوتاه مدت و بلند مدت پس از ۵ سال و نیروهای پیش‌تنیدگی اولیه (کوتاه مدت) و موثر (بلند مدت) را در محل تکیه‌گاه و وسط دهانه به دست آورید.



سطح مقطع و ممان اینرسی محاسبه می‌شود:

$$A_c = 2(400)(250) + (700)(200) = 340000 \text{ mm}^2$$

$$I_g = \frac{(200)(700)^3}{12} + 2 \left[ \frac{(400)(250)^3}{12} + (400)(250)(475)^2 \right] = 518.8 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

اتلاف تنش‌های کوتاه مدت:

(۱) لغزش کابل در گیره

$$\Delta f_{anc} = \frac{\Delta l}{l} E_p = \frac{2}{25 \times 10^3} (1.9 \times 10^5) = 15.2 \text{ N/mm}^2$$

اتلاف تنش ناشی از لغزش کابل در گیره در طول تیر بتنی ثابت است. (در محل تکیه‌گاه و وسط دهانه)

(۲) تغییر شکل ارتجاعی عضو

$$f_{pj} = 0.75 \times (1890) = 1417.5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_{ps} = 25 \times (9.871) = 2467 \text{ mm}^2$$

$$P_j = f_{pj} \times A_{ps} = 1417.5 \times 2467 = 349.7 \times 10^4 \text{ N}$$

$$P = 0.9 P_j = 314.7 \times 10^4 \text{ N}$$

مقاومت بتن برای بتن عمل‌آوری شده با بخار آب و سیمان نوع سه پس از دو روز محاسبه می‌شود:

$$f_{c,t} = \frac{t}{[0.7 + 0.98(t)]} \times f'_c = \frac{2}{[0.7 + (0.98) \times (2)]} \times 32 = 24.1 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{ci} = 15100 \sqrt{f'_c} = 2.34 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$n_{pi} = \frac{E_p}{E_{ci}} = \frac{1.9 \times 10^5}{2.34 \times 10^4} = 8.1$$

در محل تکیه‌گاه‌ها:

می‌دانیم در محل تکیه‌گاه‌ها لنگر ناشی از وزن تیر صفر است.

$$f_{ci} = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe^2}{I_g} = \frac{314.7 \times 10^4}{340000} + \frac{314.7 \times 10^4 \times (400)^2}{518.8 \times 10^8} = 19 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta f_{el} = n_{pi} \times f_{ci} = 8.1 \times 19 = 153.6 \text{ N/mm}^2$$

در وسط دهانه:

$$w_0 = A_c \times \gamma = \frac{3400}{10000} (2.4) = 0.82 \text{ t/m}$$

$$M_0 = \frac{W_0 \times l^2}{8} = \frac{0.82 \times 25^2}{8} = 64.1 \text{ t.m}$$

$$f_{ci} = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe^2}{I_g} - \frac{M_0 e}{I_g} = \frac{314.7 \times 10^4}{340000} + \frac{314.7 \times 10^4 \times (400)^2}{518.8 \times 10^8} - \frac{64.1 \times 10^7 \times (400)}{518.8 \times 10^8} = 14.1 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta f_{el} = n_{pi} \times f_{ci} = 8.1 \times 14.1 = 114.2 \text{ N/mm}^2$$

محاسبه تنش پیش‌تنیدگی اولیه:

در محل تکیه‌گاه:

$$f_{pi} = f_{pj} - \Delta f_{anc} - \Delta f_{el} = 1417.5 - 15.2 - 153.6 = 1248.7 \text{ N/mm}^2$$

$$P_i = f_{pi} \times A_{ps} = 308.1 \times 10^4 \text{ N}$$

در وسط دهانه:

$$f_{pi} = f_{pj} - \Delta f_{anc} - \Delta f_{el} = 1417.5 - 15.2 - 114.2 = 1288.1 \text{ N/mm}^2$$

$$P_i = f_{pi} \times A_{ps} = 317.8 \times 10^4 \text{ N}$$

اتلاف تنش‌های بلند مدت:

(۱) خزش بتن:

$$E_c = 15100\sqrt{f'_c} = 2.7 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$n_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{1.9 \times 10^5}{2.7 \times 10^4} = 7$$

در محل تکیه‌گاه:

$$P = 0.9P_i = 0.9 \times 308.1 \times 10^4 = 277.3 \times 10^4 \text{ N}$$

می‌دانیم لنگر ناشی از بارهای دائمی ( $M_s$ ) در محل تکیه‌گاه‌ها صفر است. همچنین چون اتلاف تنش‌ها را پس از ۵ سال خواسته شده است بنابراین  $C_u = 2.35$  است.

$$f_{ce} = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe^2}{I_g} = \frac{277.3 \times 10^4}{340000} + \frac{277.3 \times 10^4 \times (400)^2}{518.8 \times 10^8} = 16.7 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta f_{cr} = C_u n_p f_{ce} = 2.35 \times 7 \times 16.7 = 274.8 \text{ N/mm}^2$$

در وسط دهانه:

$$M_s = \frac{(w_0 + w_d + 0.5w_l) \times l^2}{8} = \frac{(0.82 + 1 + 0.75) \times (25)^2}{8} = 200.8 \times 10^7 \text{ N.mm}$$

$$f_{ce} = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe^2}{I_g} - \frac{M_s e}{I_g} = \frac{277.3 \times 10^4}{340000} + \frac{277.3 \times 10^4 \times (400)^2}{518.8 \times 10^8} - \frac{200.8 \times 10^7 \times (400)}{518.8 \times 10^8} = 1.2 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta f_{cr} = C_u n_p f_{ce} = 2.35 \times 7 \times 1.2 = 19.7 \text{ N/mm}^2$$

(۲) جمع‌شدگی بتن:

این اتلاف تنش در طول تیر ثابت می‌باشد. با توجه به اعمال نیروی پیش‌تنیدگی دو روز پس از گیرش بتن، اختلاف کرنش اولیه از کرنش نهایی جمع‌شدگی بتن در محاسبه اتلاف تنش در نظر گرفته می‌شود.

$$\varepsilon_{sh} = \frac{t}{55+t} (\varepsilon_{sh})_u = \frac{2}{55+2} \times 730 \times 10^{-6} = 25.6 \times 10^{-6}$$

$$\varepsilon_{sh,net} = (730 - 25.6) \times 10^{-6} = 704.4 \times 10^{-6}$$

$$\Delta f_{sh} = E_p (\varepsilon_{sh}) = 1.9 \times 10^5 \times (704.4 \times 10^{-6}) = 133.8 \text{ N/mm}^2$$

(۳) سستی فولاد:

در محل تکیه‌گاه:



$$f_{po} = 0.9(f_{pi}) = 0.9 \times (1248.7) = 1123.8 \text{ N/mm}^2$$

$$t = 5 \times 365 \times 24 = 43800 \text{ hr}$$

$$\Delta f_{rel} = 1123.8 \times \frac{\log(43800)}{10} \times \left( \frac{1123.8}{1610} - 0.55 \right) = 77.2 \text{ N/mm}^2$$

در وسط دهانه:

$$f_{po} = 0.9(f_{pi}) = 0.9 \times (1288.1) = 1159.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta f_{rel} = 1159.3 \times \frac{\log(43800)}{10} \times \left( \frac{1159.3}{1610} - 0.55 \right) = 91.5 \text{ N/mm}^2$$

محاسبه تنش پیش‌تنیدگی موثر:

در محل تکیه‌گاه:

$$f_{pe} = f_{pi} - \Delta f_{rel} - \Delta f_{sh} - \Delta f_{cr} = 1248.7 - 77.2 - 133.8 - 274.8 = 762.9 \text{ N/mm}^2$$

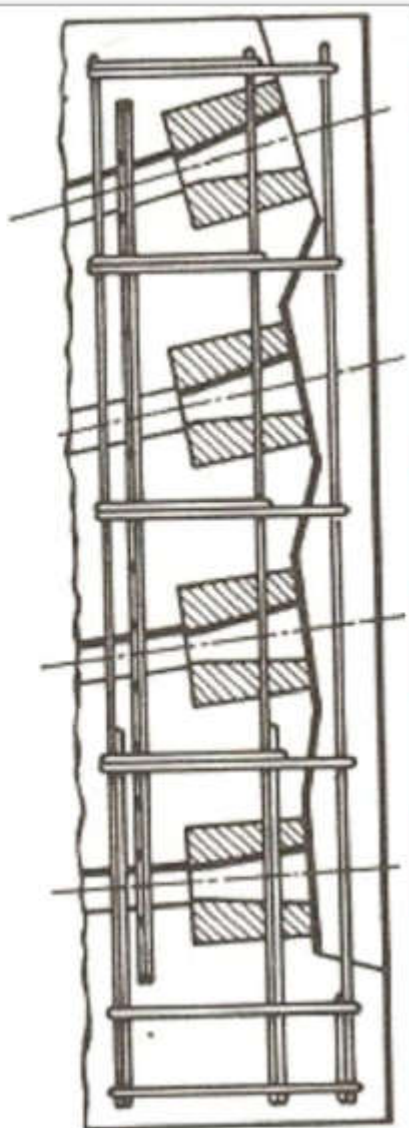
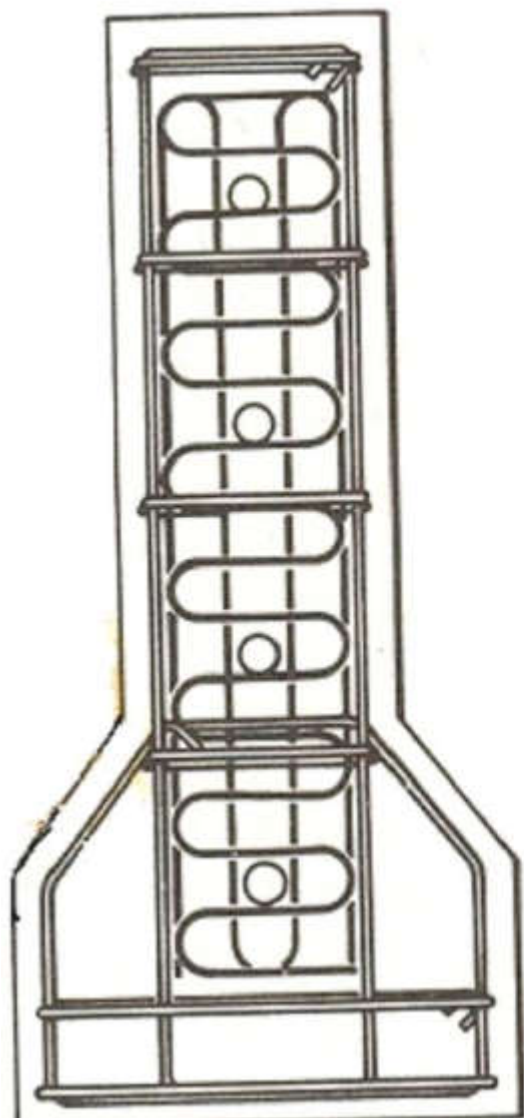
$$P_e = f_{pe} \times A_{ps} = 188.2 \times 10^4 \text{ N}$$

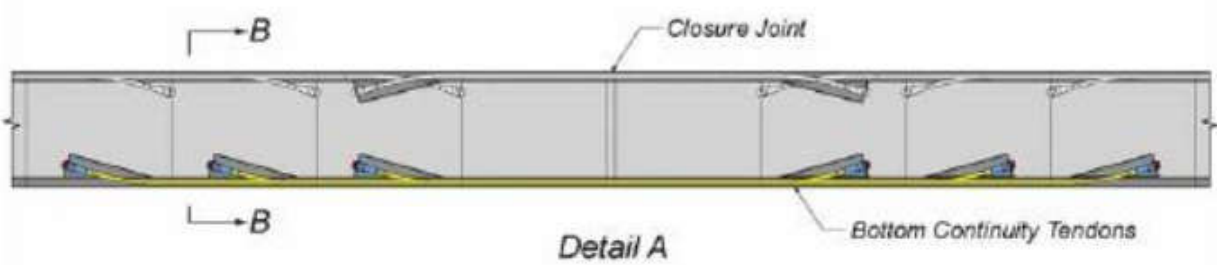
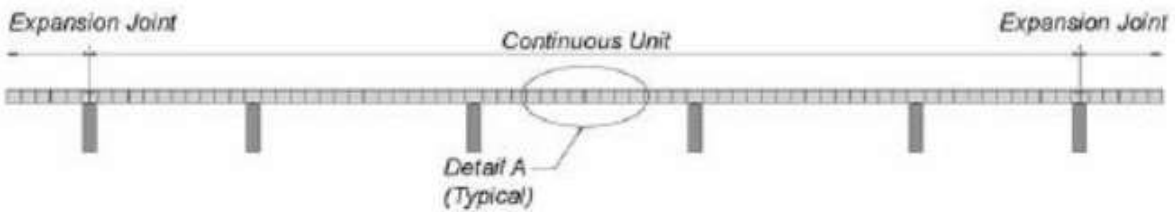
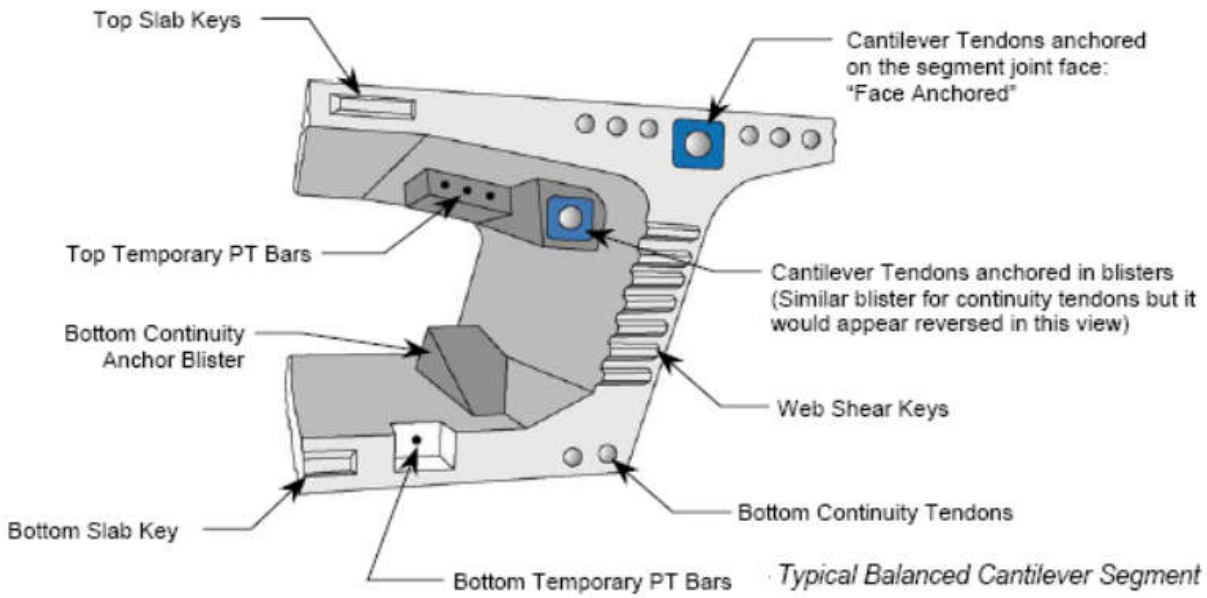
در وسط دهانه:

$$f_{pe} = f_{pi} - \Delta f_{rel} - \Delta f_{sh} - \Delta f_{cr} = 1288.1 - 91.5 - 133.8 - 19.7 = 1043.1 \text{ N/mm}^2$$

$$P_e = f_{pe} \times A_{ps} = 257.3 \times 10^4 \text{ N}$$

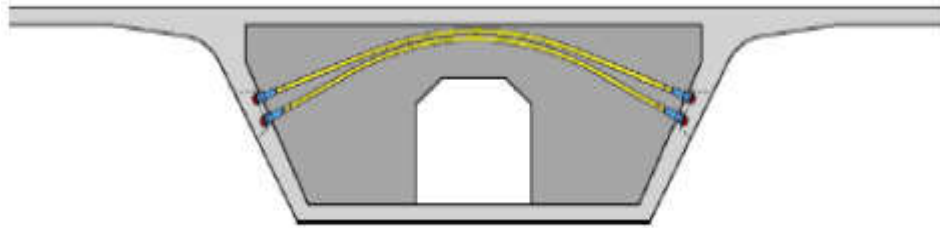
باید توجه شود که اتلاف تنش ناشی از اصطکاک در مسئله فوق به دلیل آنکه عضو به صورت پیش‌کشیده پیش‌تنیده می‌شود صفر است. در صورتیکه عضو به صورت پس‌کشیده پیش‌تنیده شود، بایستی مقدار این اتلاف تنش نیز در محاسبات در نظر گرفته شود. همچنین اگر در اعضای پس‌کشیده کابل‌ها به طور همزمان کشیده شوند، اتلاف تنش ناشی از تغییرشکل ارتجاعی عضو صفر می‌باشد. سایر محاسبات برای اعضای پس‌کشیده دقیقاً مشابه اعضای پیش‌کشیده می‌باشد.



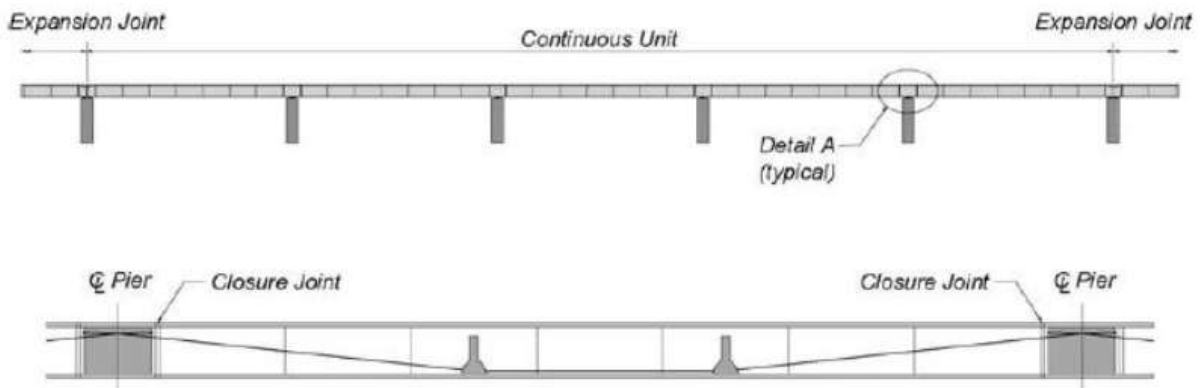


*Bottom Continuity Tendons for Balanced Cantilever Construction.*

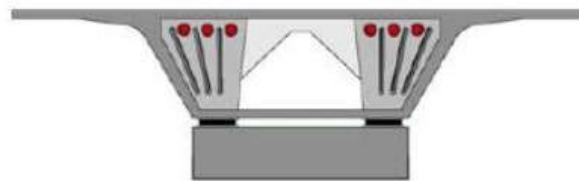
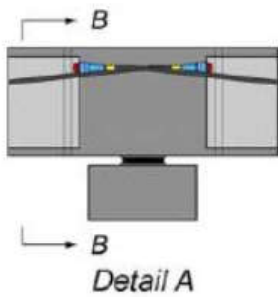




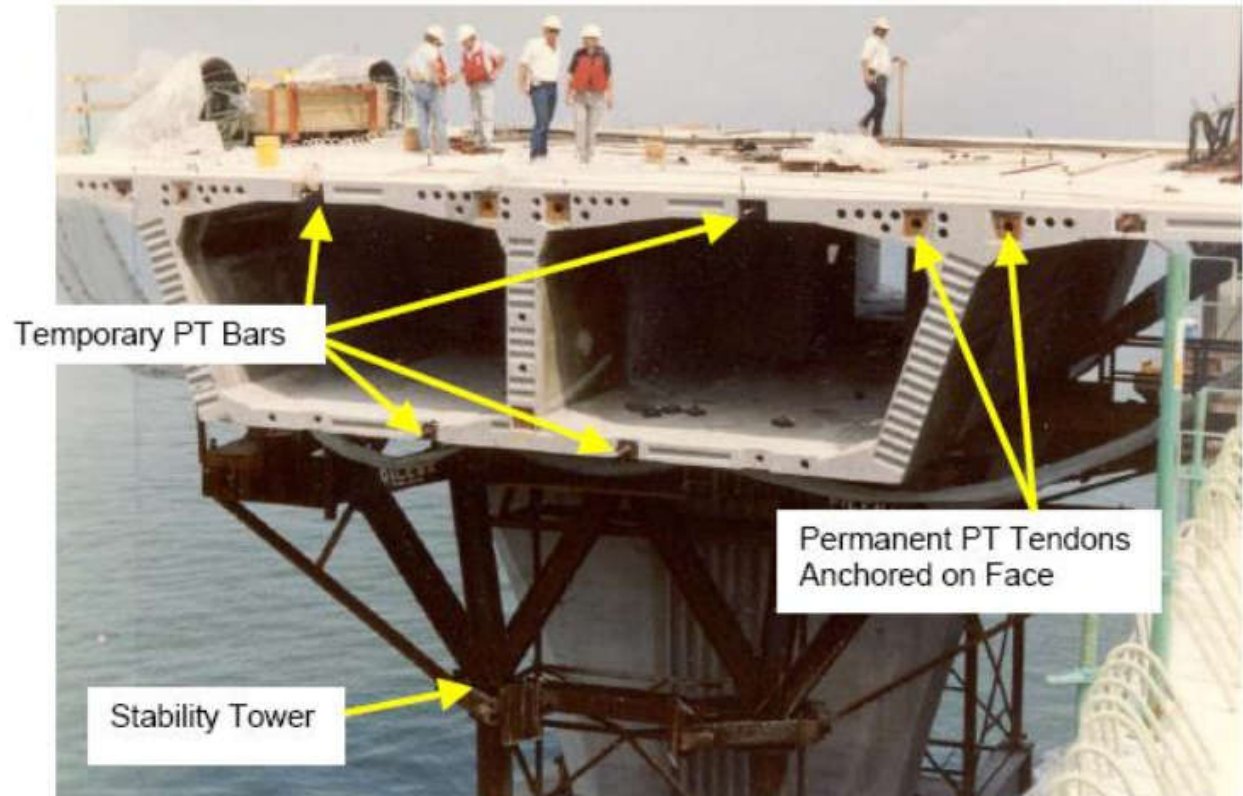
*Transverse Post-Tensioning in Diaphragms.*



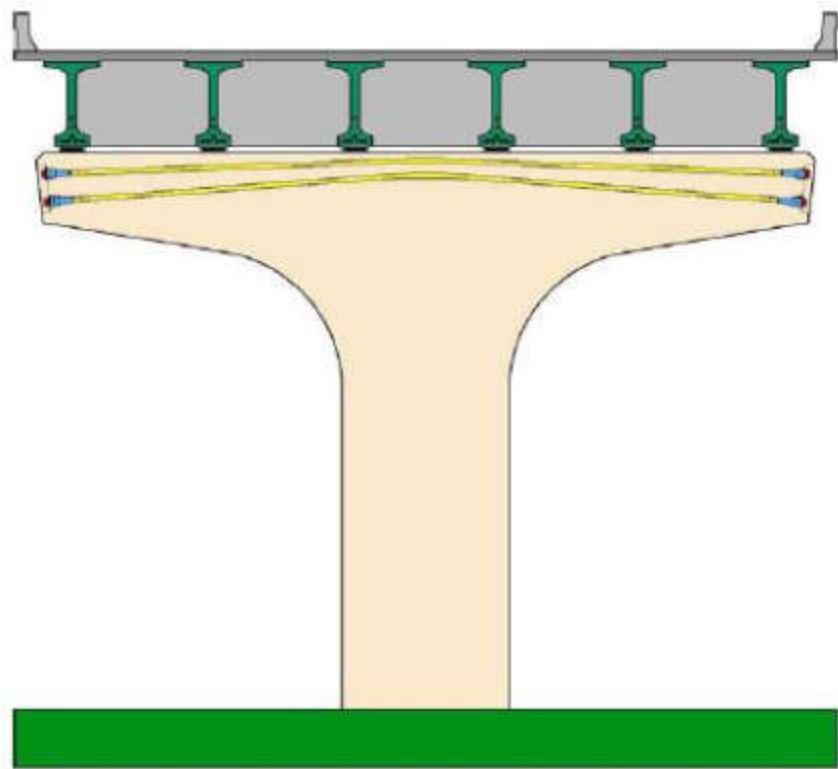
*Typical Interior Span*



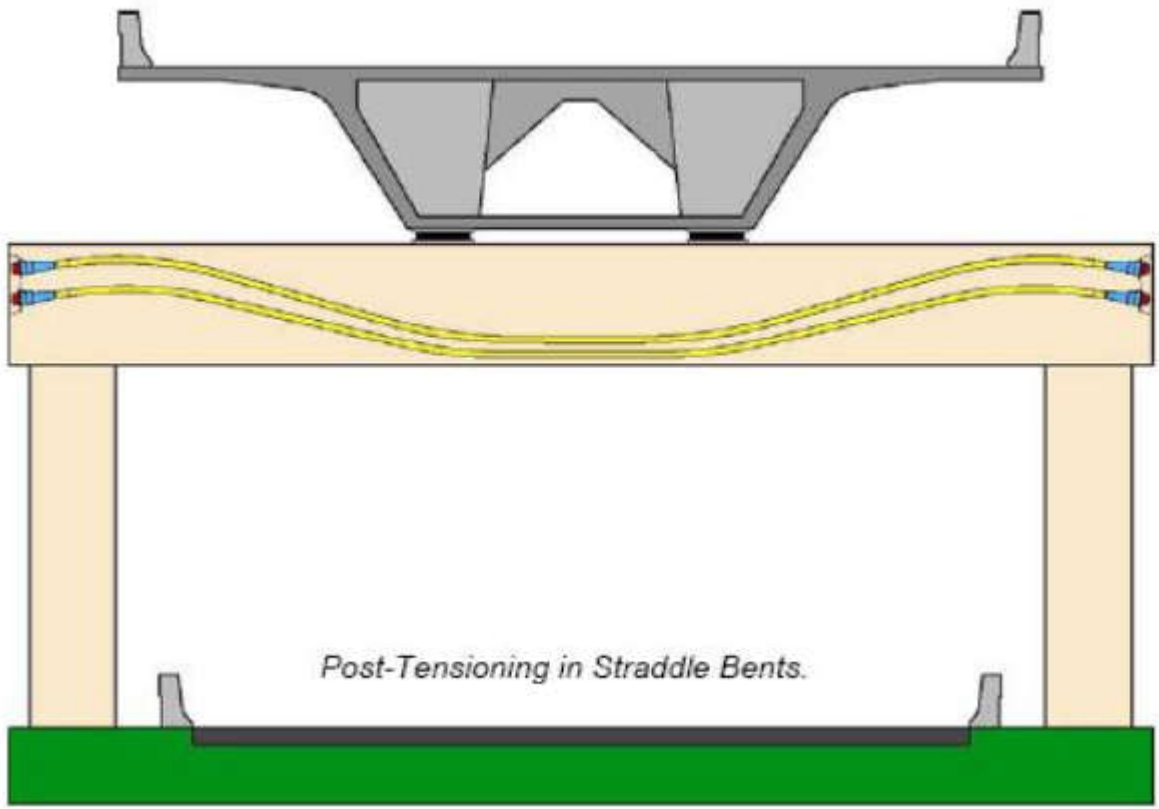
*Interior Span Post-Tensioning for Span-By-Span Construction.*



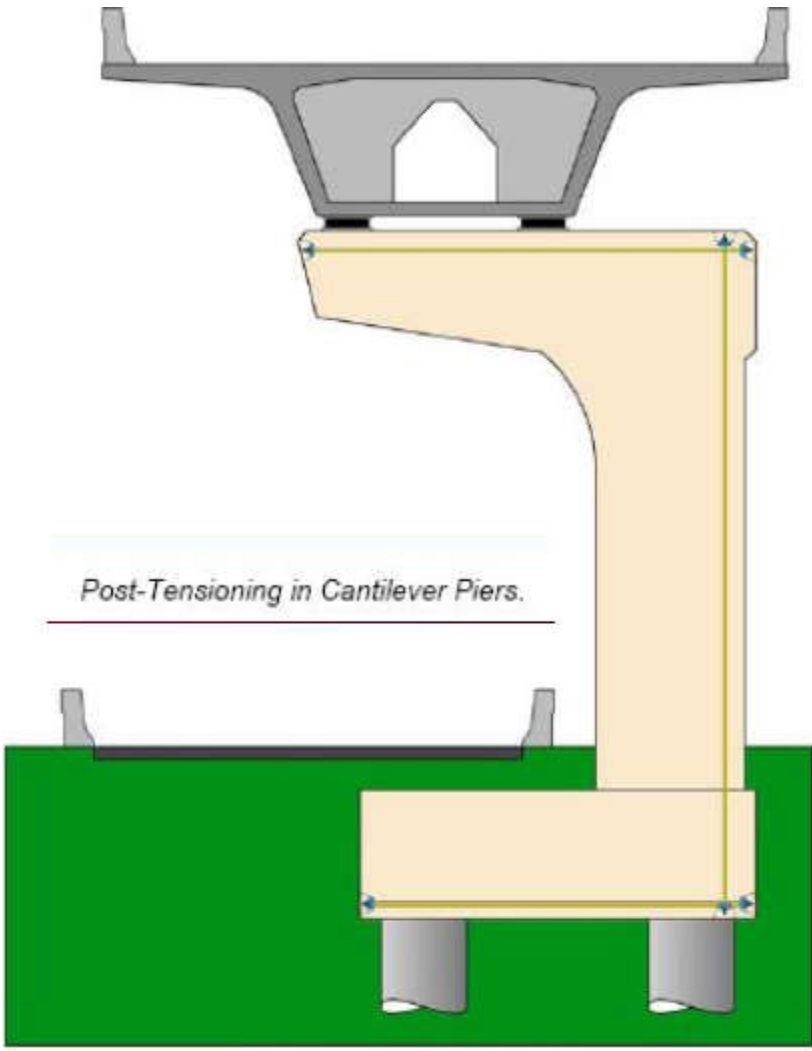
*Temporary PT Bars for Segment Erection*



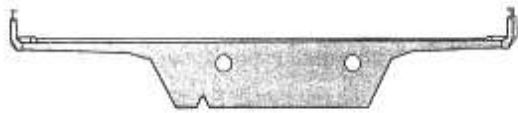
*Post-Tensioning in Hammerhead Piers.*



*Post-Tensioning in Straddle Bents.*







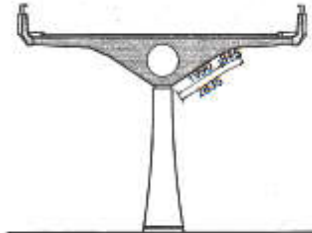
Section 1



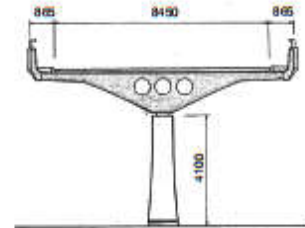
Section 2



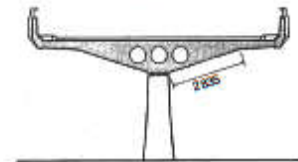
Section 3



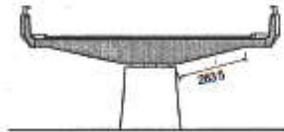
Section 4



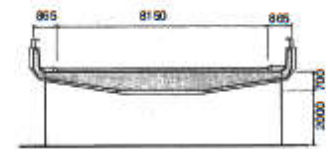
Section 5



Section 6



Section 7



Abutment



constant circle



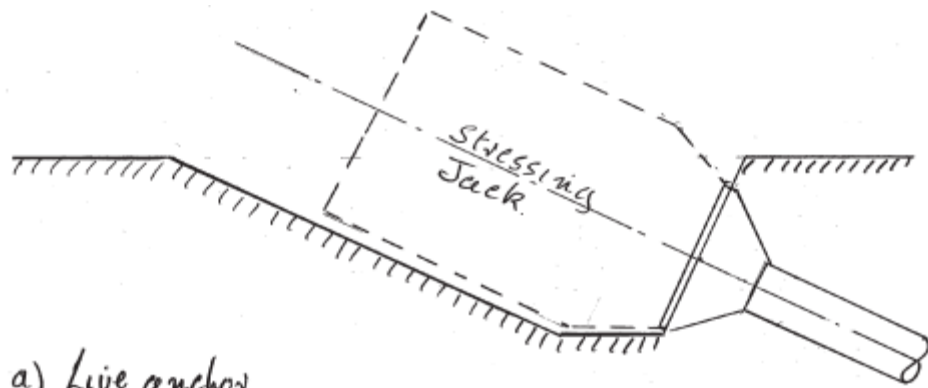
haunched



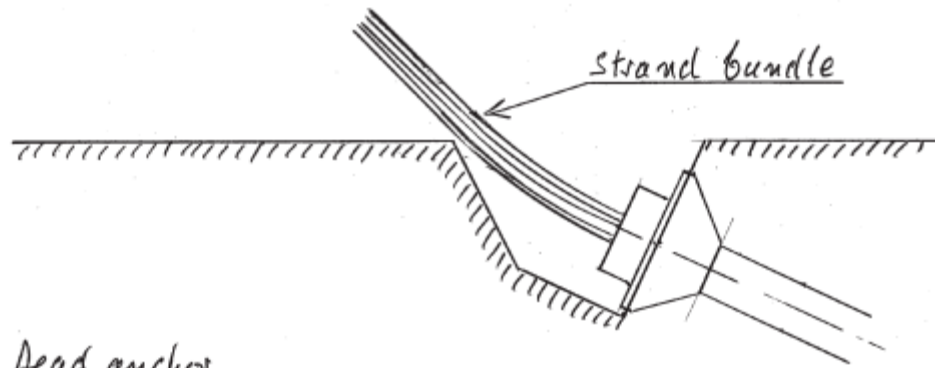
parallel +  
circular



parallel +  
parabolic



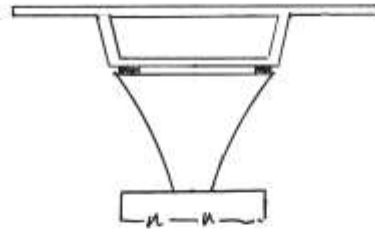
a) Live anchor



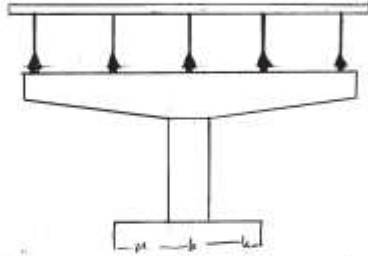
b) Dead anchor



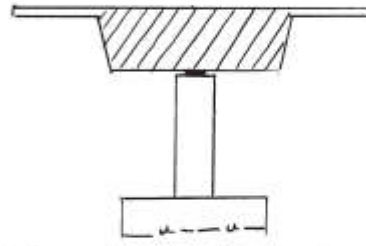
a) Box deck with twin columns



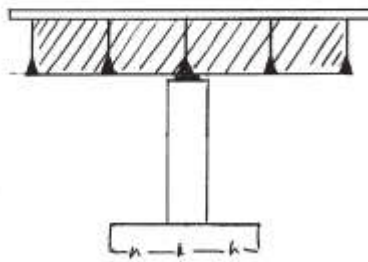
b) Box deck with flared column



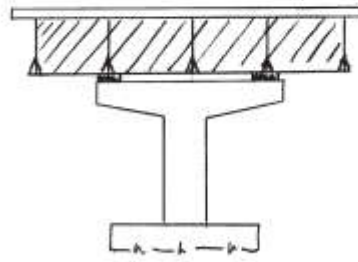
c) Beam deck with crosshead



d) Box deck with diaphragm

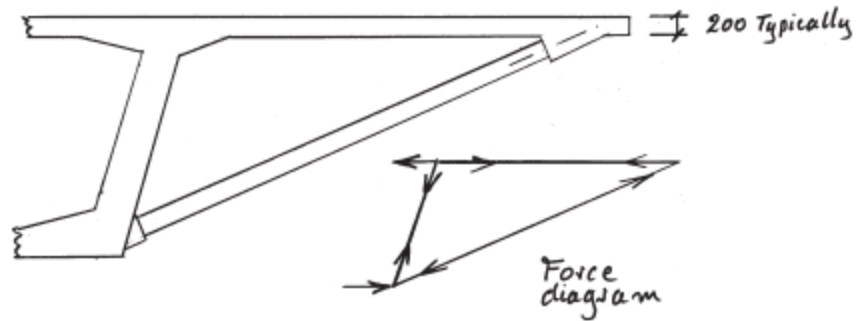


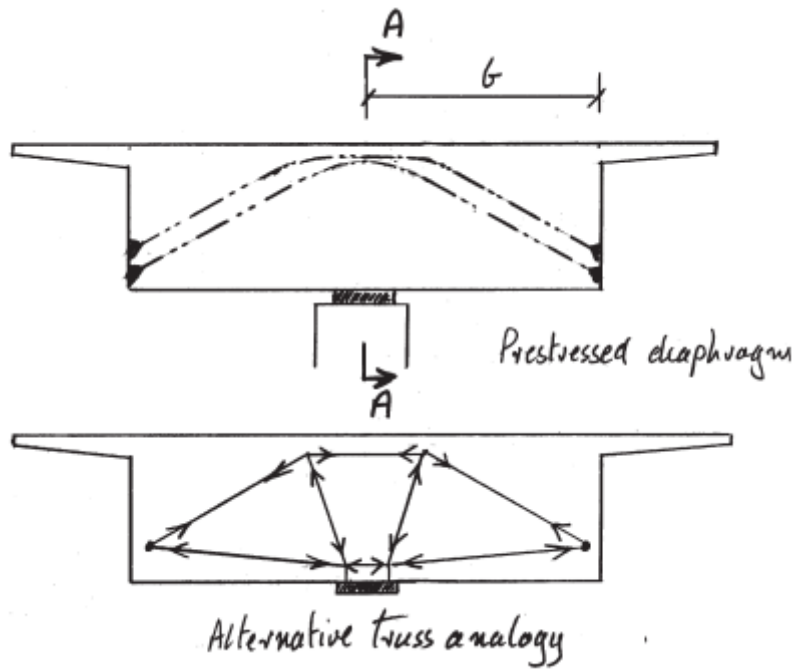
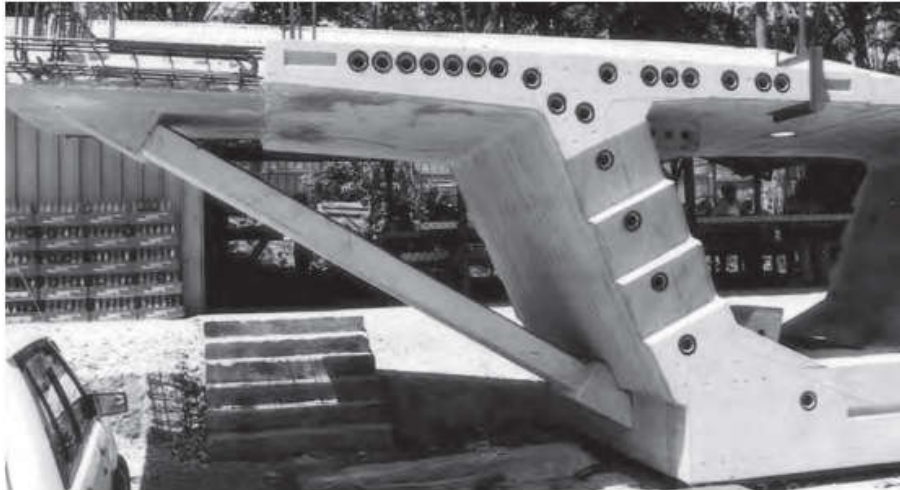
e) Beam deck with diaphragm

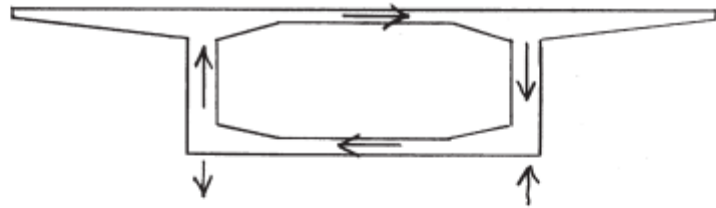


f) Beam deck with diaphragm and crosshead.

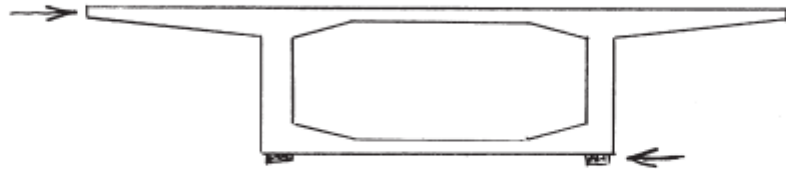
Types of pier



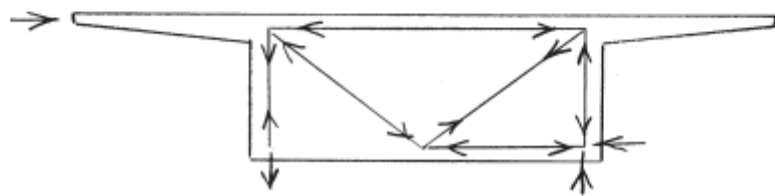




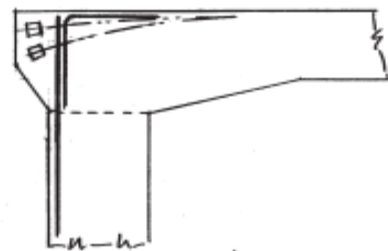
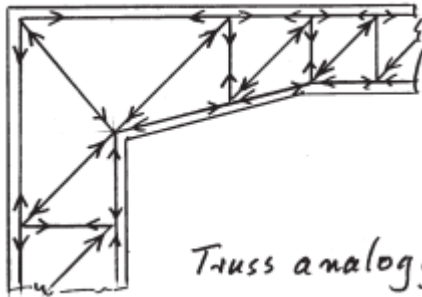
a) Torsion sway



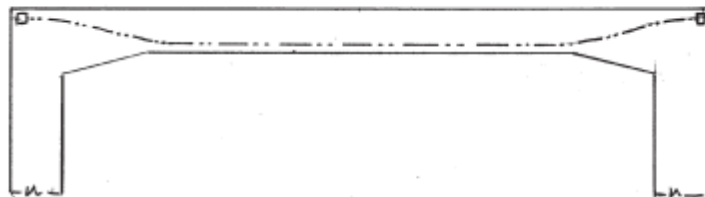
b) Horizontal loads on deck



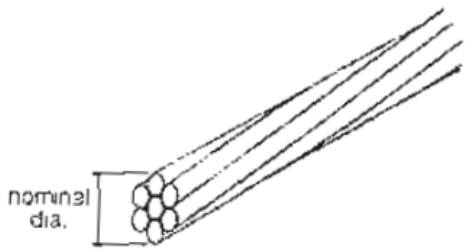
c) Truss analogy for sidesway.



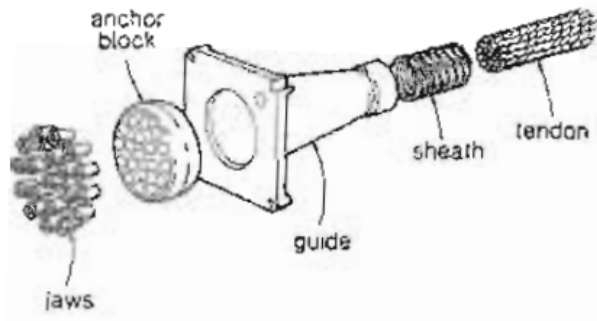
Truss analogy Prestressed slab, reinforced wall



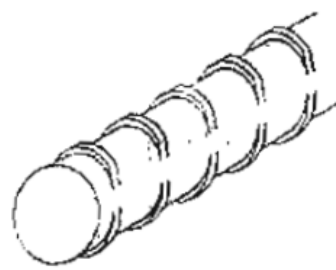
Prestress profile designed to maximise sagging parasitic moments.



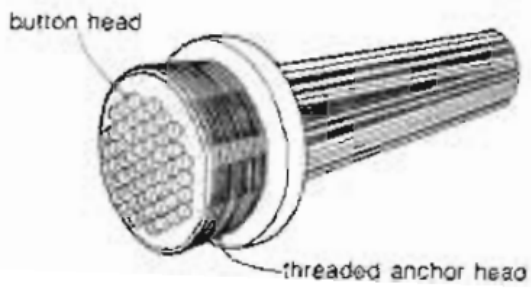
(a) 7-wire monostrand tendon



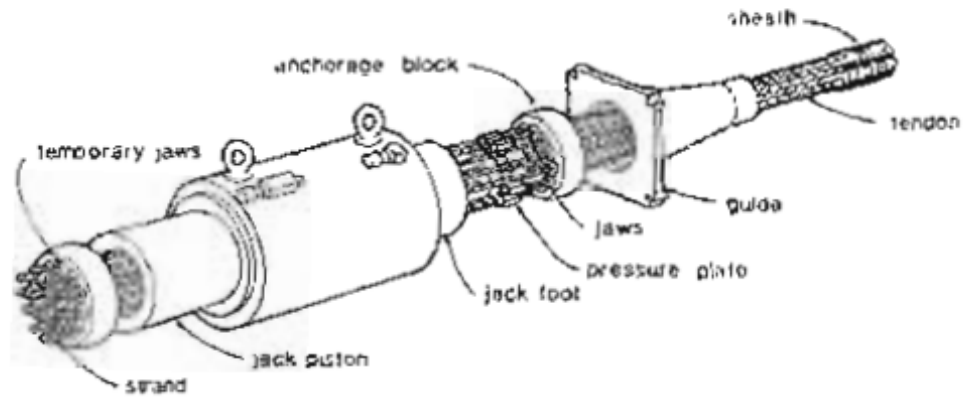
(b) Multi-strand tendon



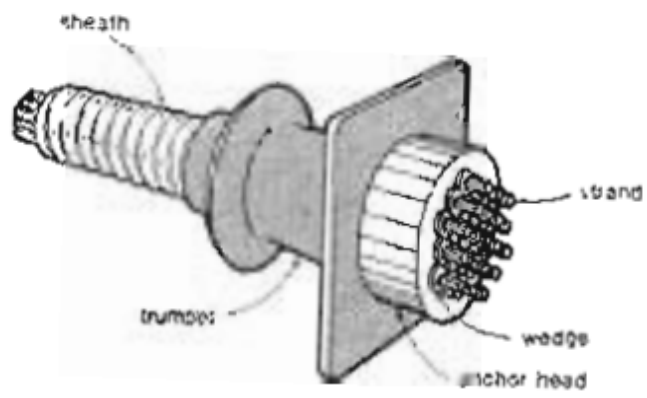
(c) Single bar tendon



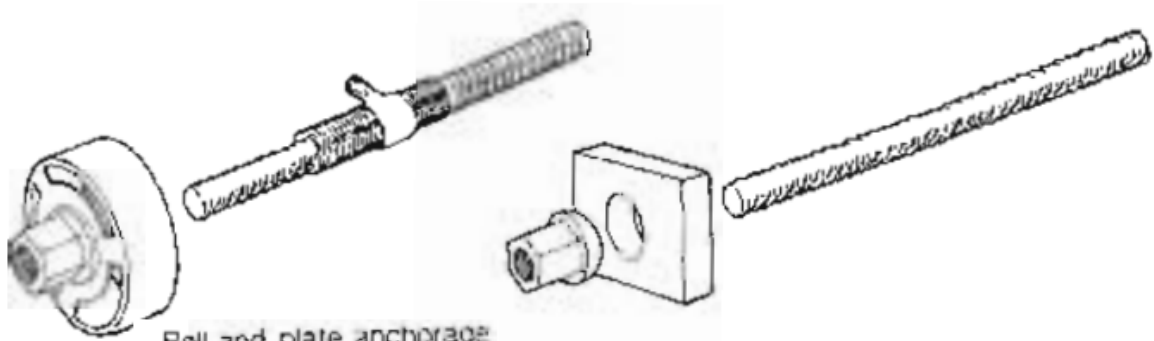
(d) Multi-wire tendon



Jacking and anchorage components

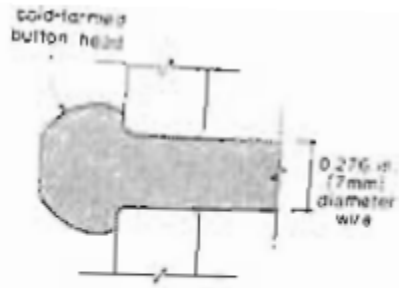


Stressing anchorage details

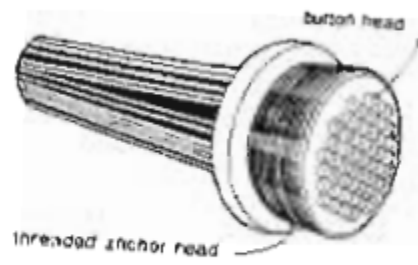


Ball and plate anchorage

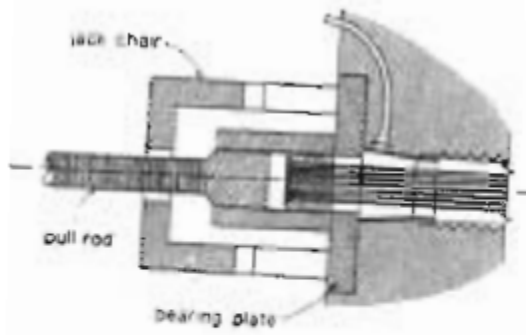




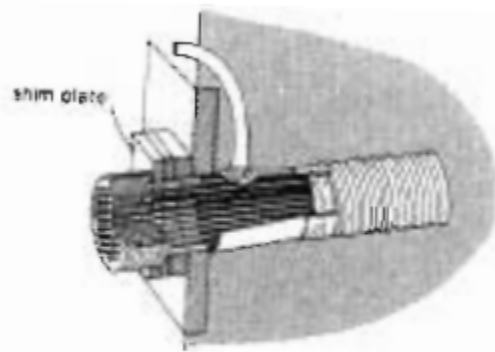
(a) Button head anchor



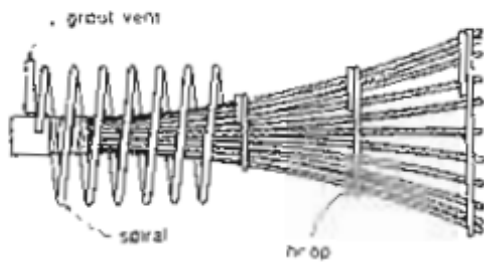
(b) Multi-wire tendon



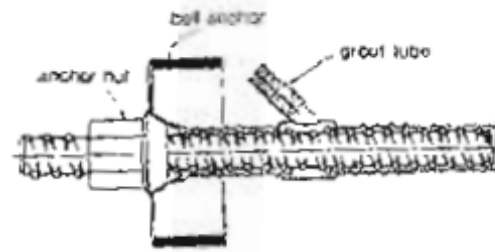
(c) Tendon tensioned by pull rod



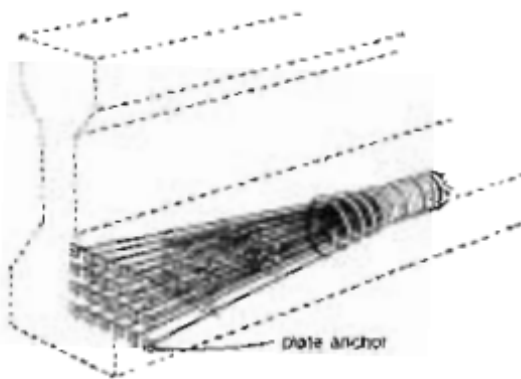
(d) Shimming of anchor plate



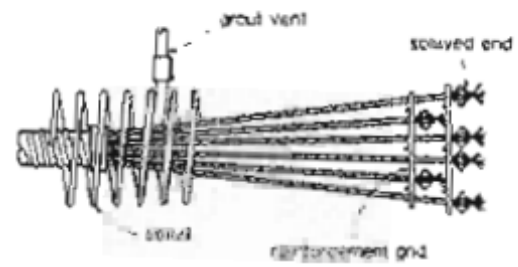
(a) Freyssinet open end anchor



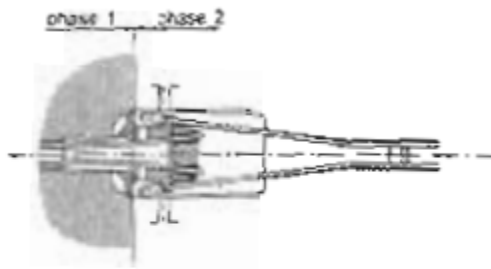
(b) Dywidag cell anchor



(c) BBR individual wire anchorage



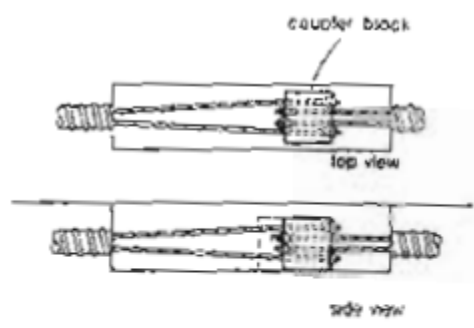
(d) VS. splayed strand anchorage



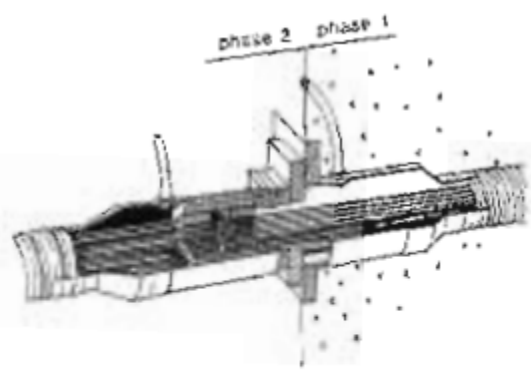
(a) Freyssinet coupler



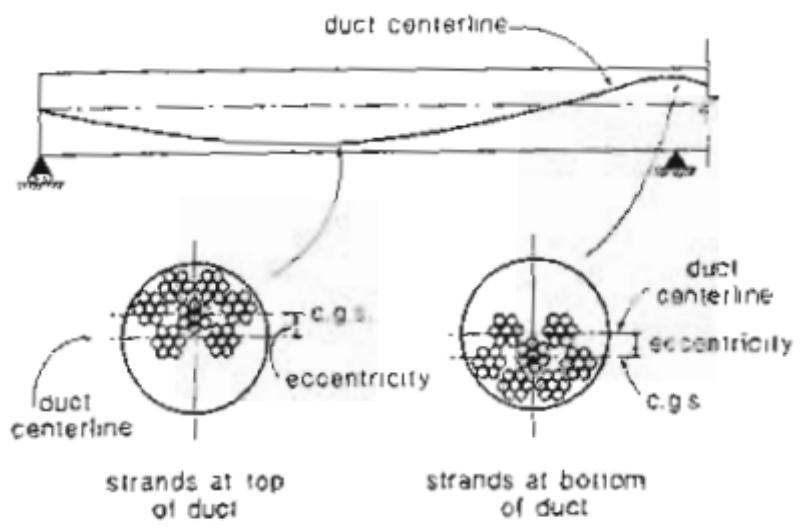
(b) Dywidag coupler

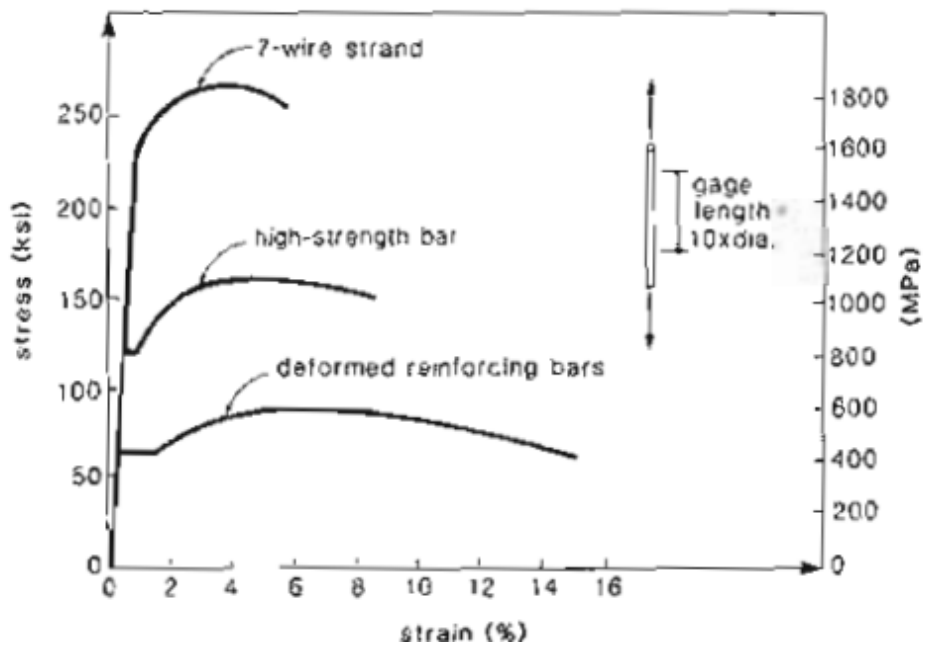
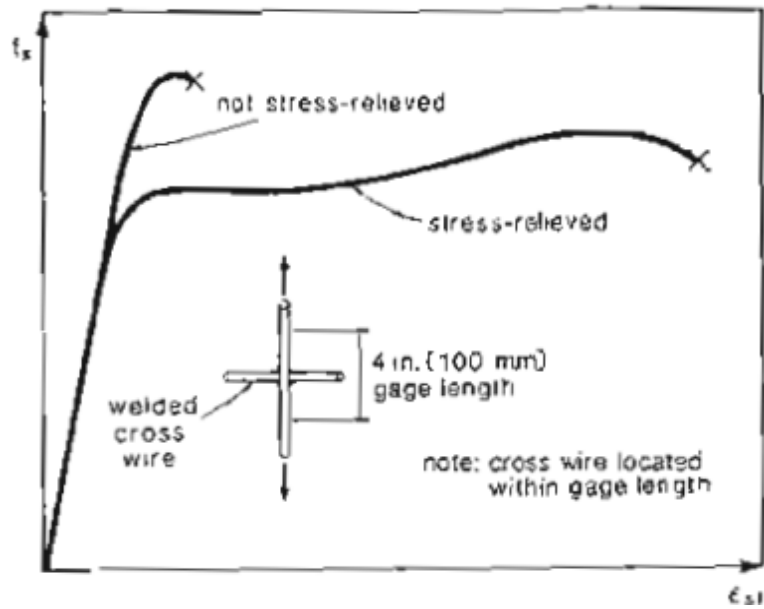


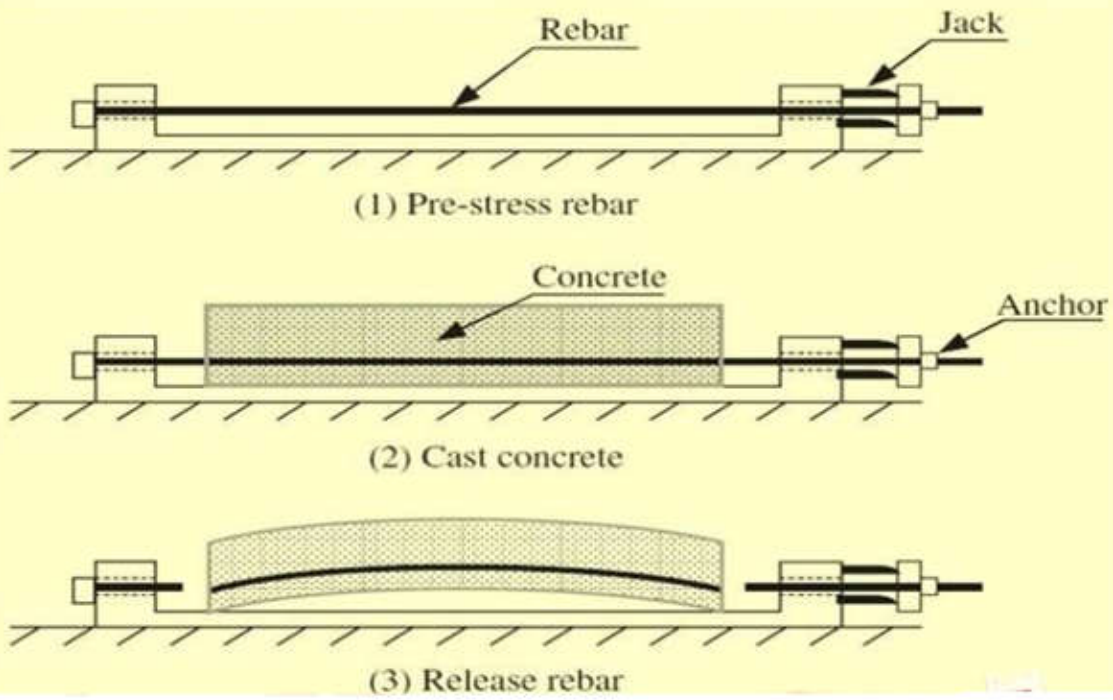
(c) VSL coupler and center stressing anchorage

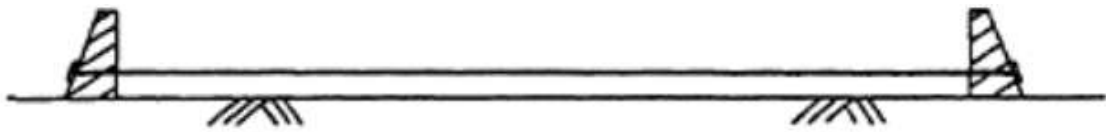


(d) BBR coupler

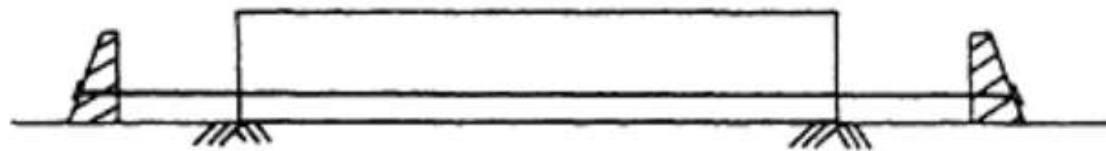








**(a) Tendons stressed between abutments**

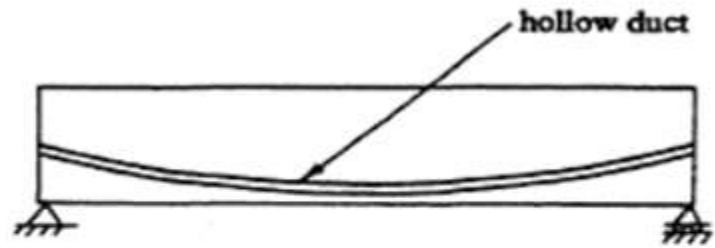


**(b) Concrete cast and cured**



**(c) Tendons released and prestress transferred**

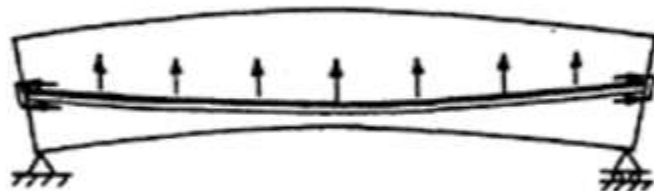
Pretensioning procedure.



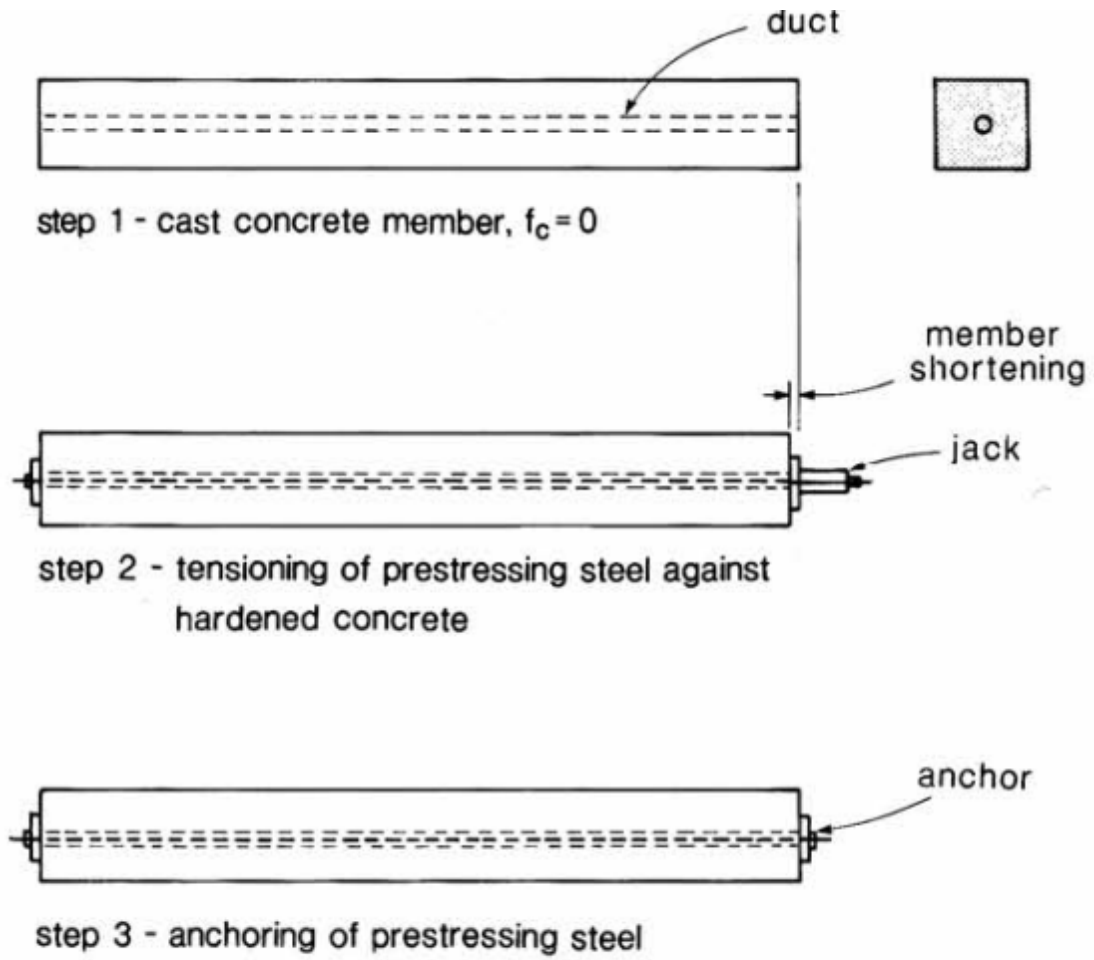
**(a) Concrete cast and cured**



**(b) Tendons stressed and prestress transferred**

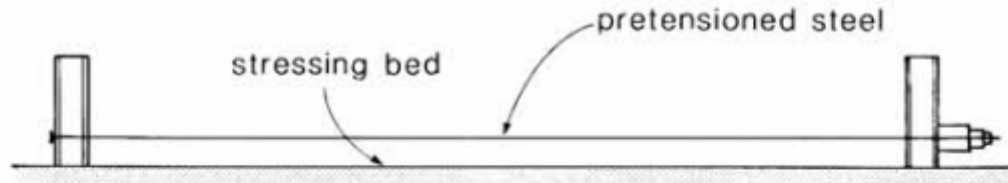


**(c) Tendons anchored and subsequently grouted**  
Post-tensioning procedure.

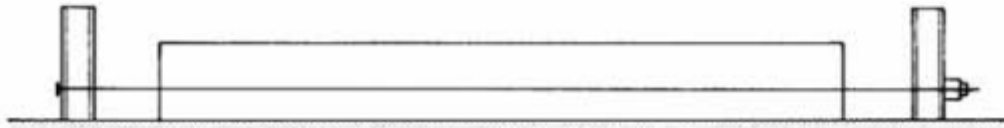


پیش تنیدگی بوسیله پس کشیدگی

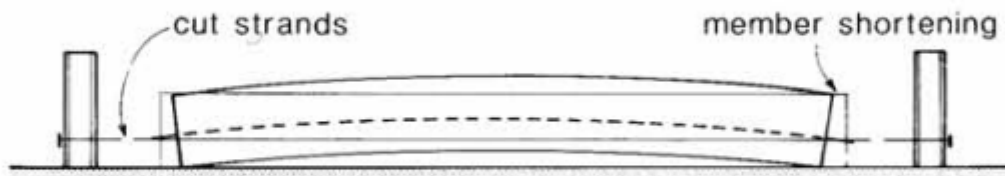




step 1 - tensioning of prestressing steel in stressing bed before casting concrete

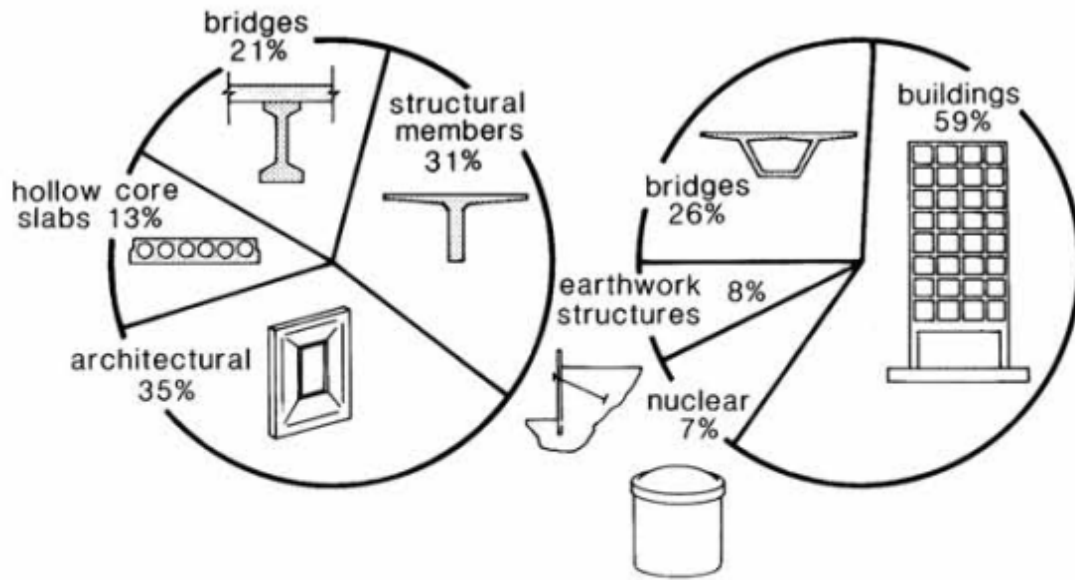


step 2 - casting of concrete around tensioned steel,  $f_c = 0$



step 3 - release of strands from stressing bed causing shortening of member

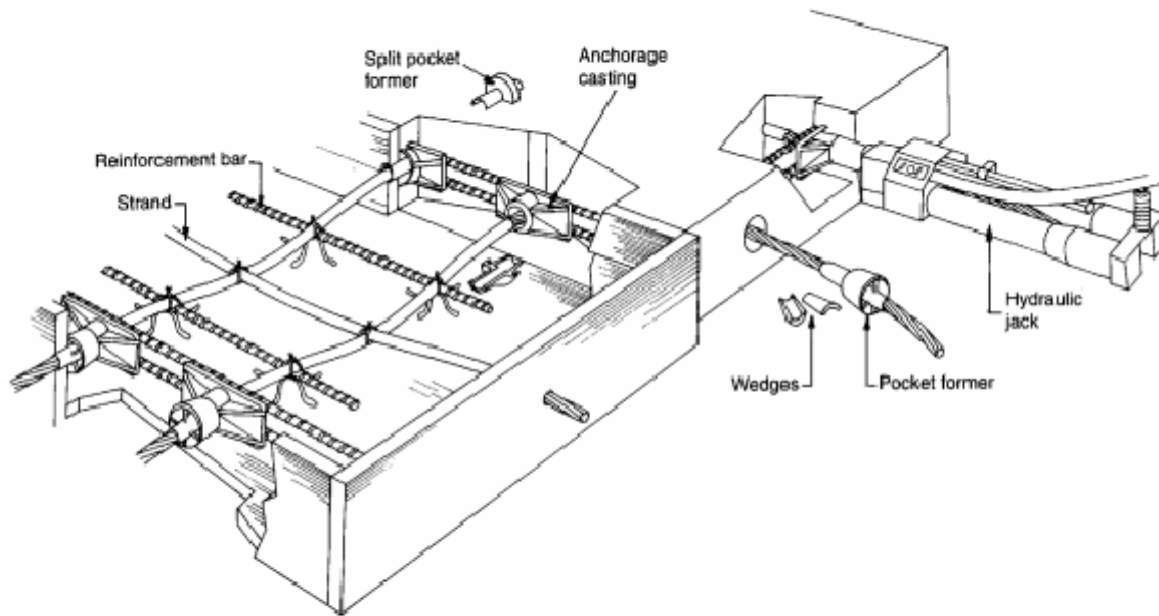
پیش تنیدگی بوسیله پیش کشیدگی



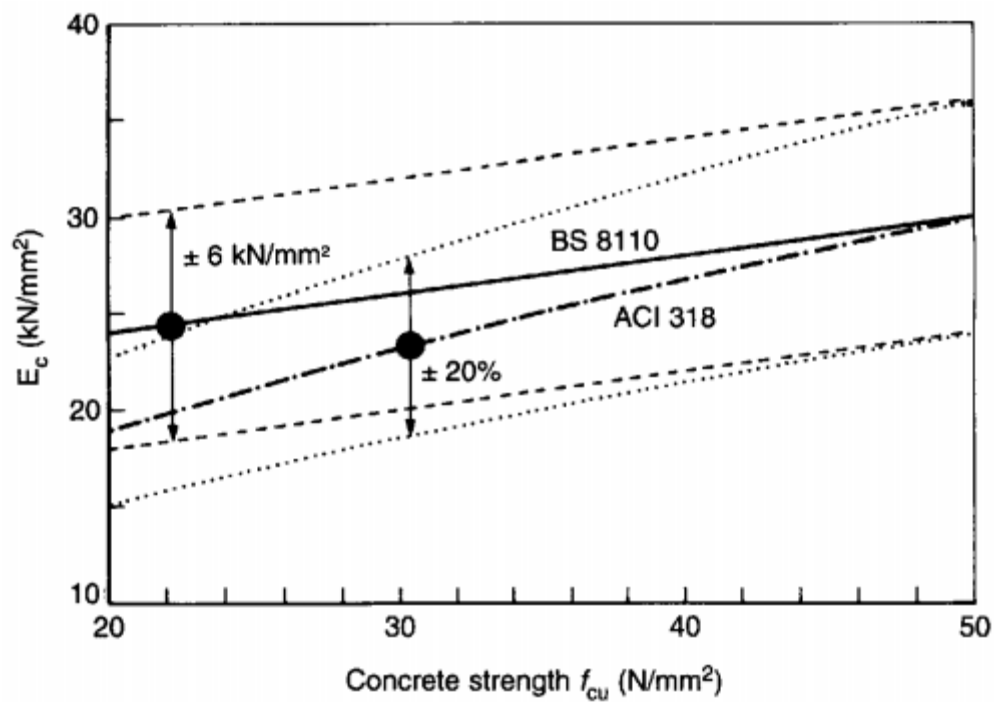
(a) Applications of precast products

(b) Application of post-tensioning steel

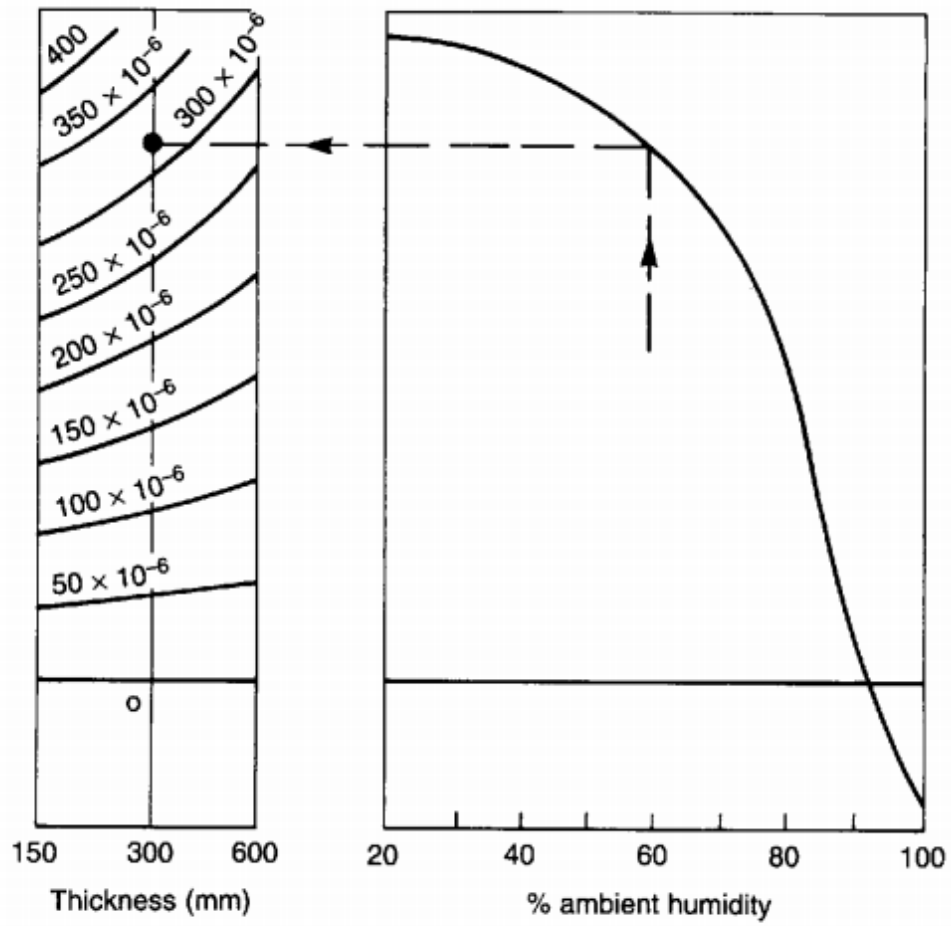
کاربردهای بتن پیش‌تنیده (۸۰ درصد اندازه)



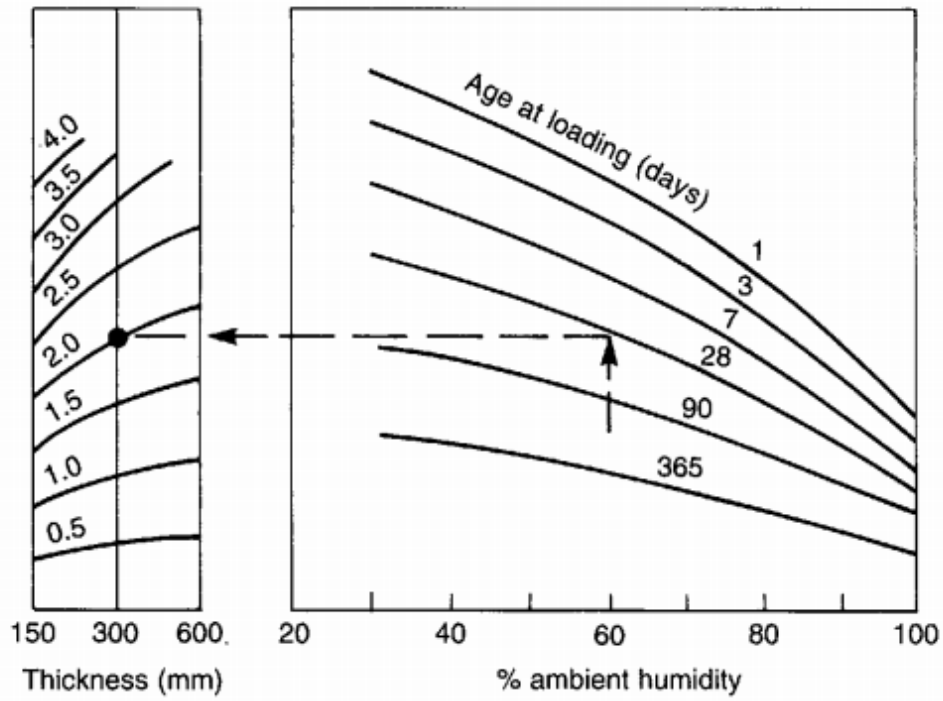
Post-tensioning of a floor



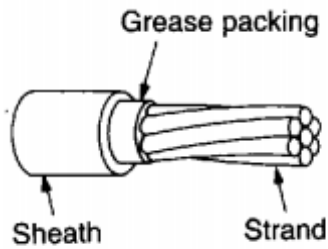
Variation of  $E_c$  with 28-day strength



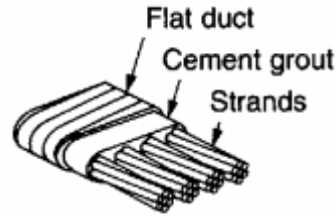
*Ultimate shrinkage of plain concrete*



*Creep coefficient for plain concrete*

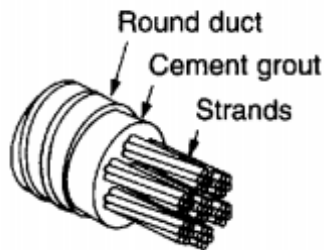


**Monostrand system (unbonded)**

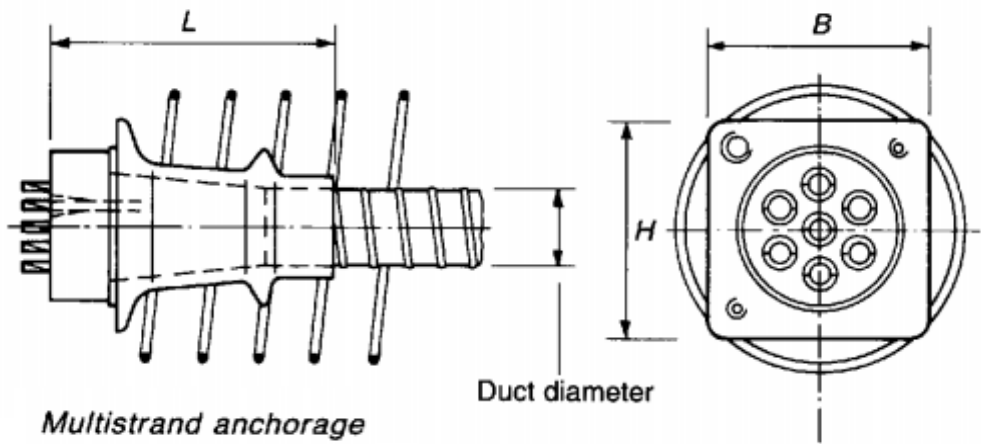
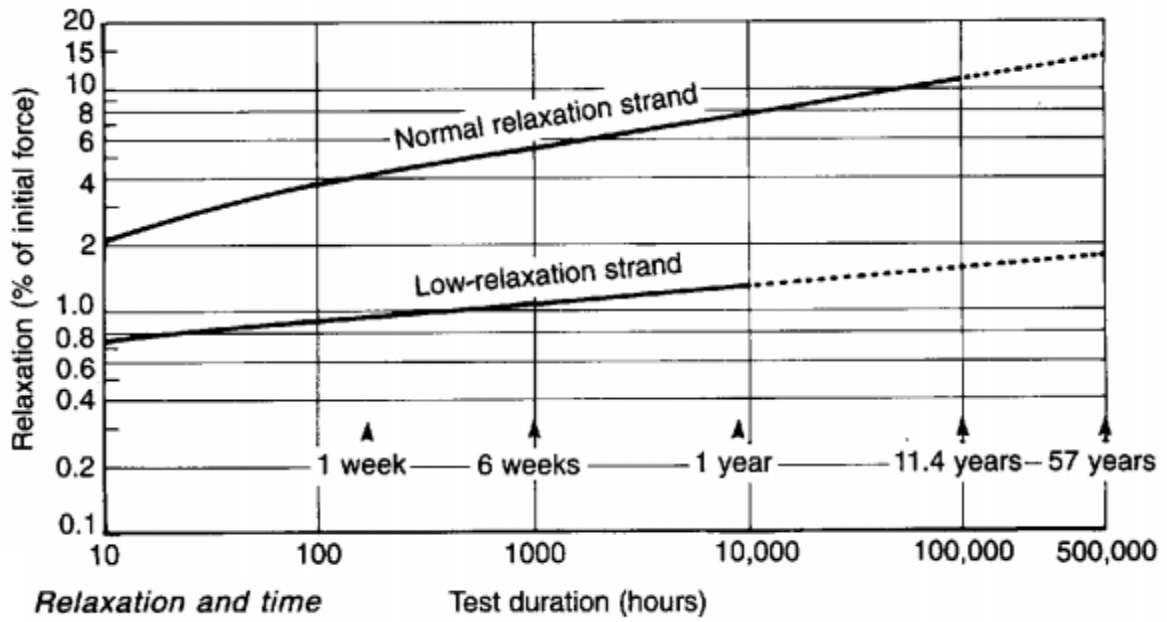


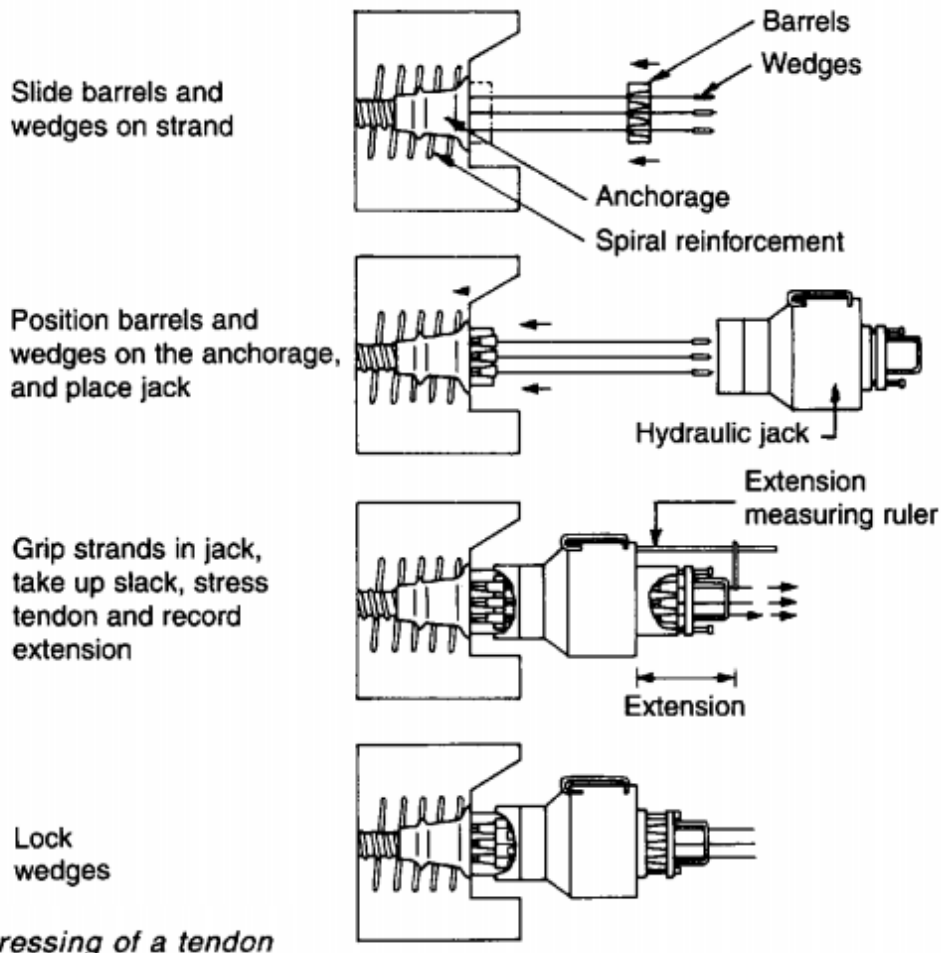
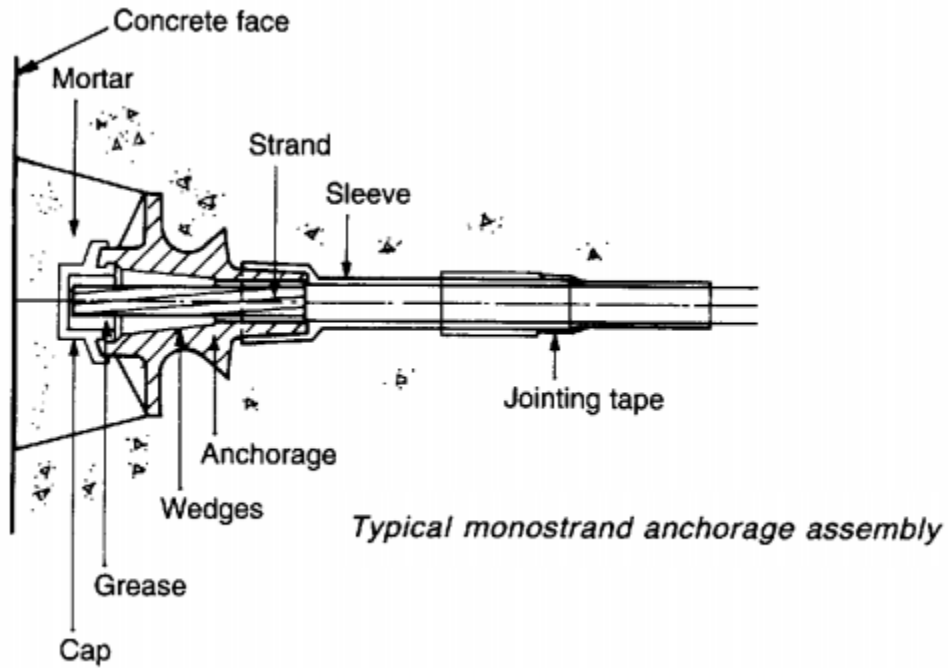
**Flat duct system (bonded)**

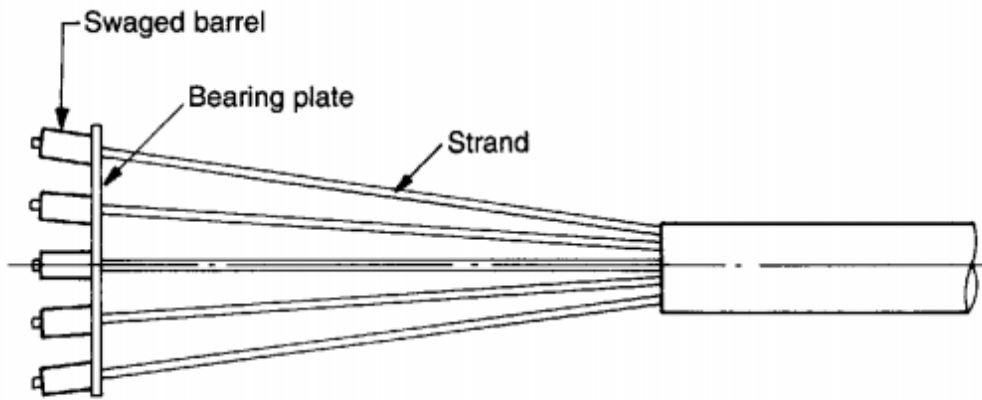
*Unbonded and bonded tendons*



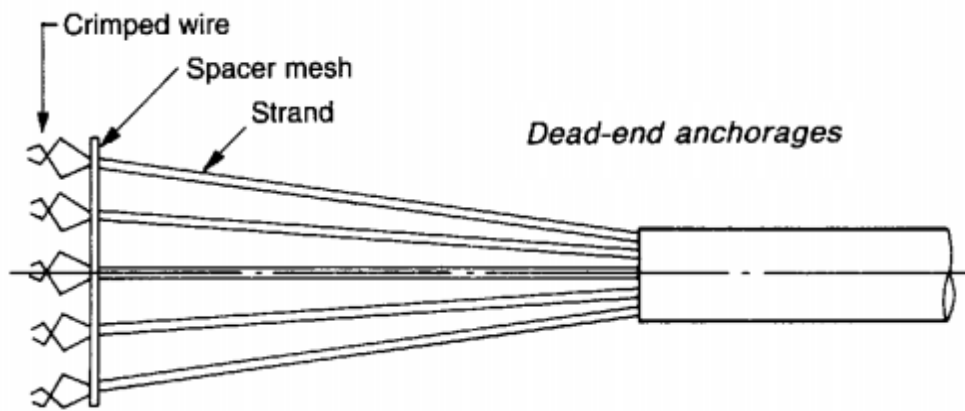
**Multistrand system (bonded)**





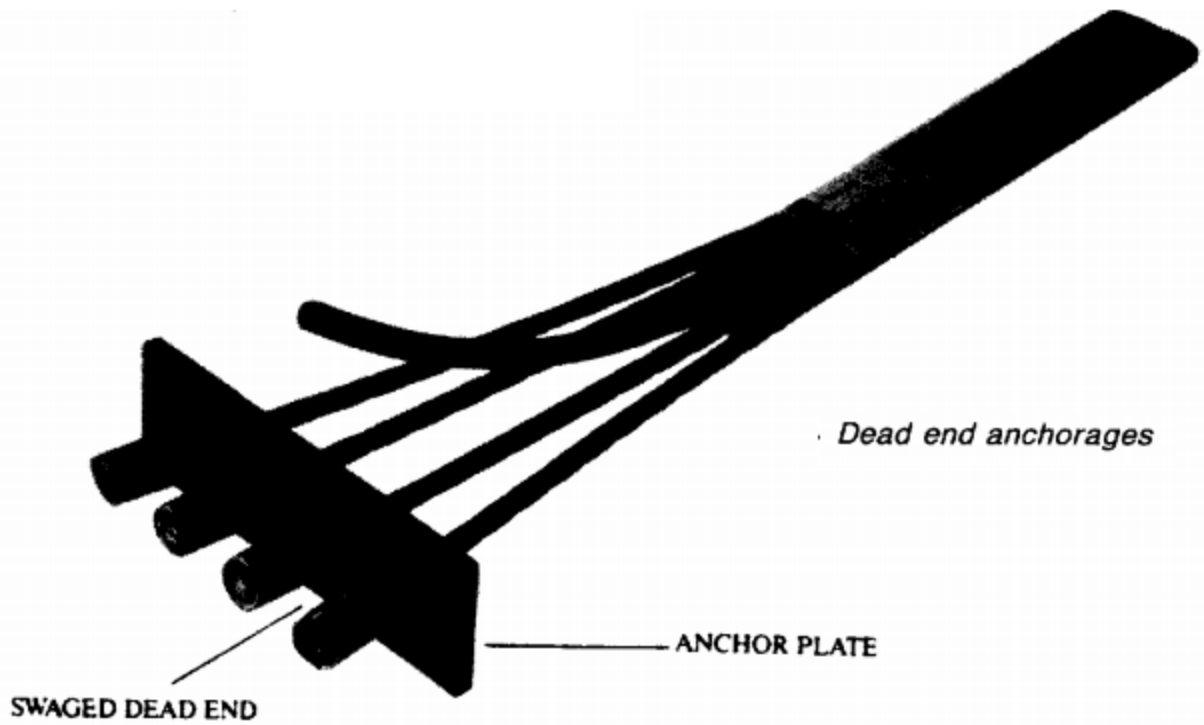
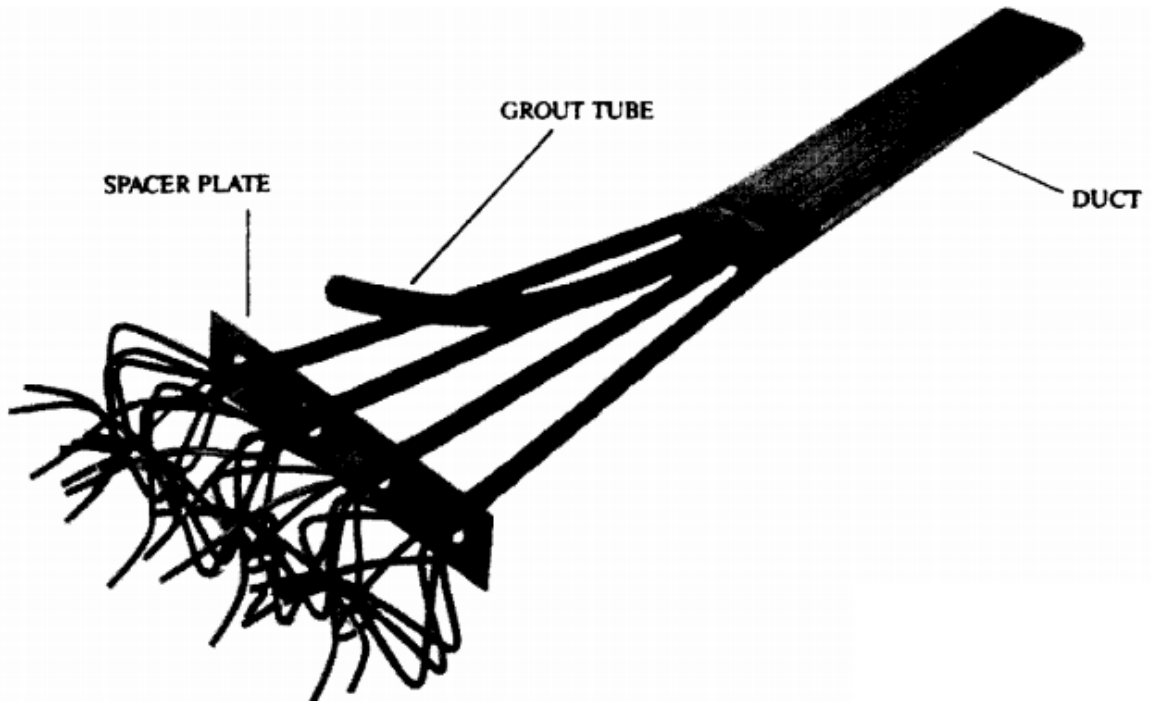


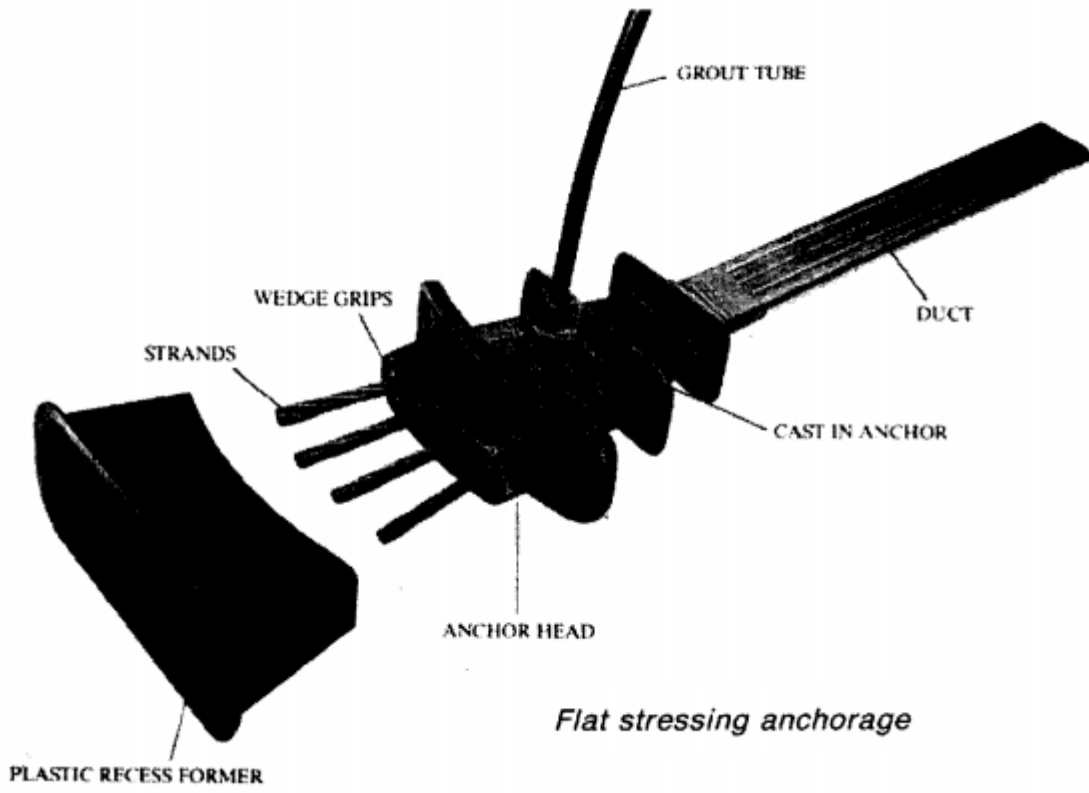
(a) Swaged barrel and plate



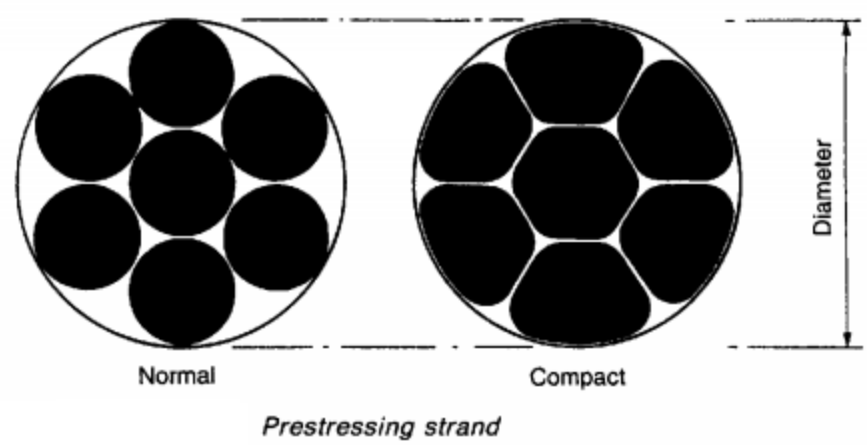
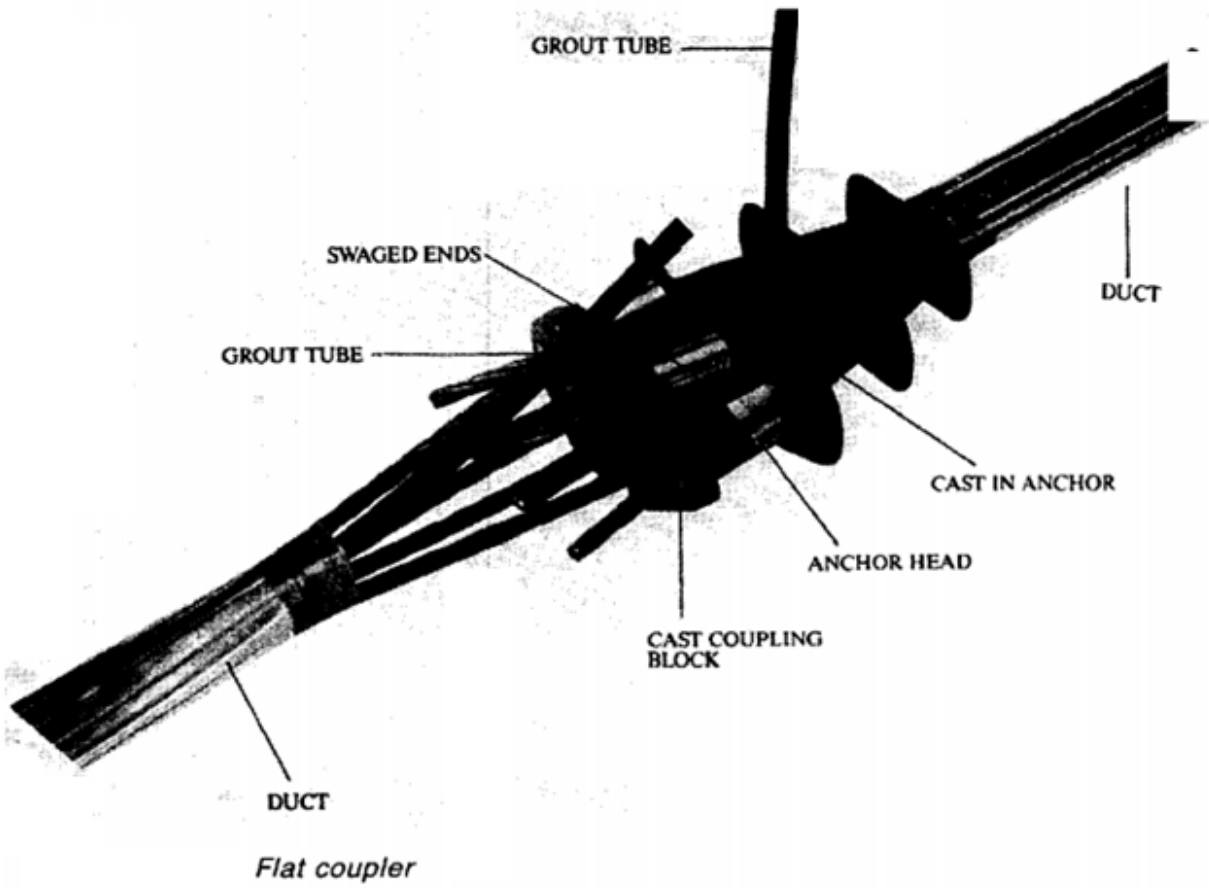
(b) Unravalled strand with crimped wire ends

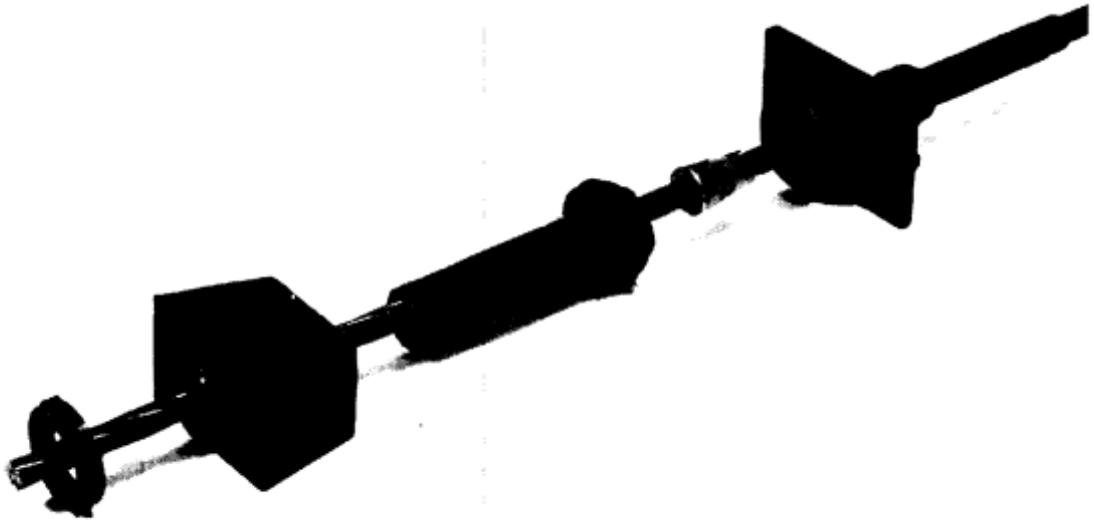




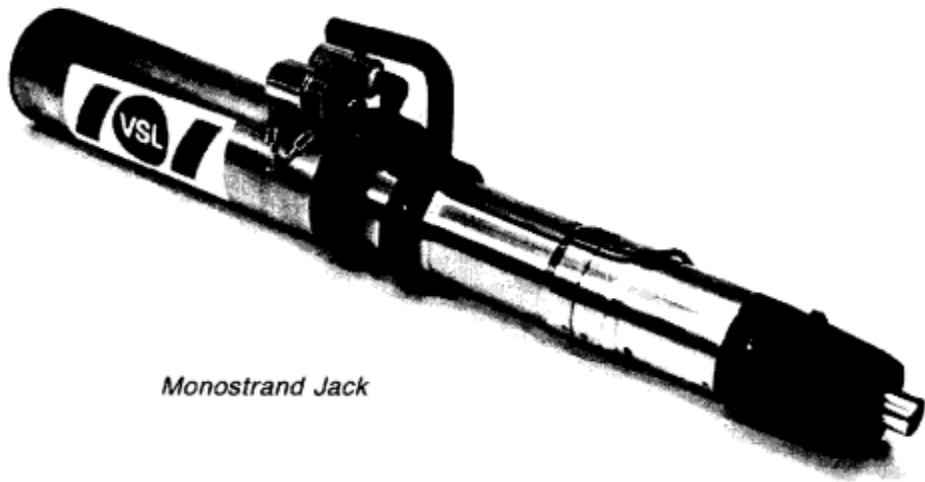


*Flat stressing anchorage*

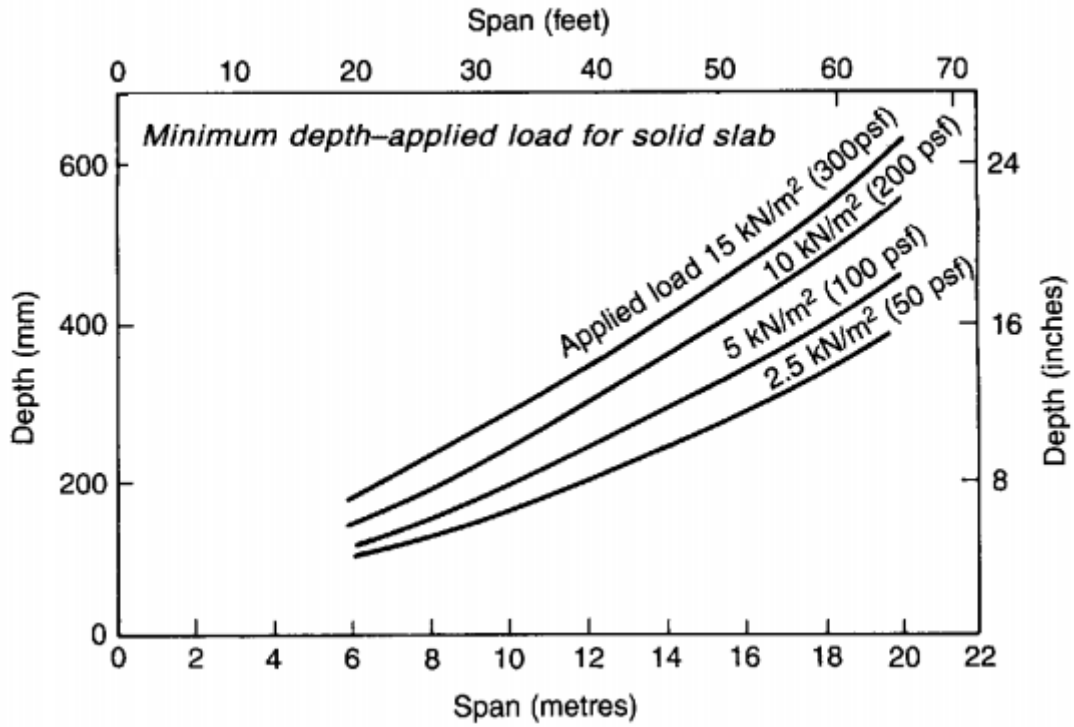
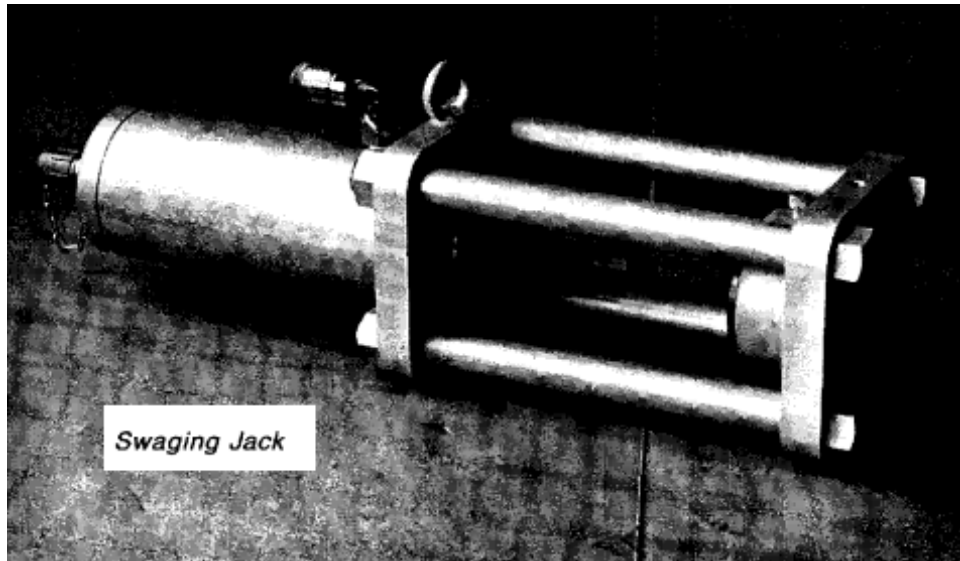


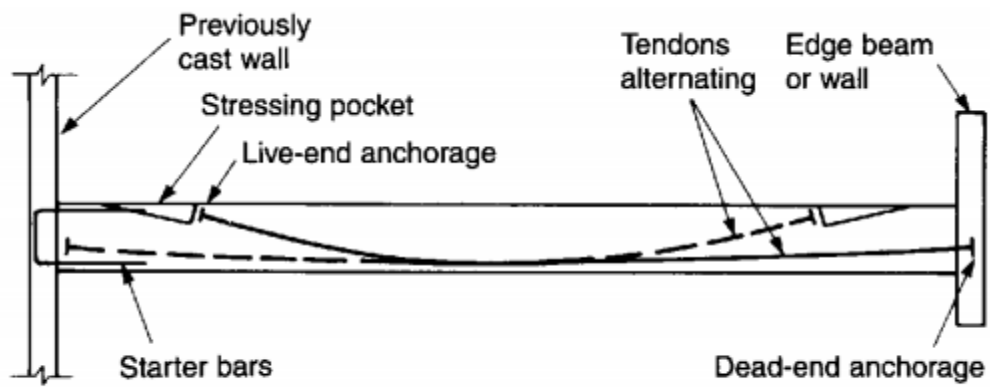


*Exploded view of monostrand anchorage*

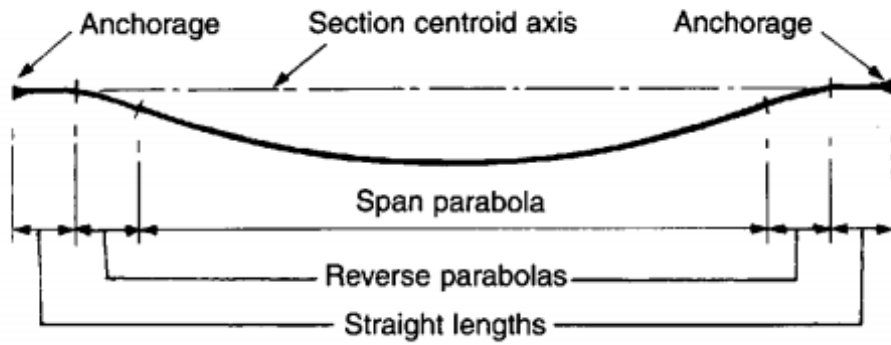


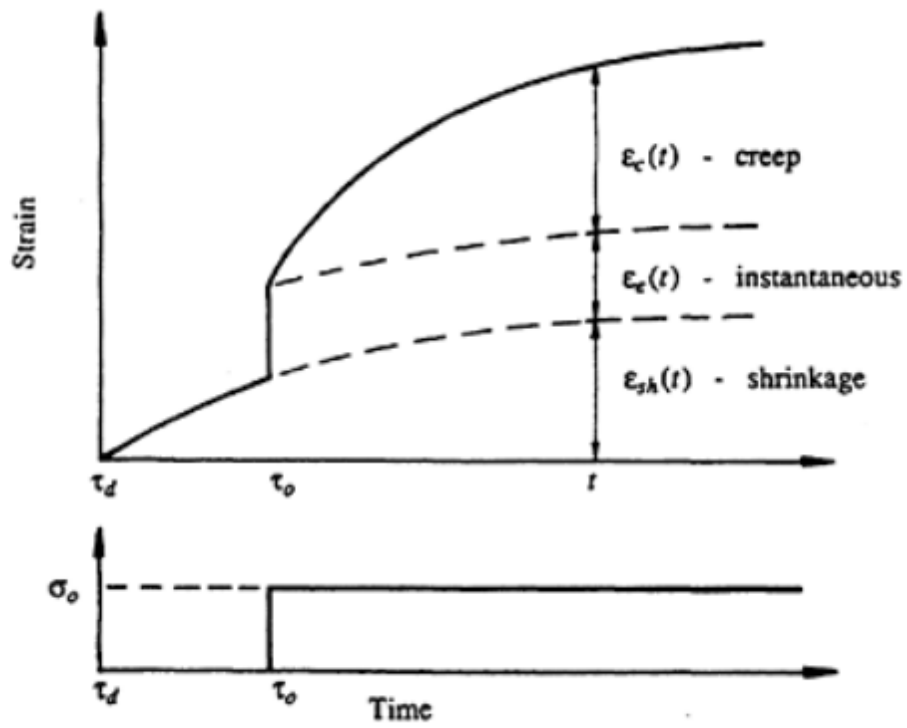
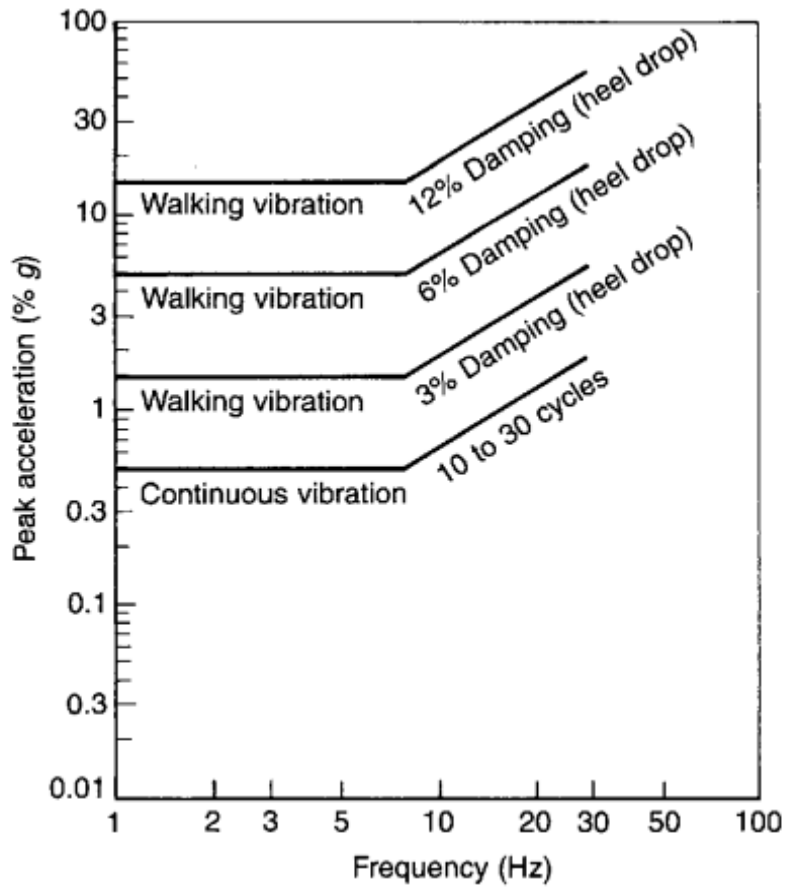
*Monostrand Jack*

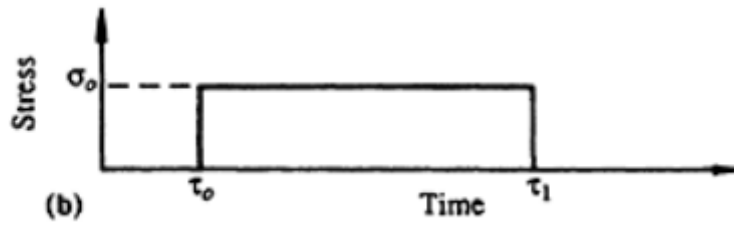
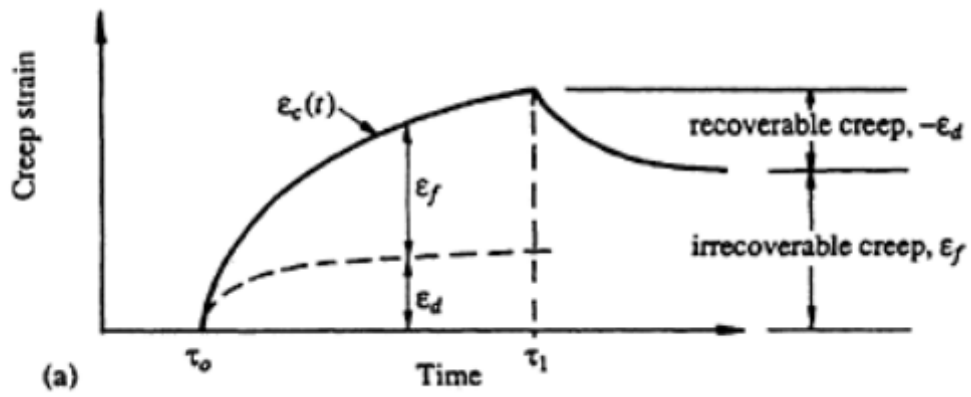
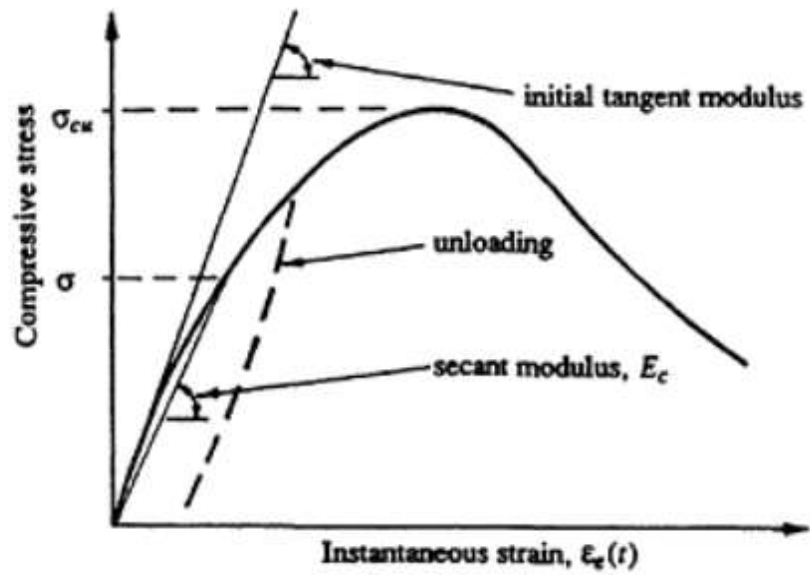




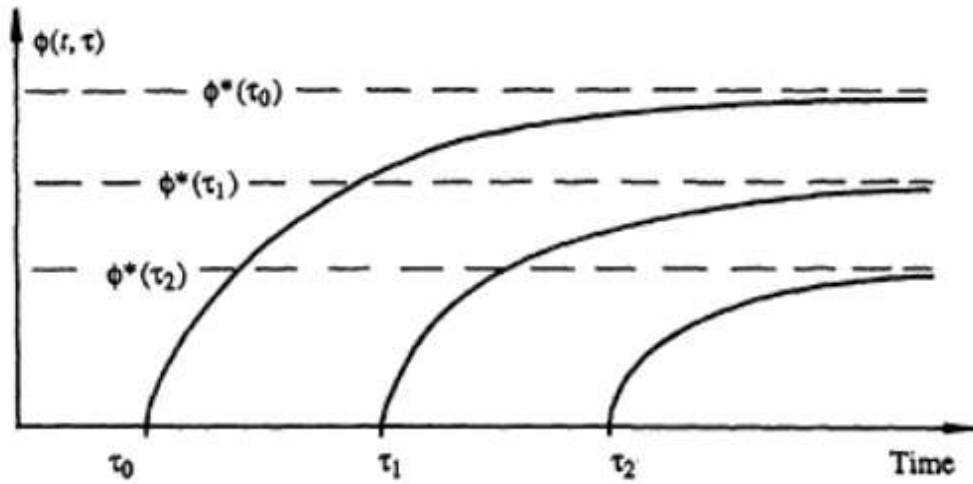
*Live anchorage for stressing from slab surface*



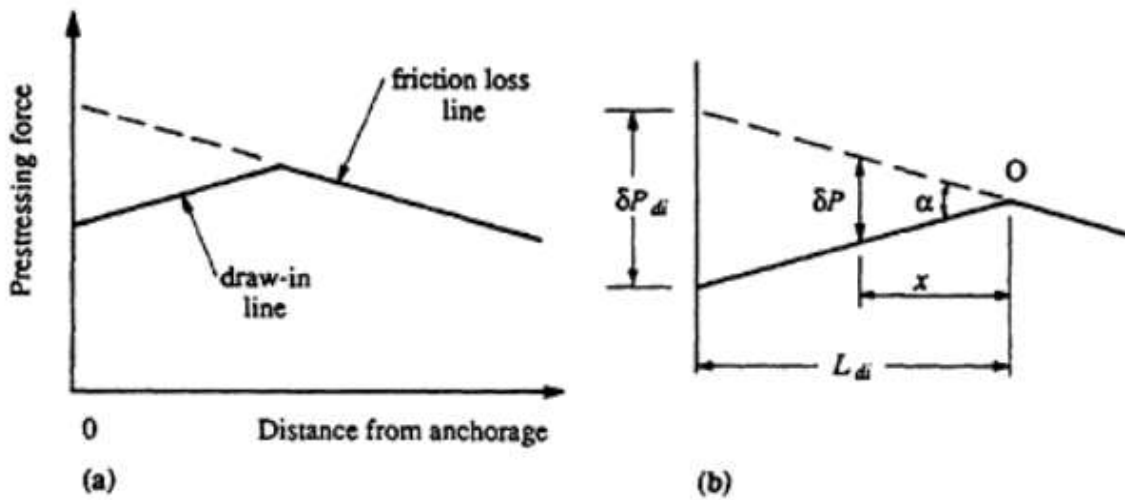




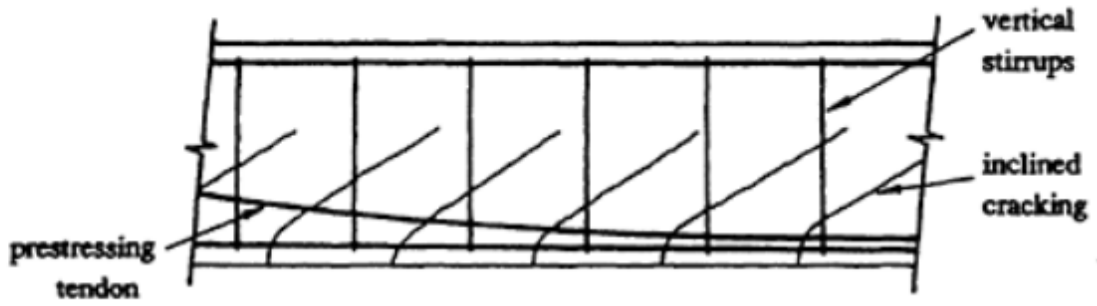




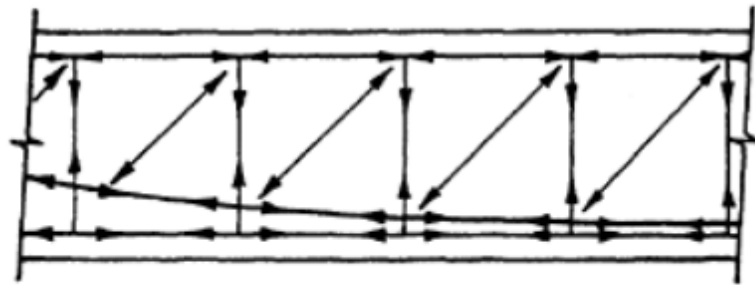
Effect of age at first loading on the creep coefficient (Gilbert 1988).



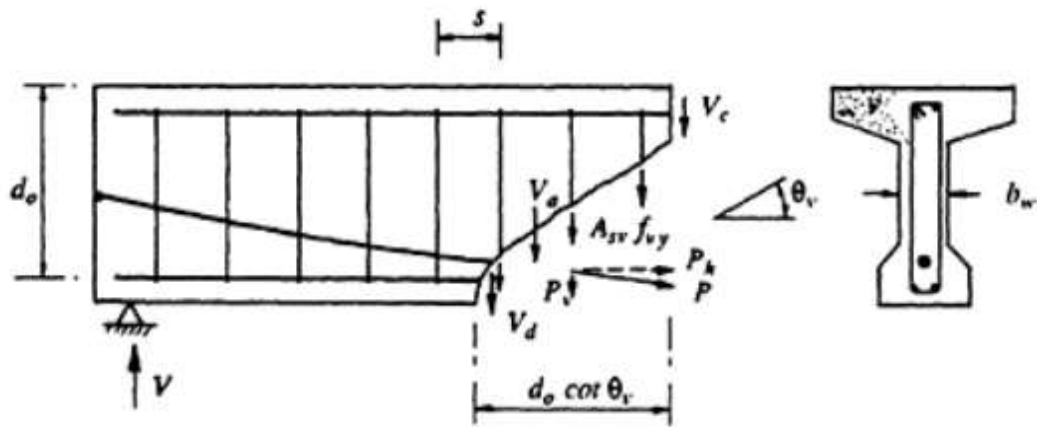
Variation in prestress due to draw-in at the anchorage.



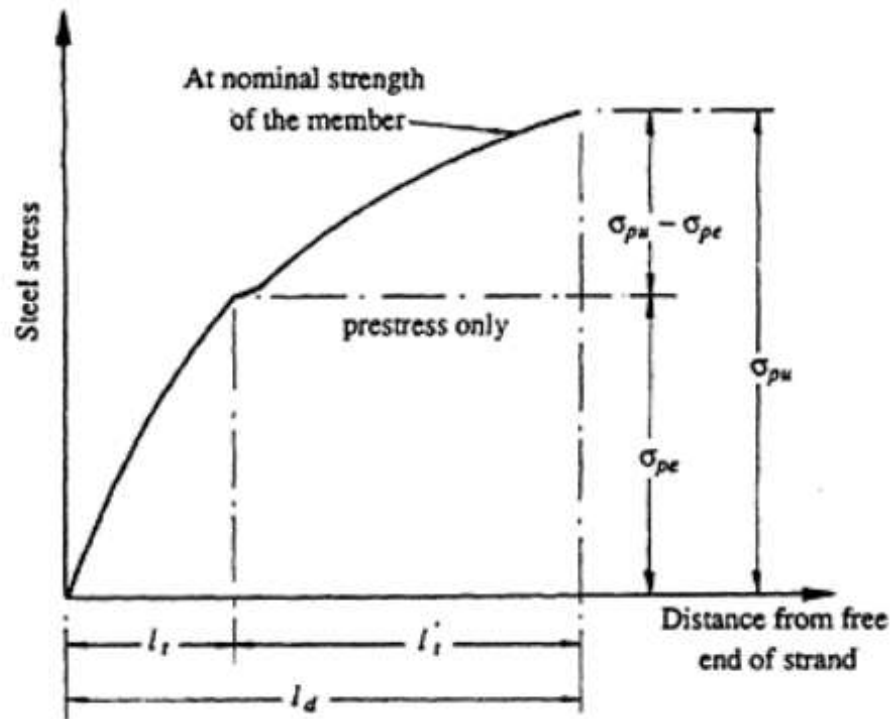
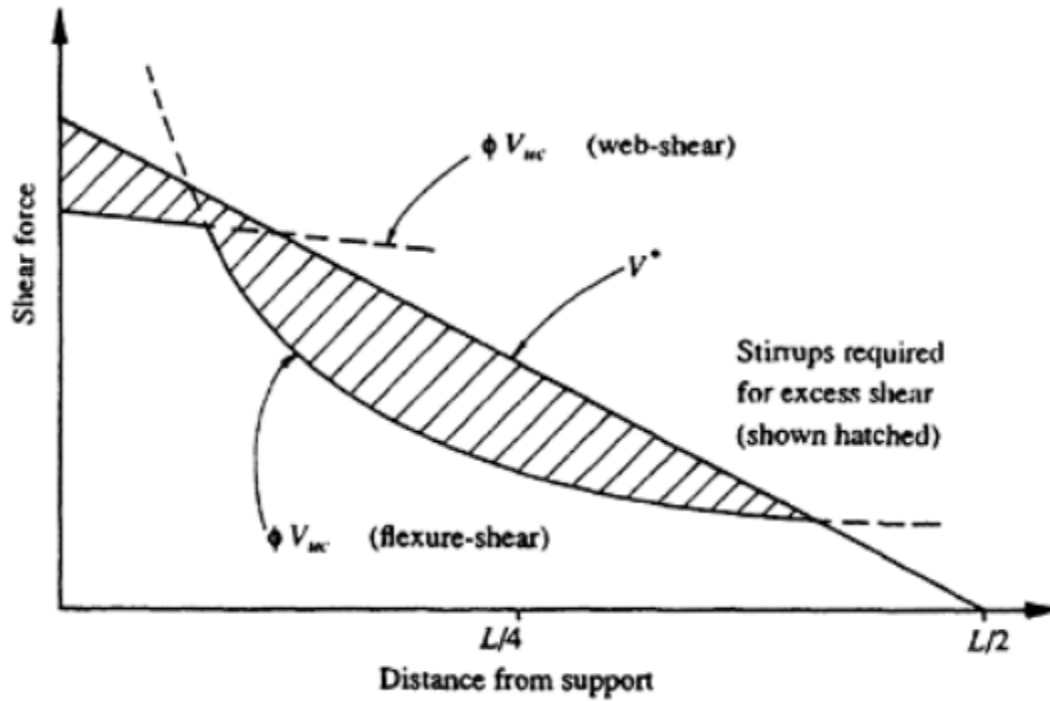
(a) Beam elevation after inclined cracking



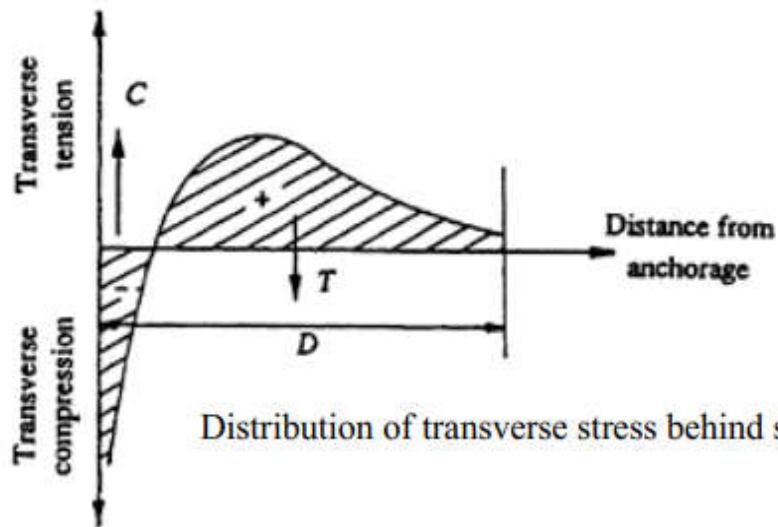
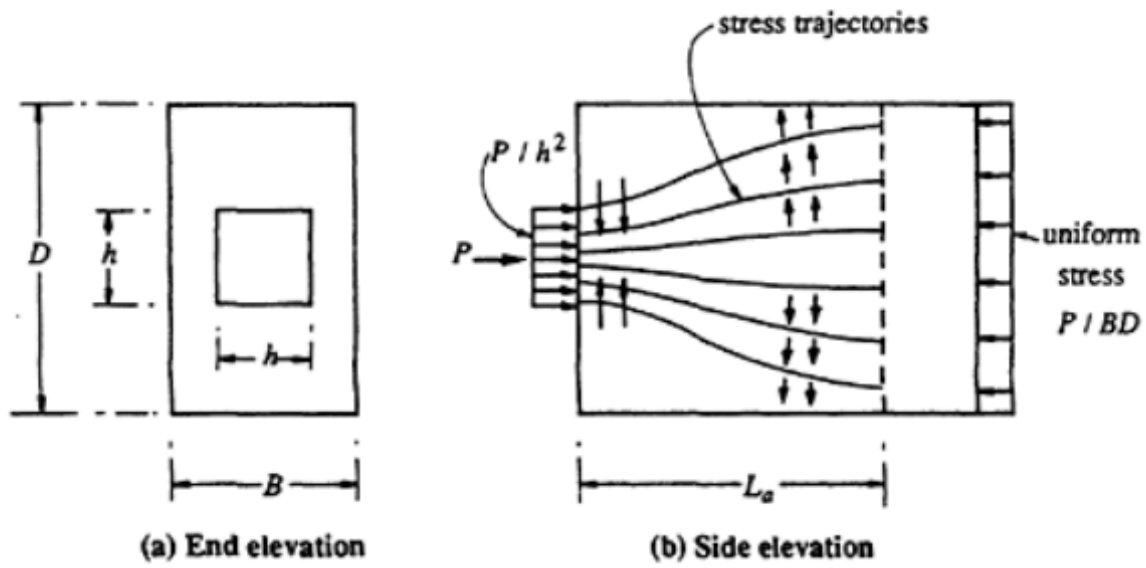
(b) The truss analogy



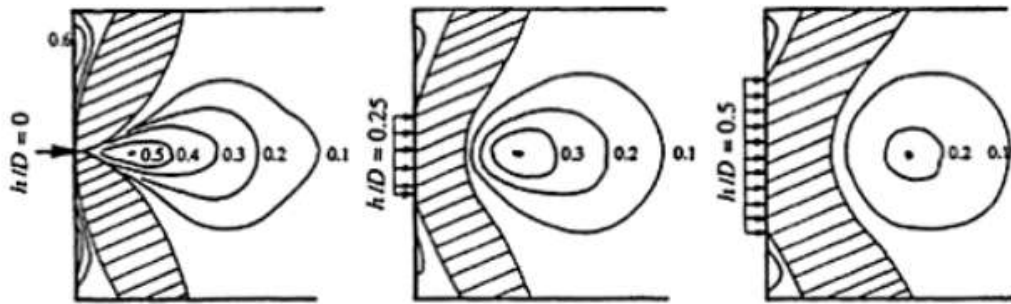
Transfer of shear at an inclined crack.



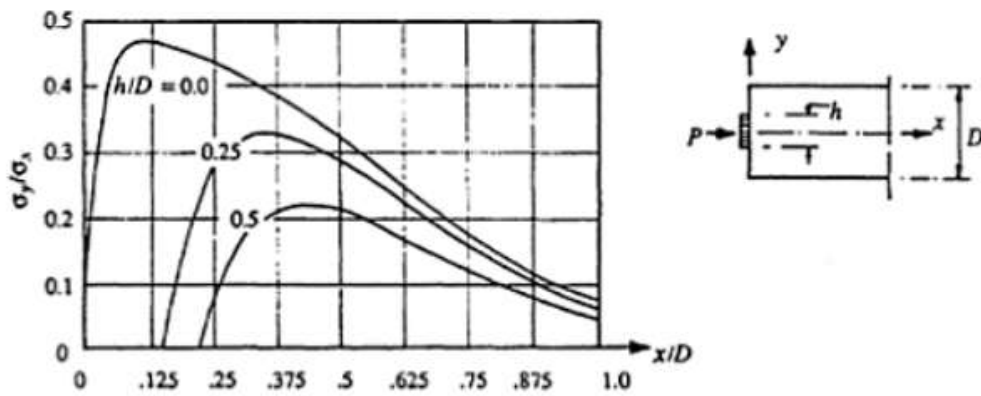
Variation of steel stress near the free end of a tendon (ACI 318-83).



Distribution of transverse stress behind single central anchorage.

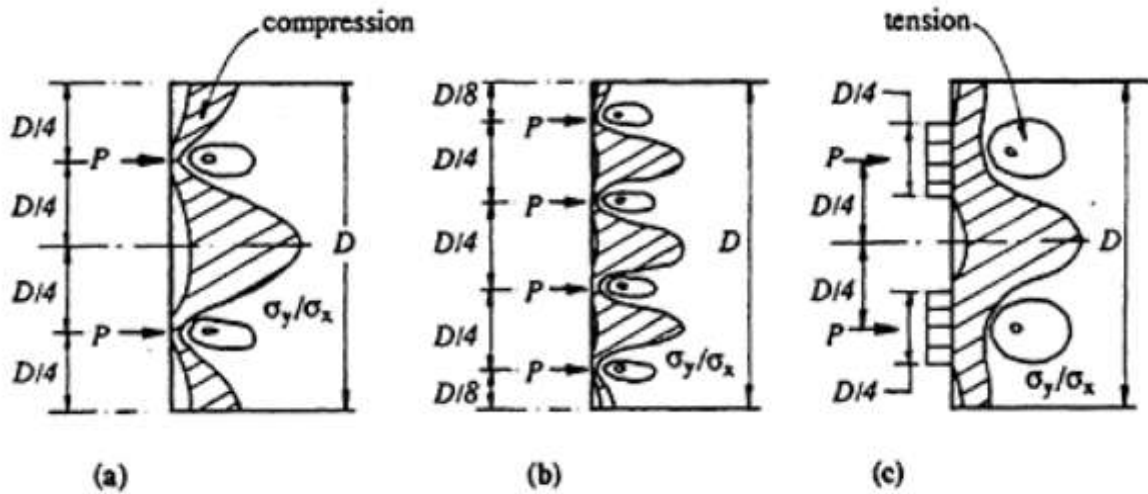


(a) Stress Isobars ( $\sigma_y/\sigma_x$ )

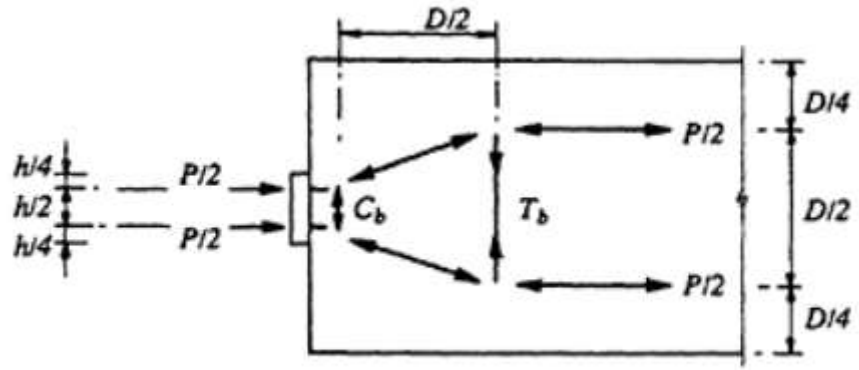


(b) Transverse stress along member axis for various anchorage plate sizes.

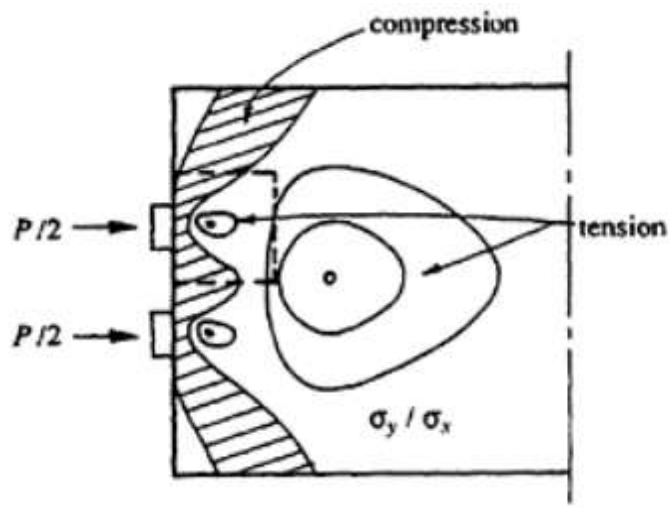
Transverse stress distribution for central anchorage (after Guyon 1953).



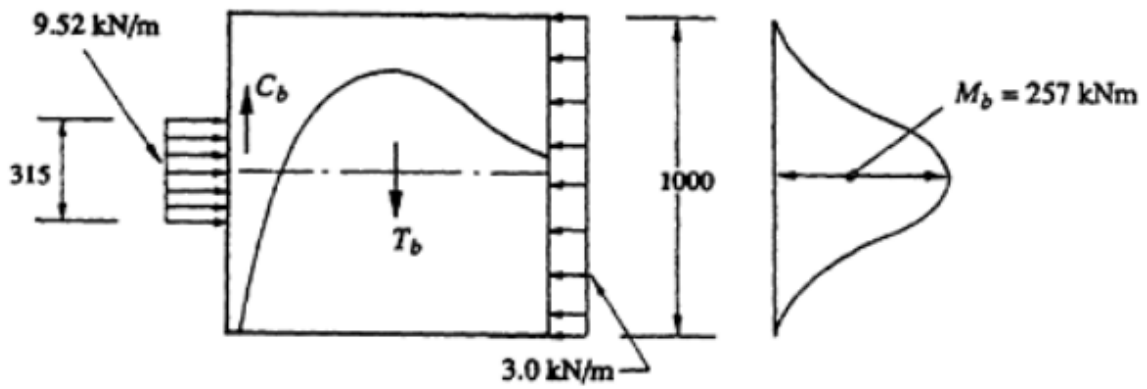
Transverse stress isobars for end zones with multiple anchorages (Guyon 1953).



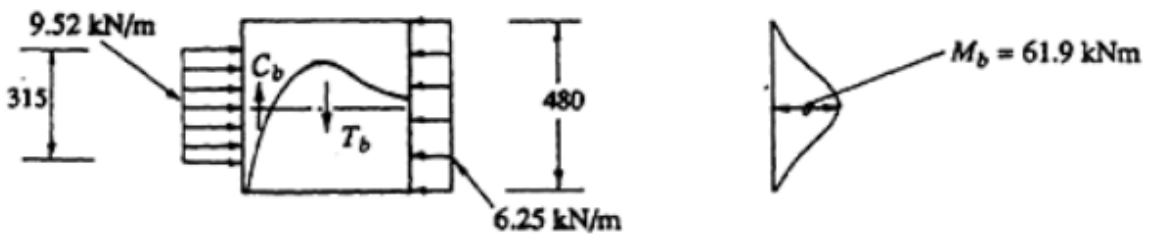
Truss analogy of anchorage zone.



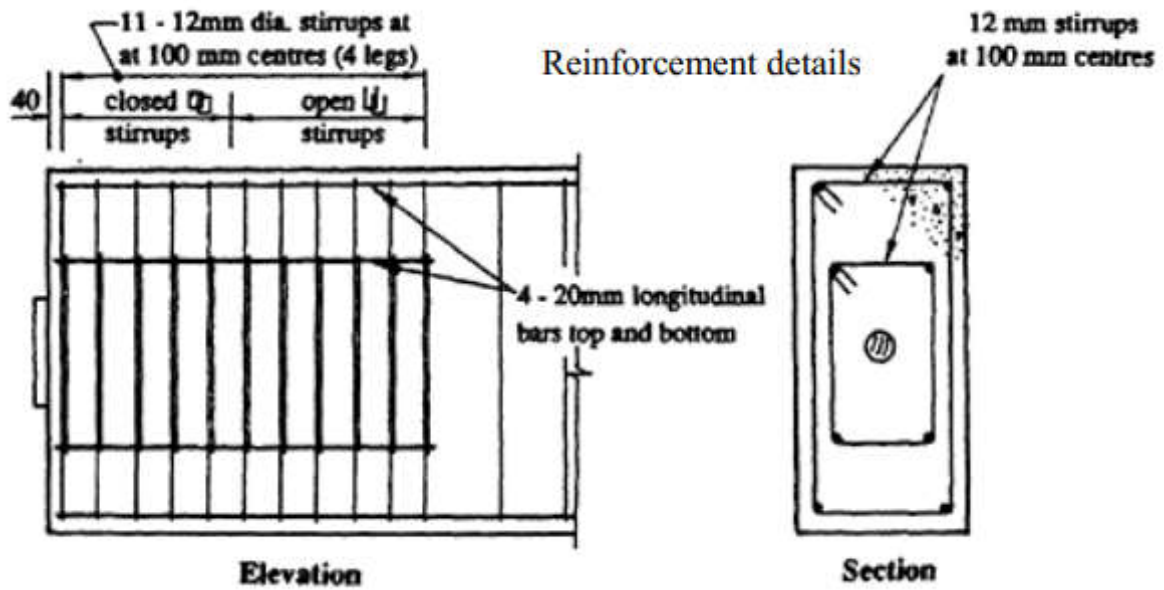
Two closely spaced symmetric anchorage plates.

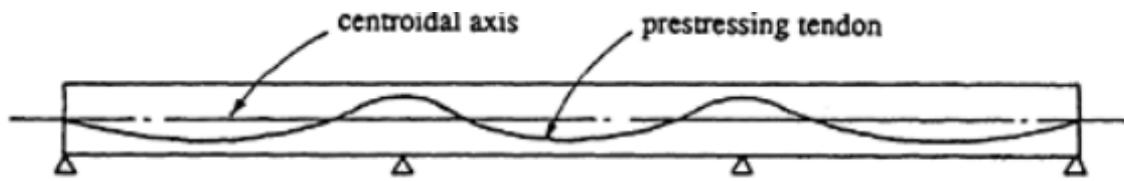


(a) Bursting in the vertical plane

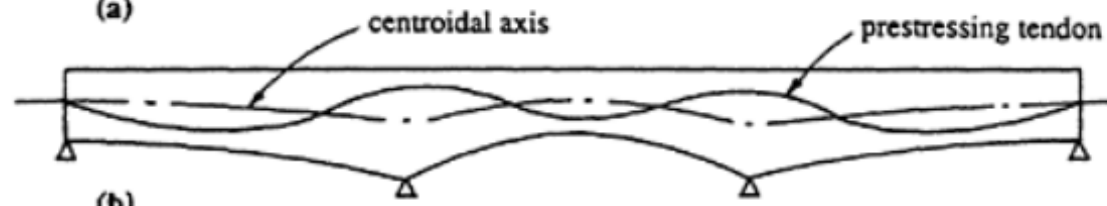


(b) Bursting in the horizontal plane

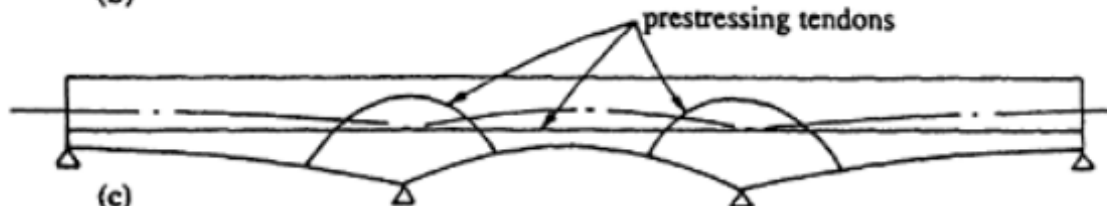




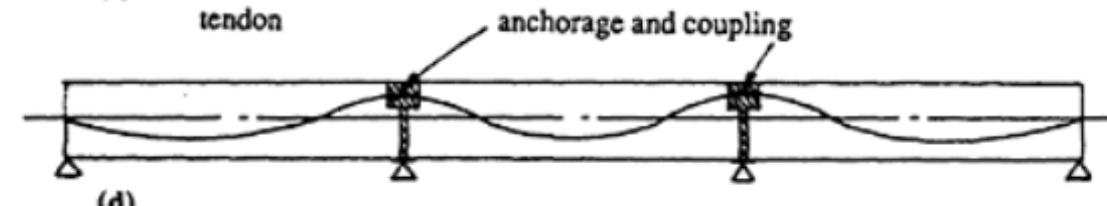
(a)



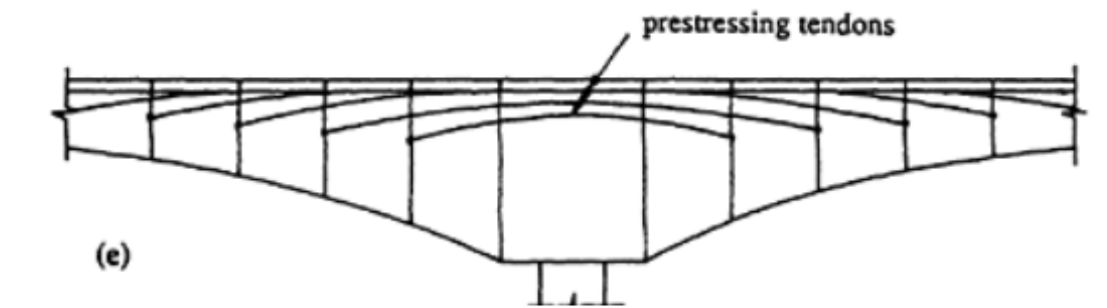
(b)



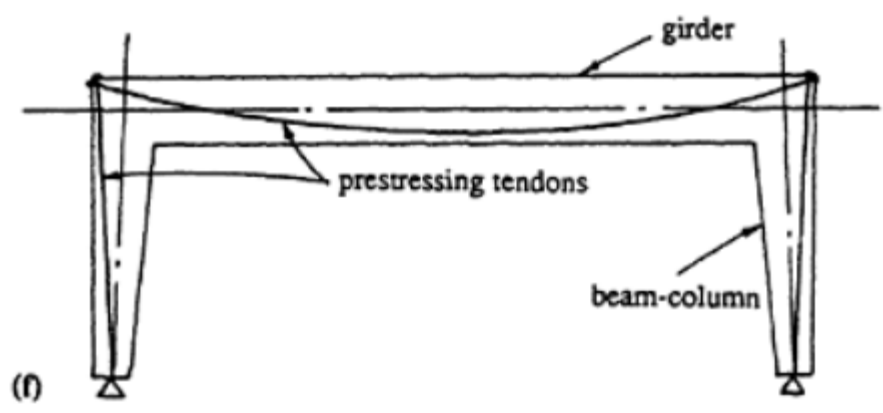
(c)



(d)

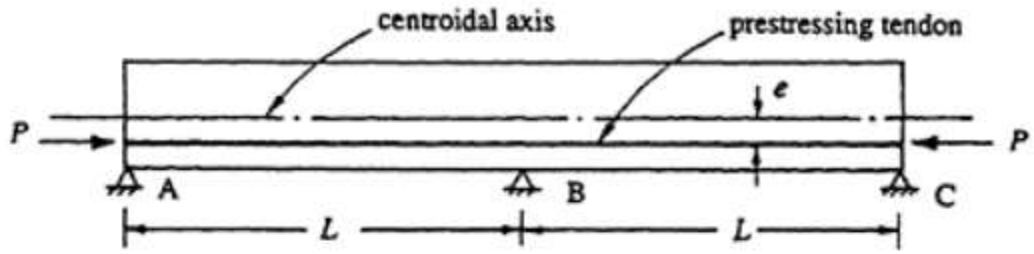


(e)



(f)

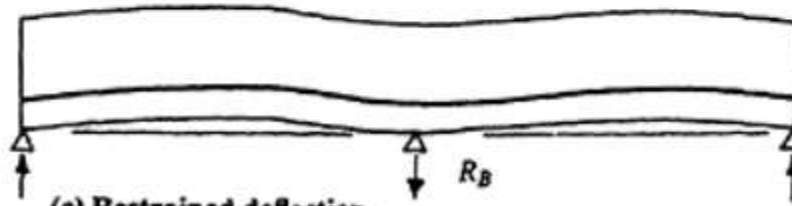




(a) Beam elevation.

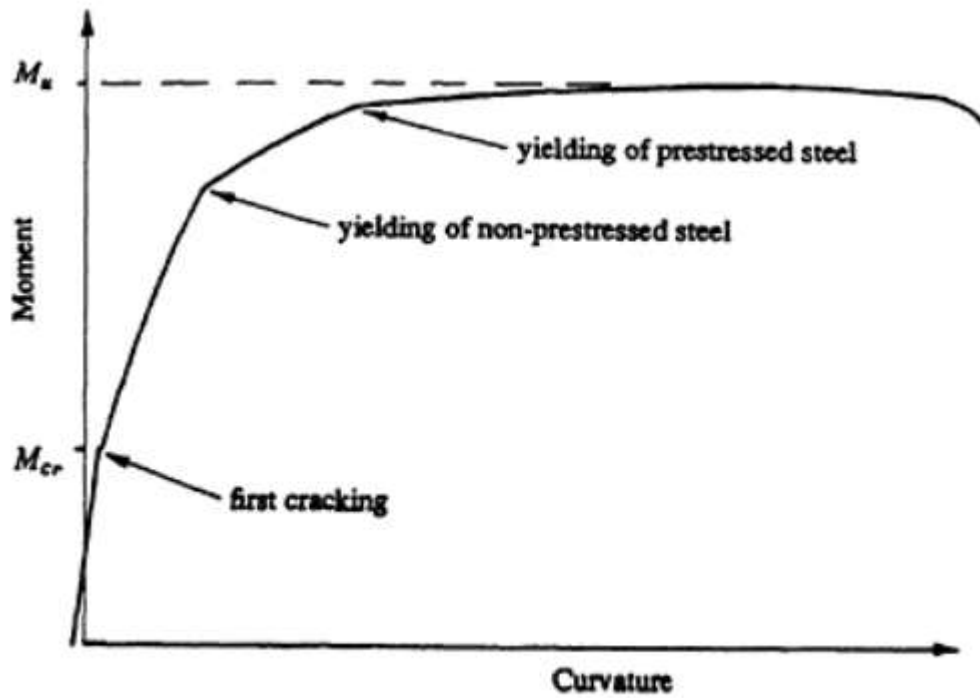


(b) Unrestrained deflection due to primary moment.

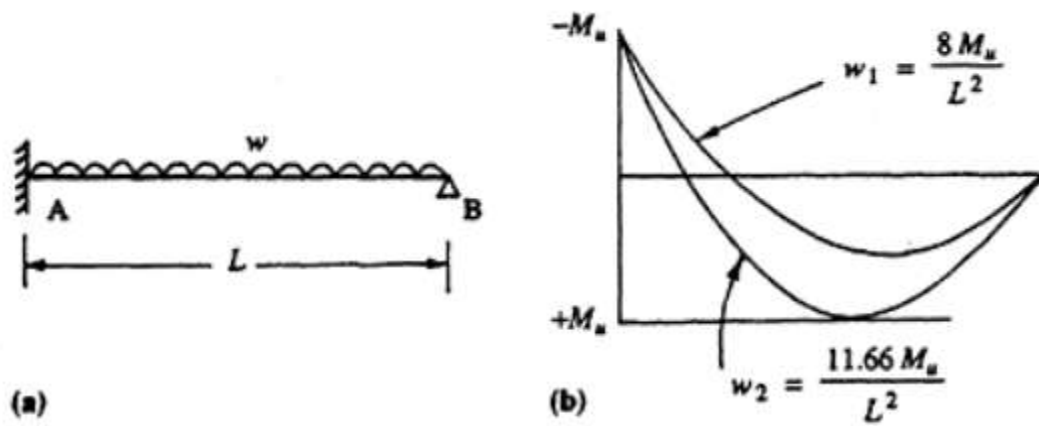


(c) Restrained deflection.

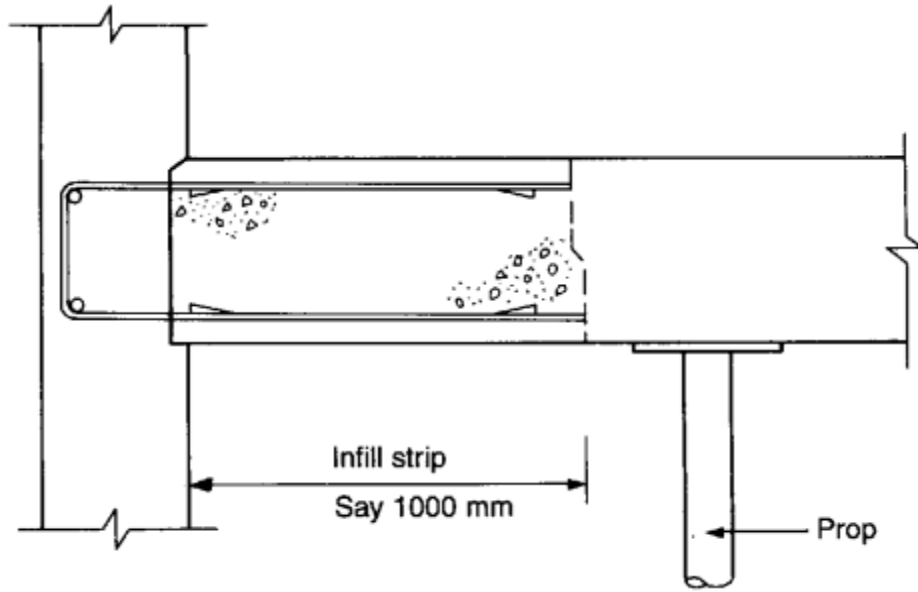
Two-span prestressed beam with constant eccentricity.



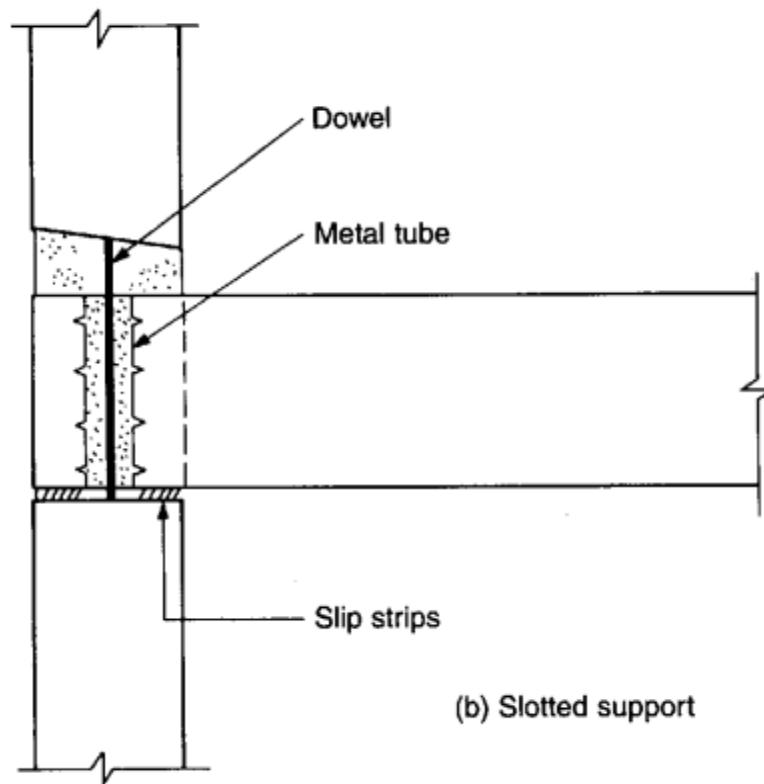
Moment-curvature relationship for a ductile partially prestressed cross-section.



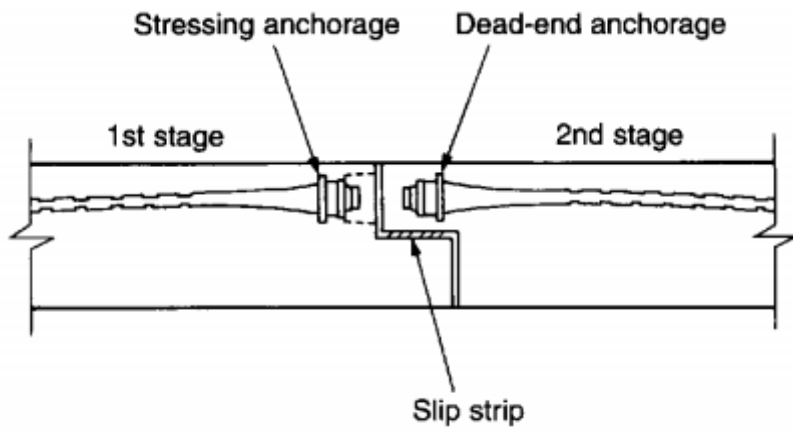
Moment redistribution in a propped cantilever.



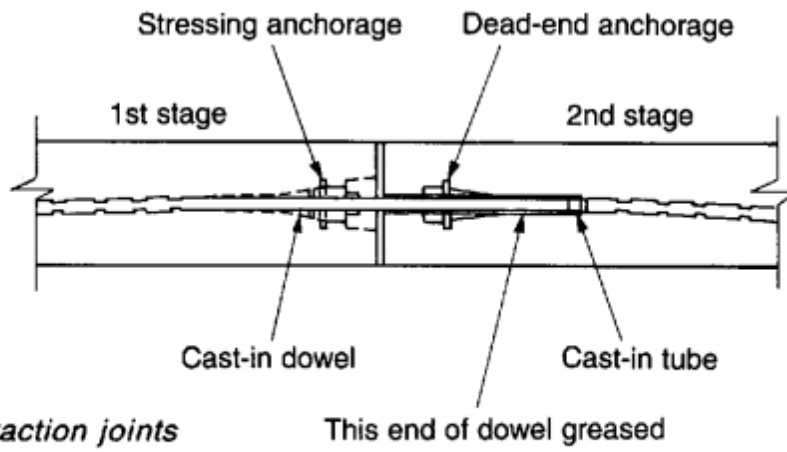
(a) Infill or gap strip



(b) Slotted support

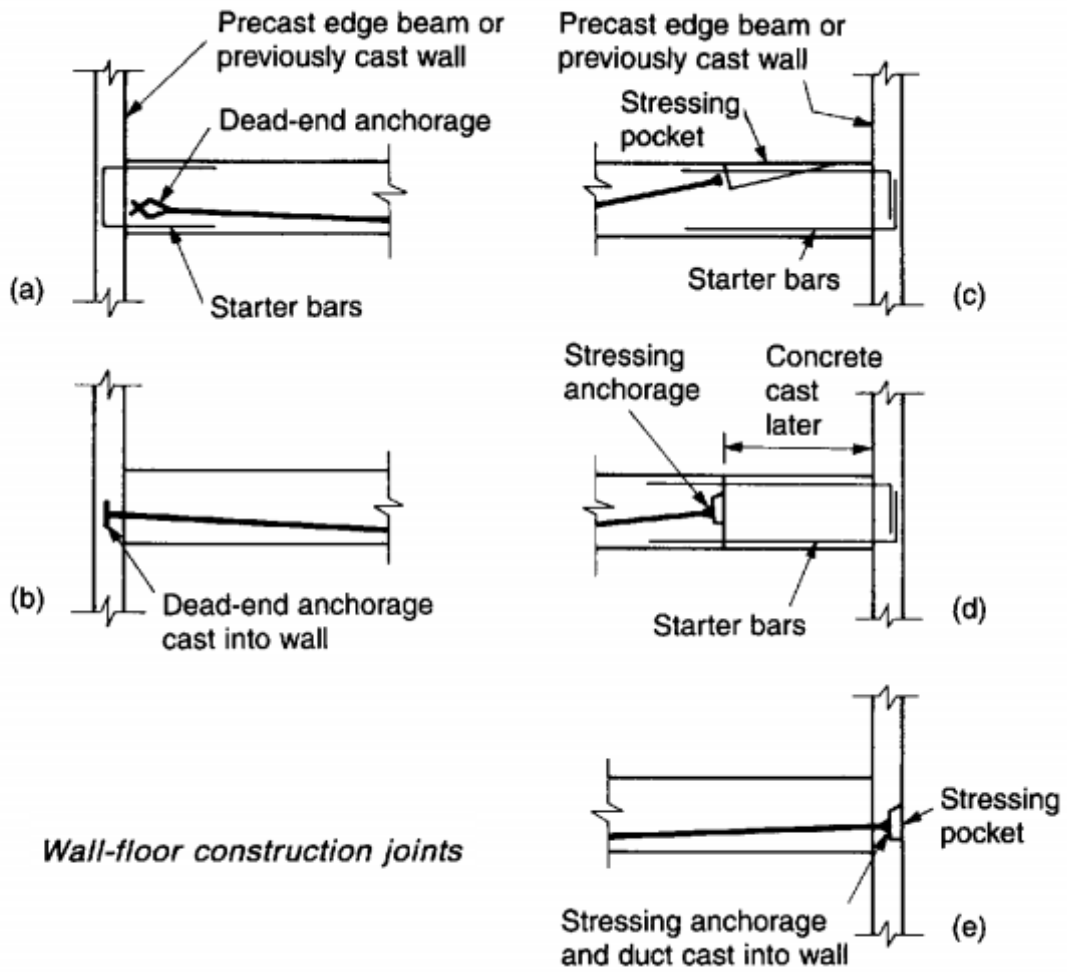


(a) Stepped joint

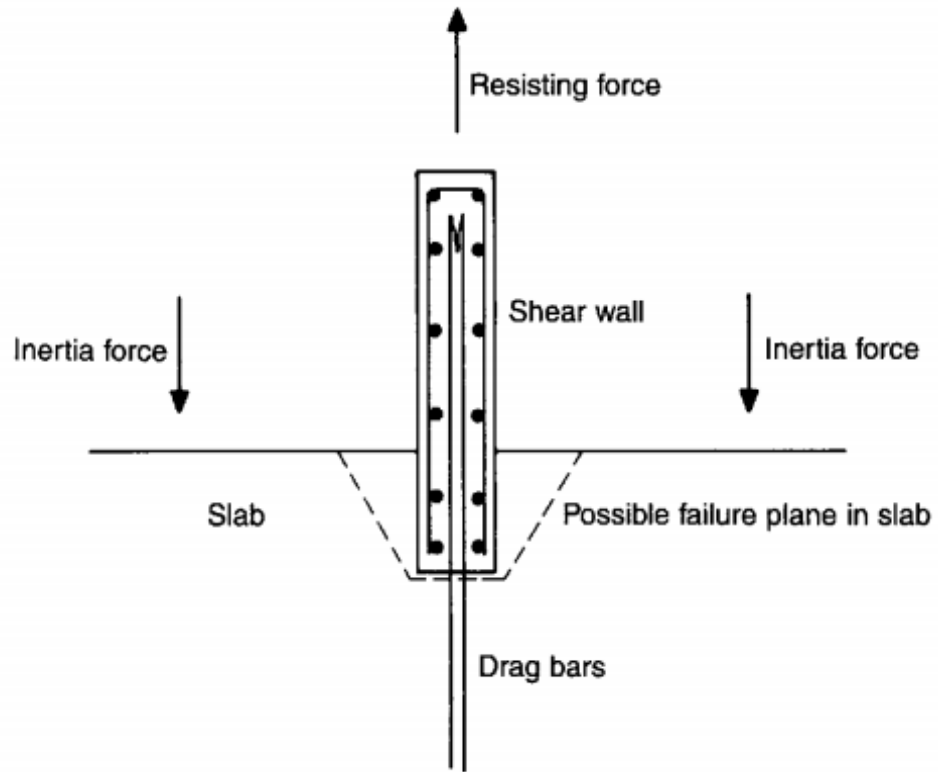


*Contraction joints*

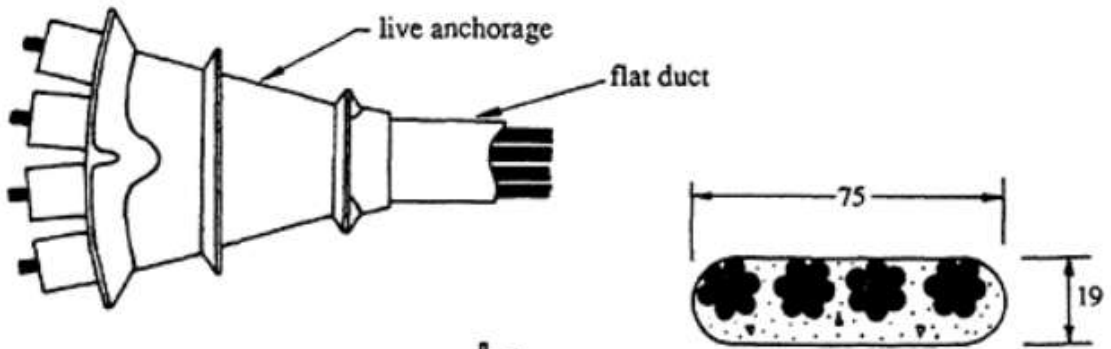
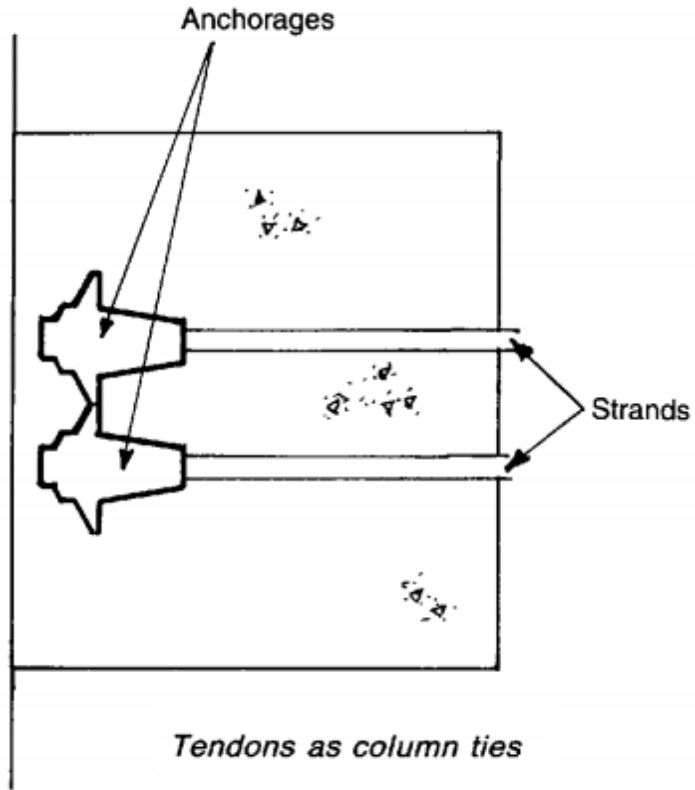
(b) Dowel joint



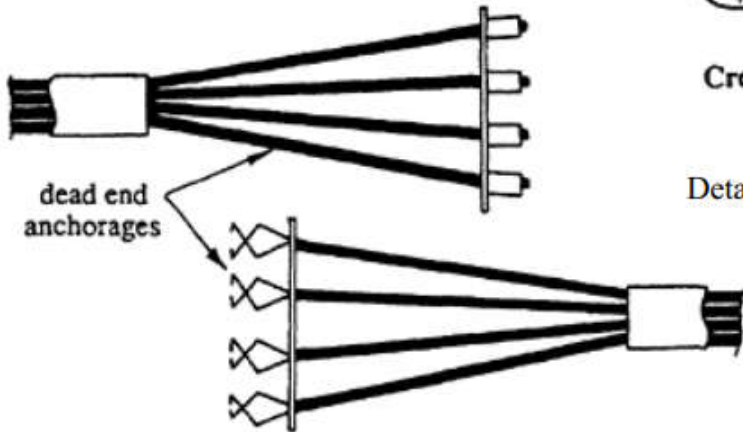
*Wall-floor construction joints*



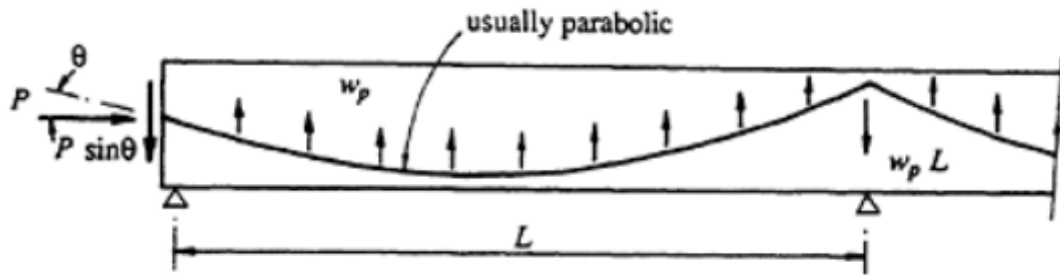
*Provision of drag bars between slab and shear wall*



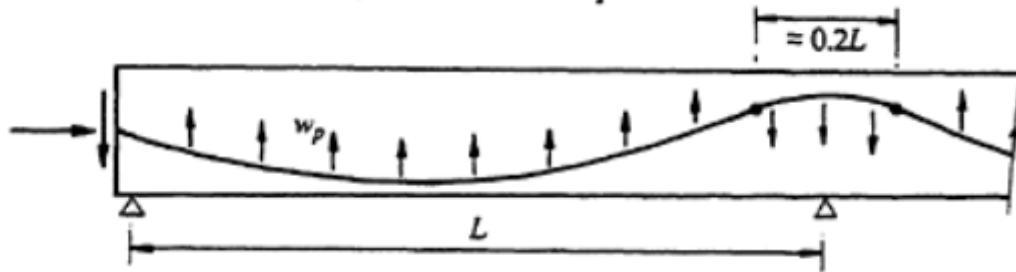
**Cross-section of duct**



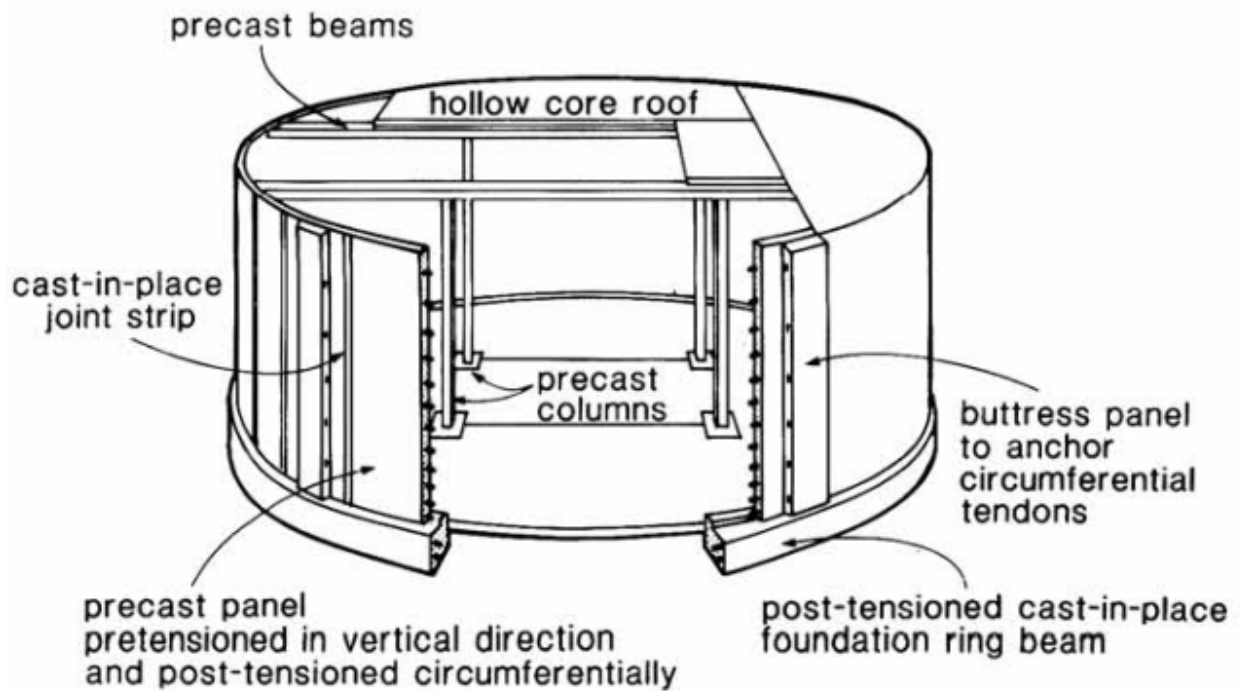
Details of typical flat-ducted tendons.



(a) Idealised tendon profile

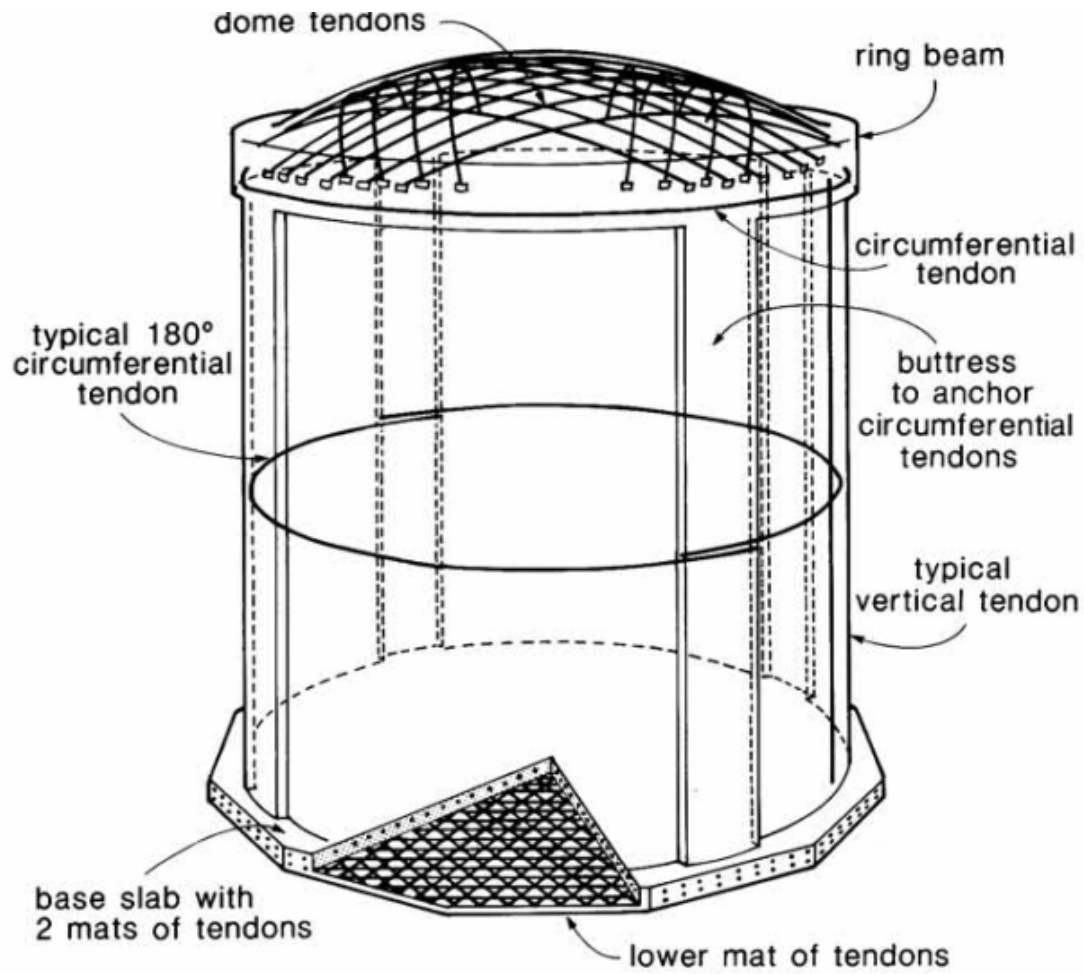


(b) Actual tendon profile



مخزن ذخیره آب ساخته شده از بتن پیش ساخته پیشتندیده

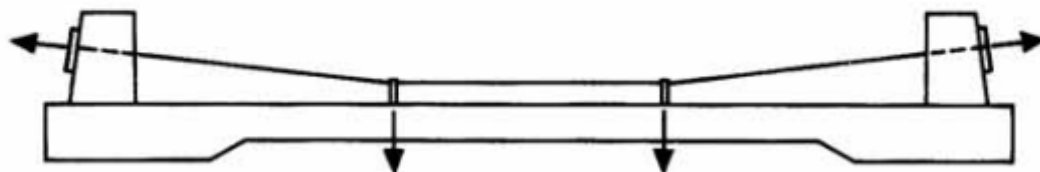




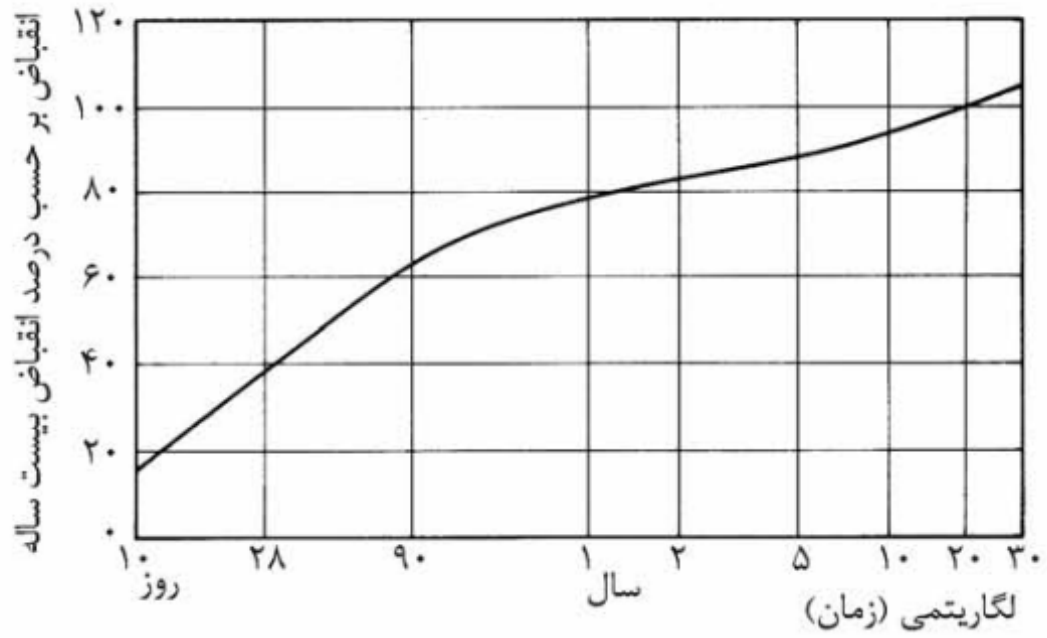
سازه بتن پیش تنیده محافظ نیروگاه اتمی



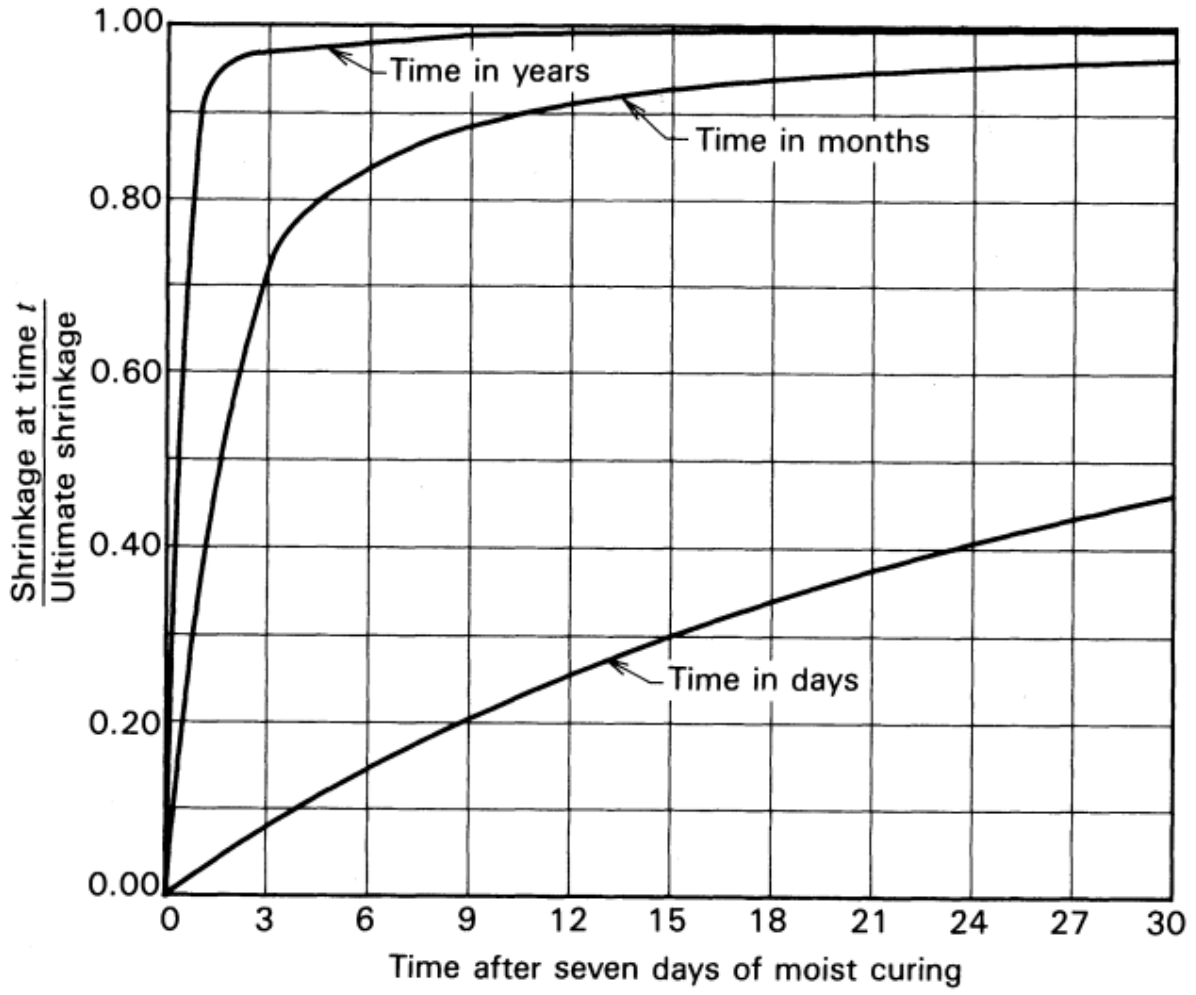
پس کشیدگی

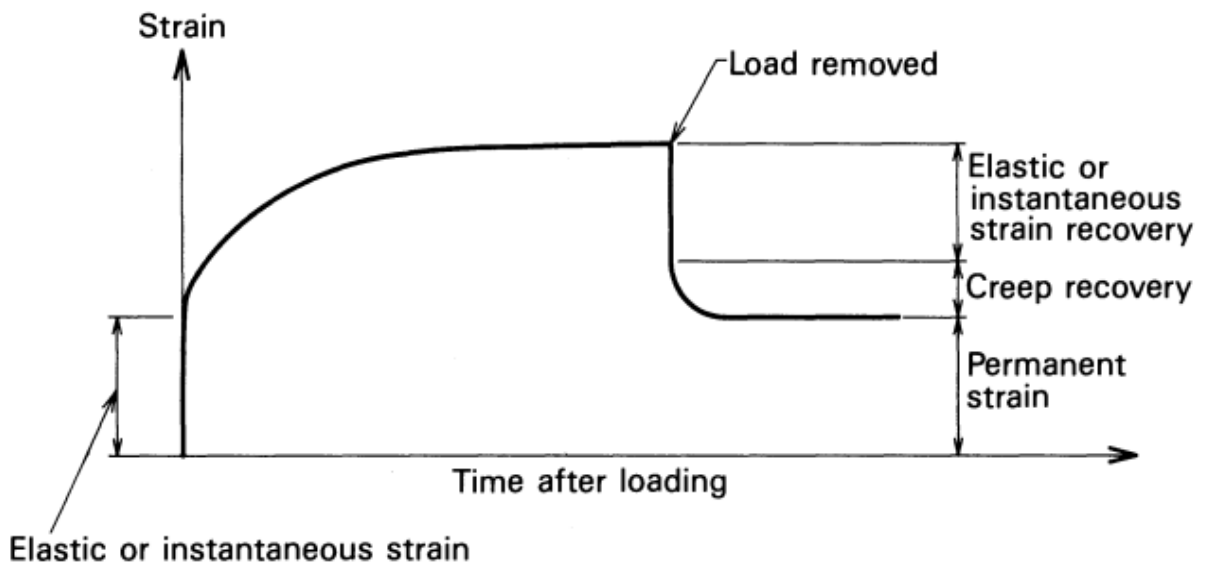
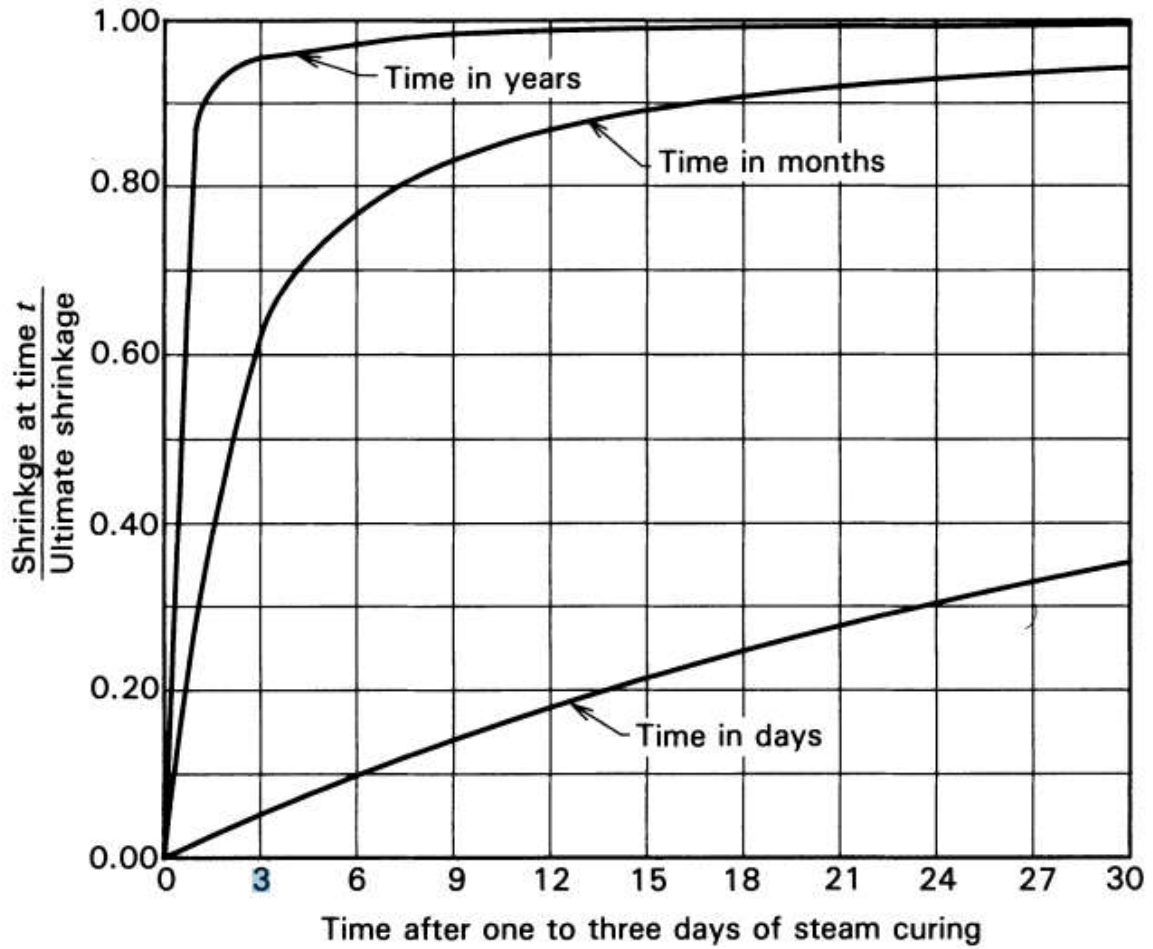


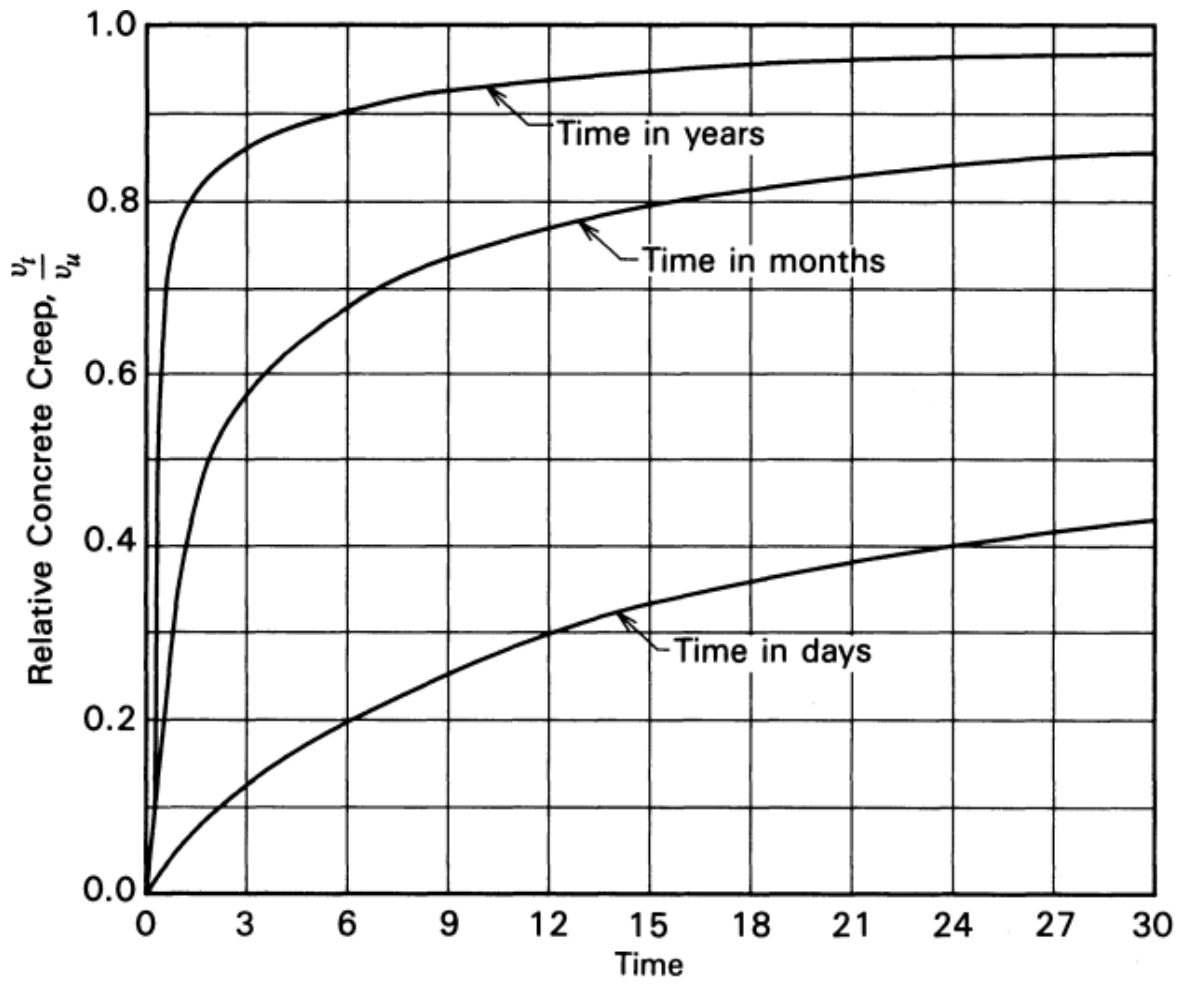
پیش کشیدگی تاندونهای انحرافی

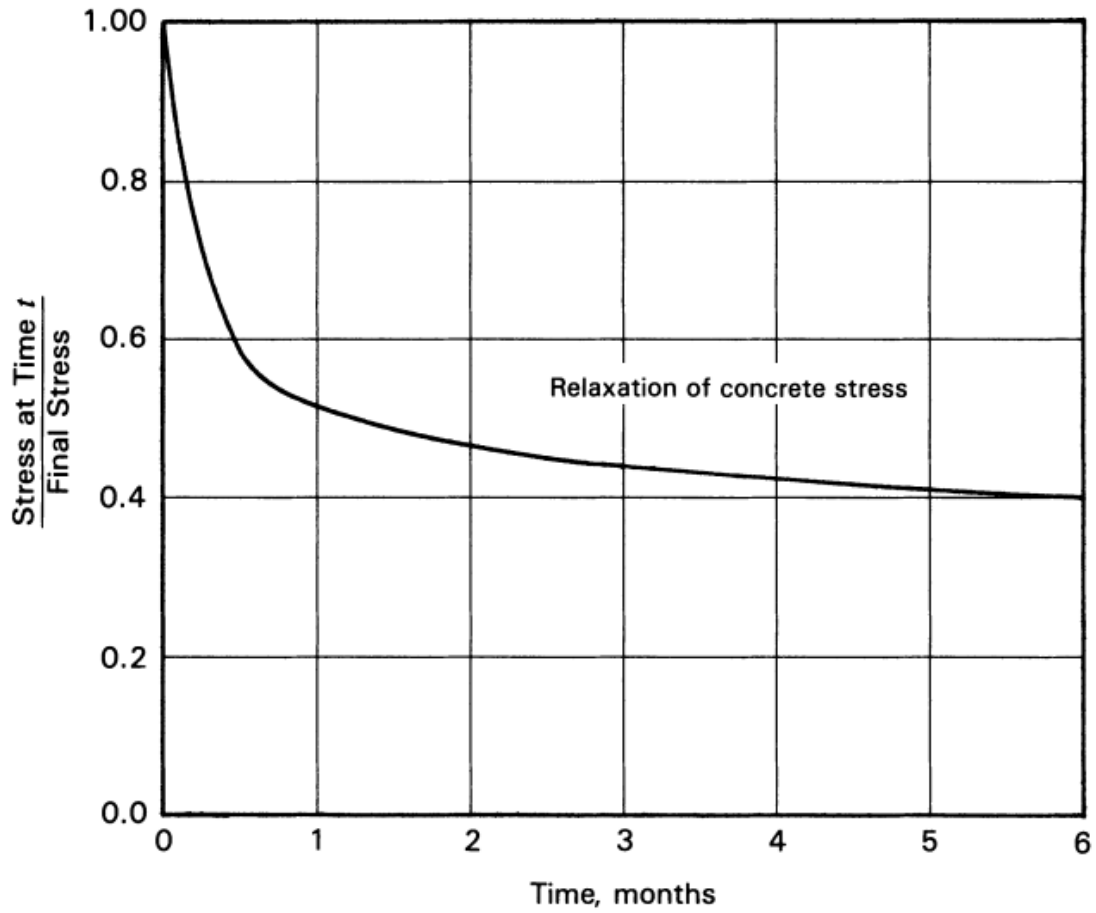


انقباض متوسط بتن در رطوبت نسبی ۵۰-۷۰٪ (Neville ۱۹۷۷)

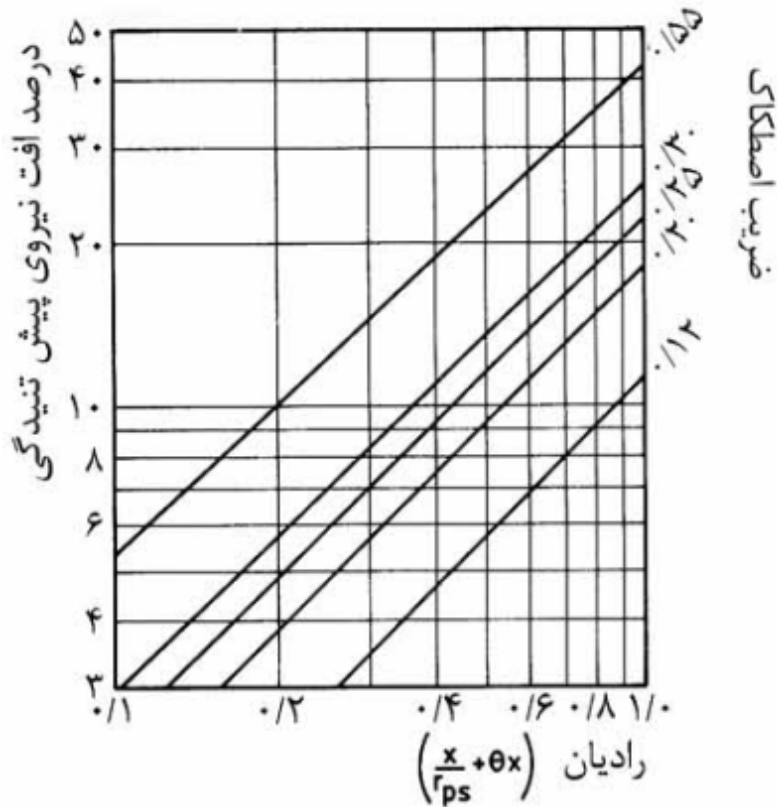








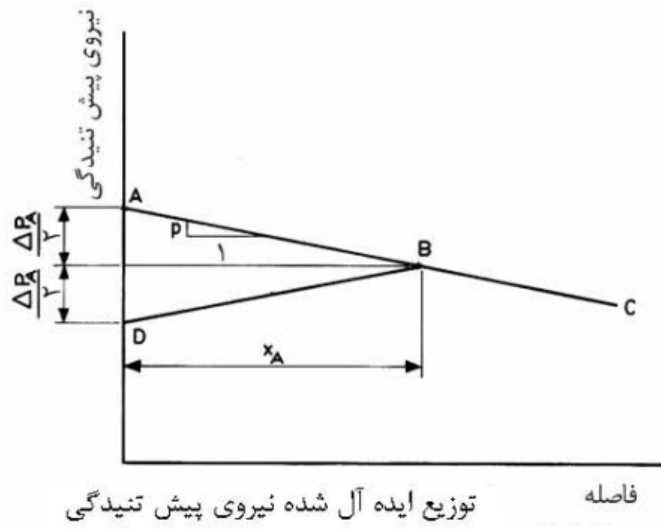
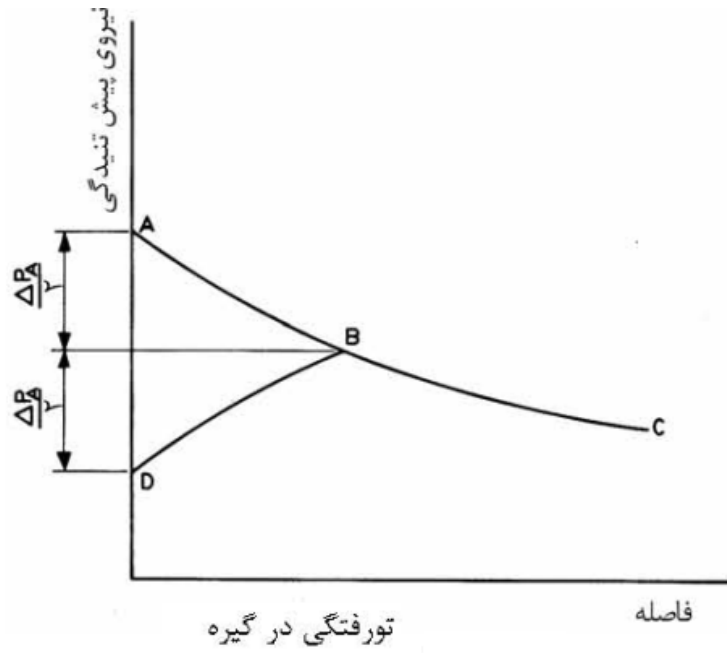
افت بلند مدت	افت کوتاه مدت
جمع شدگی بتن	کوتاه شدگی الاستیک
خزش بتن	تورفتگی در گیره
سستی فولاد	اصطکاک
افت‌های پیش تنیدگی	



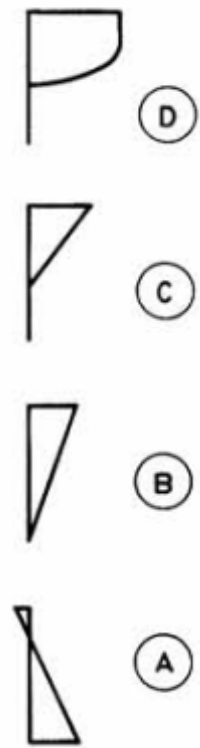
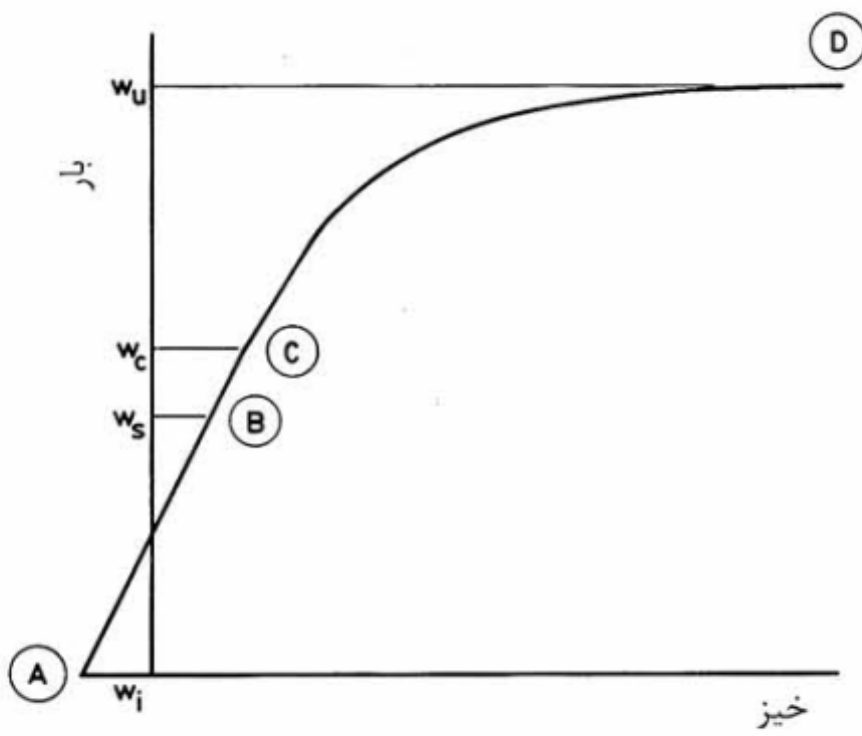
### افت‌های اصطکاکی

$\mu$	وضعیت دو سطح نسبت به یکدیگر
۰/۱۵۵	تاندون کمی زنگ زده روی غلاف بتنی
۰/۳۰	تاندون کمی زنگ زده روی غلاف فولادی کمی زنگ زده
۰/۲۵	تاندون کمی زنگ زده روی غلاف گالوانیزه
۰/۲۰	تاندون روی غلاف گالوانیزه
۰/۱۲	تاندون گریسکاری شده روی غلاف پلاستیک

ضرایب اصطکاک برای تاندون‌های مختلف

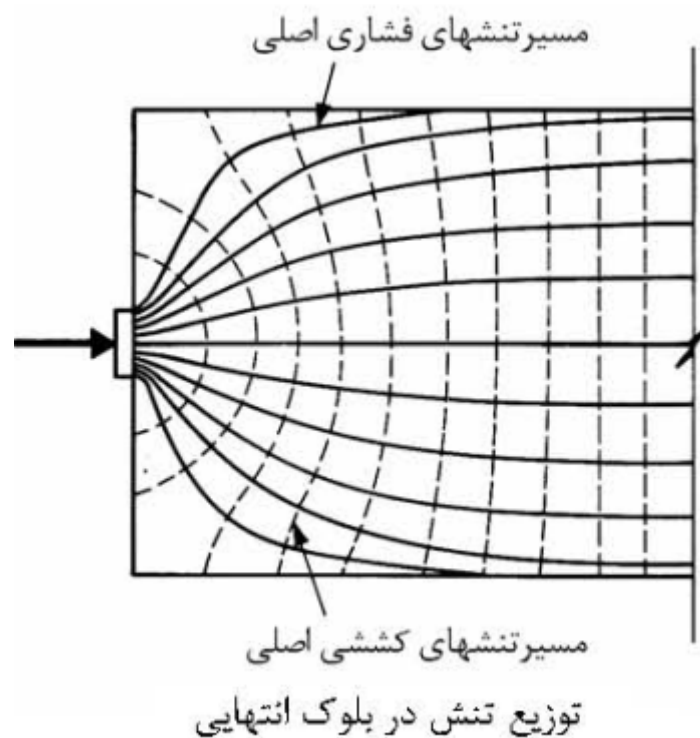


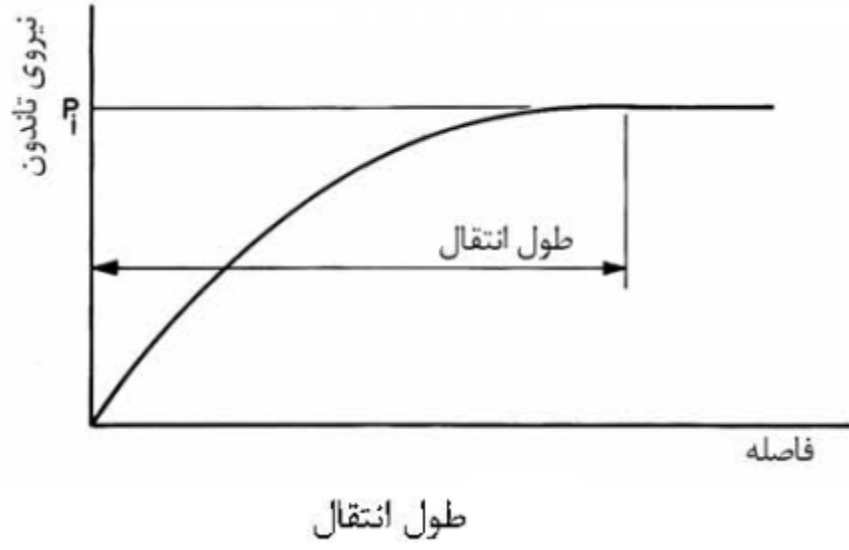
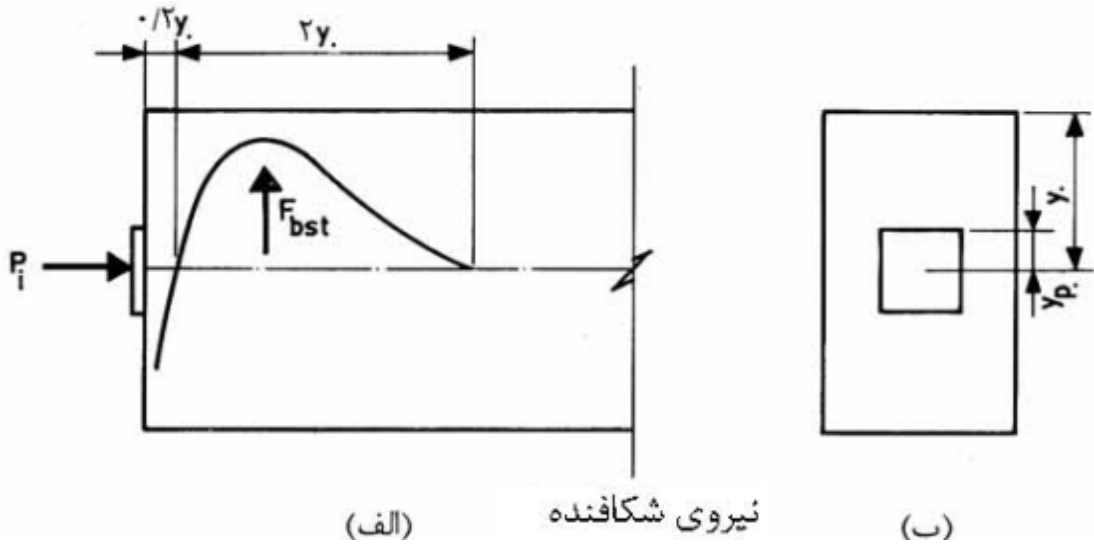




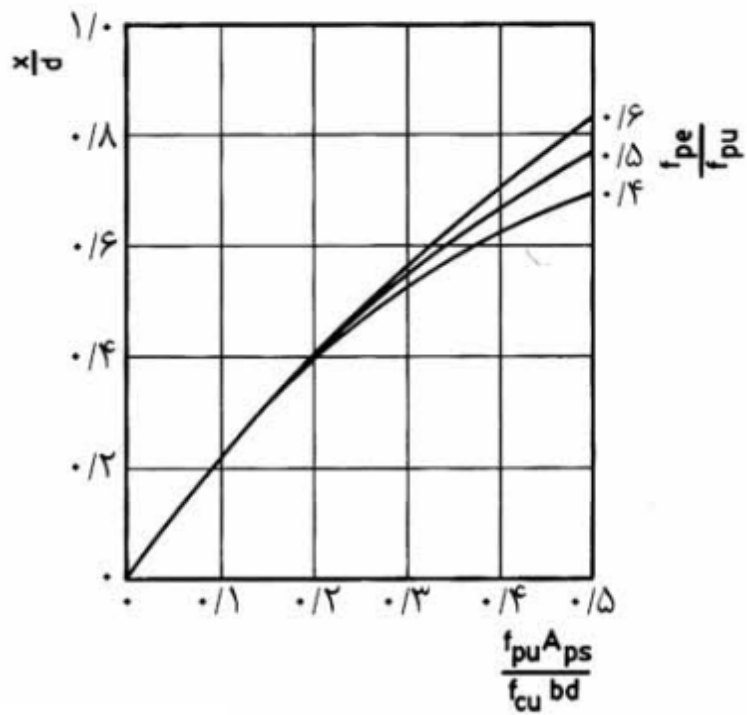
منحنی بار - خیز

$\frac{f_{pu} A_{ps}}{f_{cu} bd}$	$\frac{f_{pu}}{0.87 f_{pd}}$			x/d		
	$f_{pe}/f_{pu} =$			$f_{pe}/f_{pu} =$		
	0.16	0.15	0.14	0.16	0.15	0.14
0.105	1/0.0	1/0.0	1/0.0	0.111	0.111	0.111
0.110	1/0.0	1/0.0	1/0.0	0.122	0.122	0.122
0.115	0.199	0.197	0.195	0.132	0.132	0.131
0.120	0.192	0.190	0.188	0.140	0.139	0.138
0.125	0.188	0.186	0.184	0.148	0.147	0.146
0.130	0.185	0.183	0.180	0.155	0.154	0.152
0.135	0.183	0.180	0.176	0.163	0.160	0.158
0.140	0.181	0.177	0.172	0.170	0.167	0.162
0.145	0.179	0.174	0.168	0.177	0.172	0.166
0.150	0.177	0.171	0.164	0.183	0.177	0.169

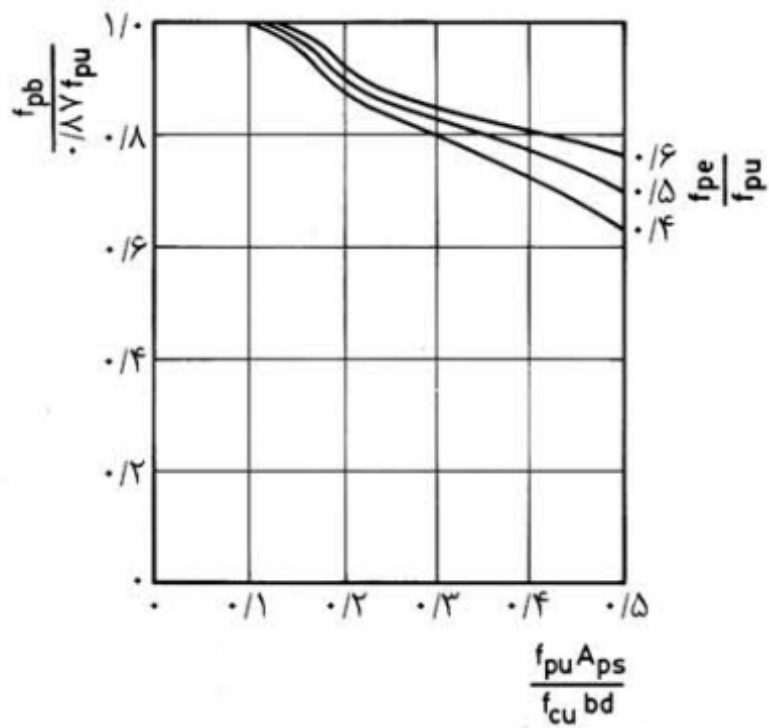








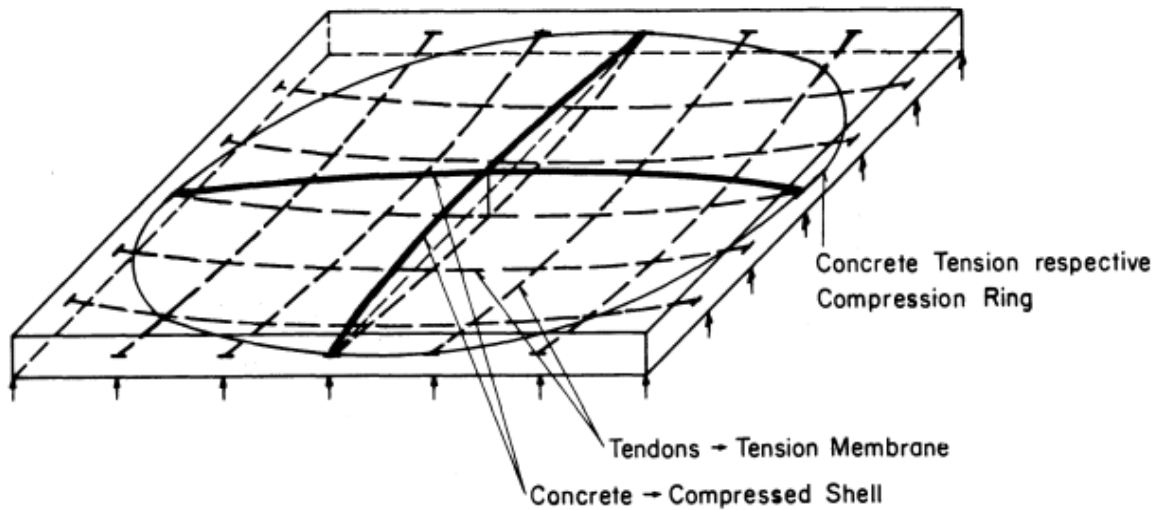
تغییرات عمق تار خنثی



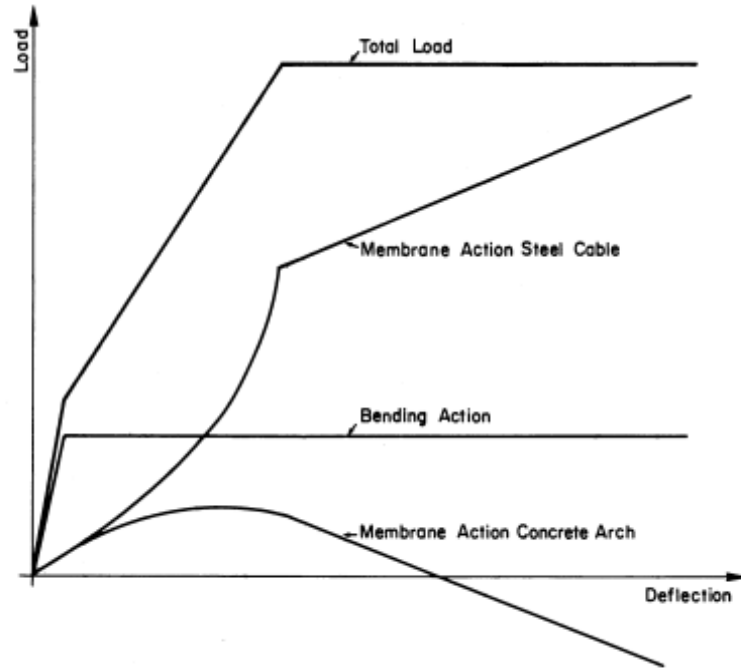
تغییرات تنش طراحی در تاندونها

شرایط بارگذاری		در فشار	در کشش	
			با آرماتور چسبیده	بدون آرماتور چسبیده
حداکثر تنش در زمان انتقال	درمحل لنگر مثبت	$0.33f_{ci}$	$0.45f_{ci}^{1/2}$	$0.15f_{ci}^{1/2}$
	درمحل لنگر منفی	$0.24f_{ci}$	$0.45f_{ci}^{1/2}$	.
حداکثر تنش در زمان بهره برداری	درمحل لنگر مثبت	$0.33f_{cu}$	$0.45f_{cu}^{1/2}$	$0.15f_{cu}^{1/2}$
	درمحل لنگر منفی	$0.24f_{cu}$	$0.45f_{cu}^{1/2}$	.

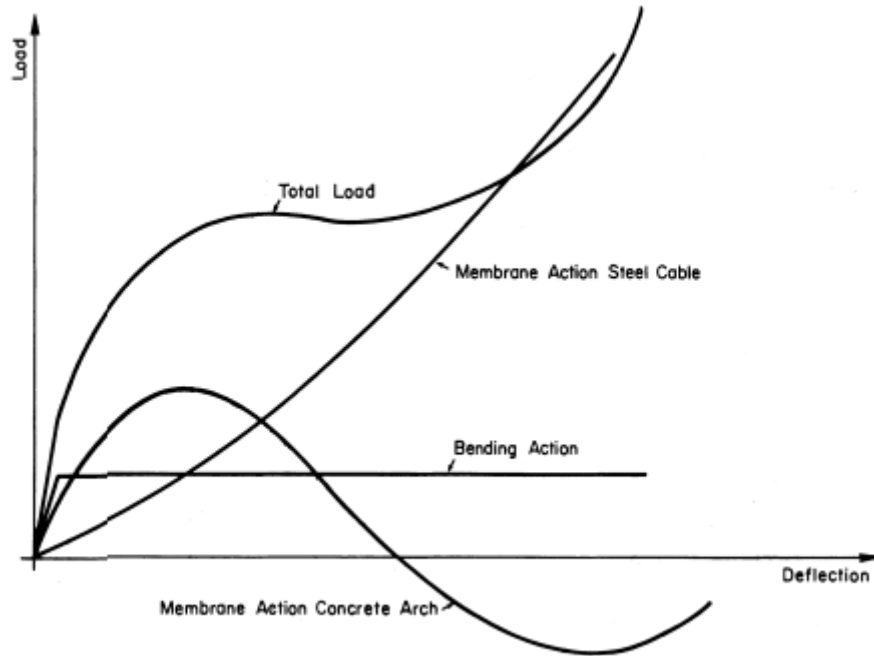
تنشهای مجاز بتن در دال



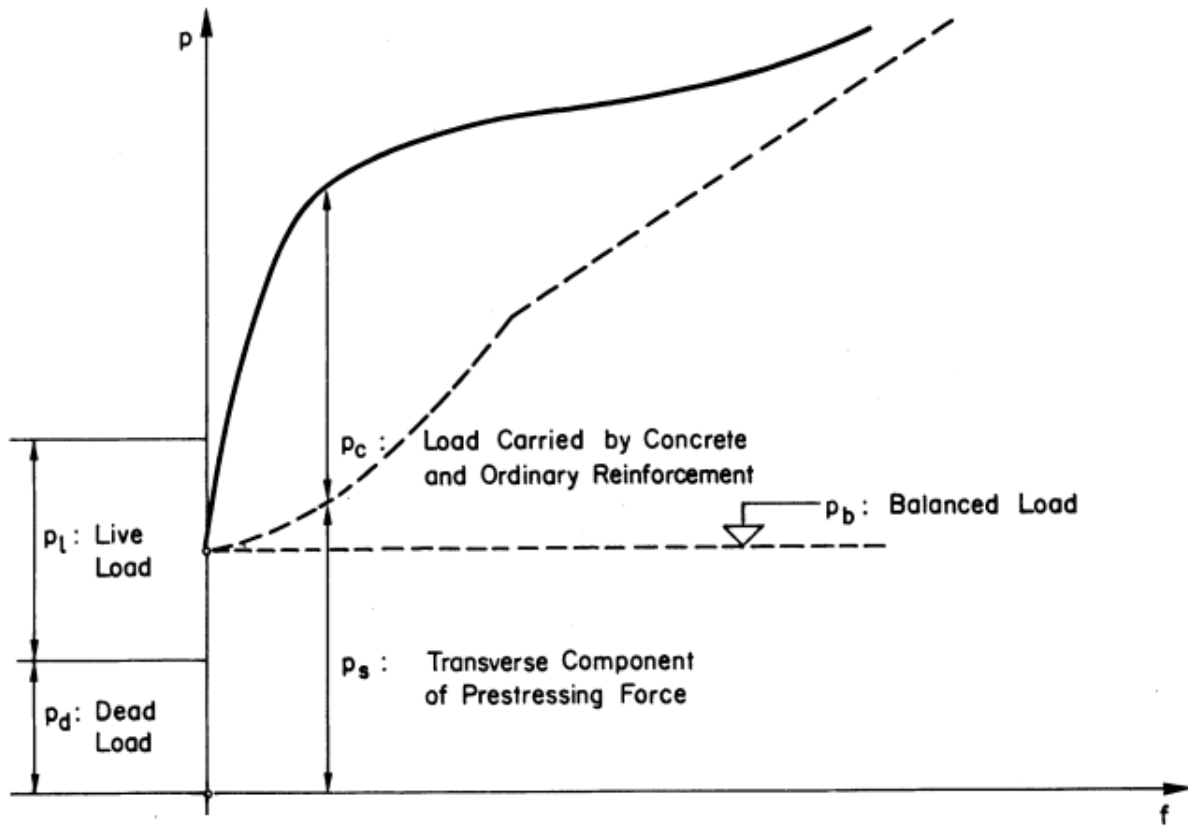
Static System of Simply Supported Unbonded Post-Tensioned Slab



1. Different Actions in Laterally Unrestrained Slab Strip

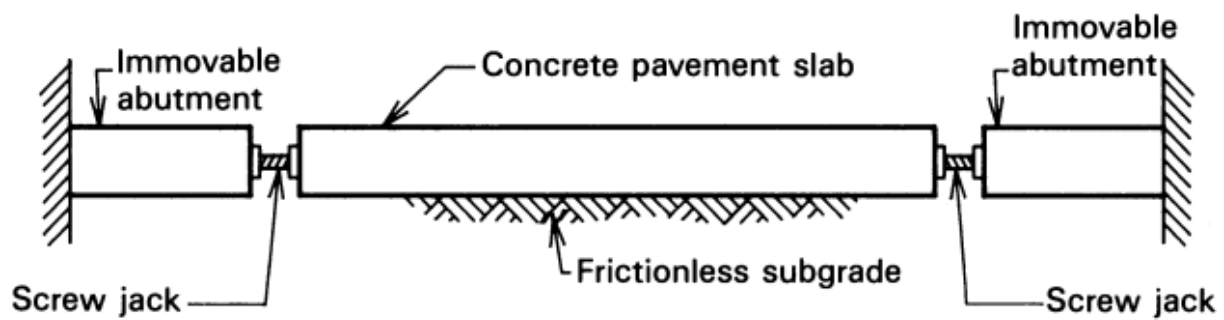
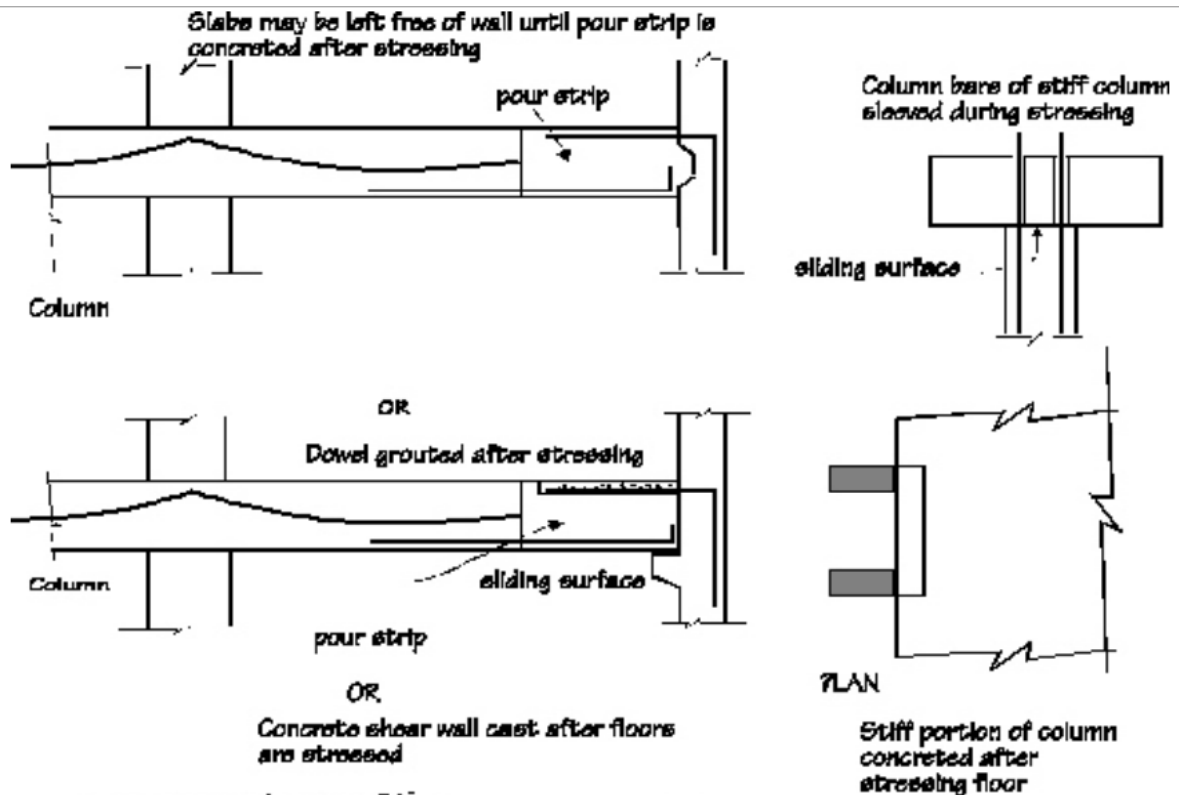


Different Actions in Laterally Restrained Slab Strip

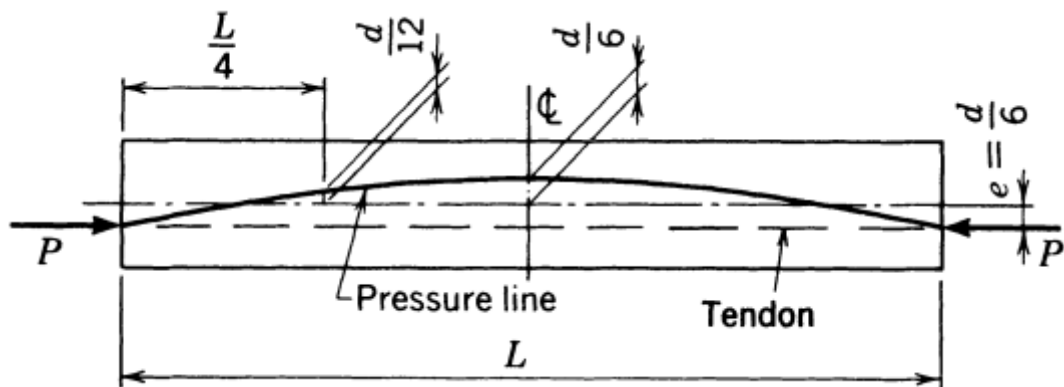


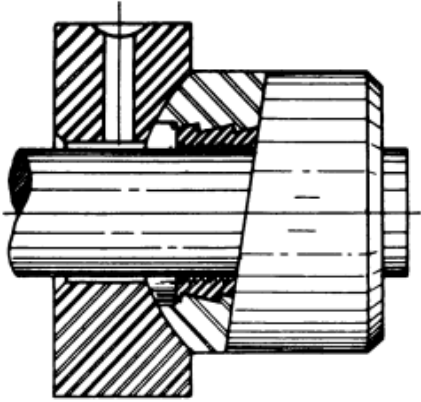
Schematic Load - Deflection Curve of a Prestressed Flat Slab



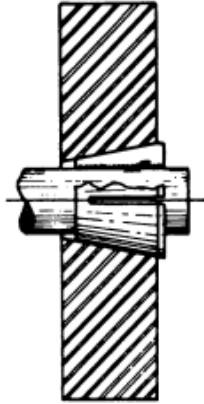


Concrete pavement slab prestressed with screw jacks.

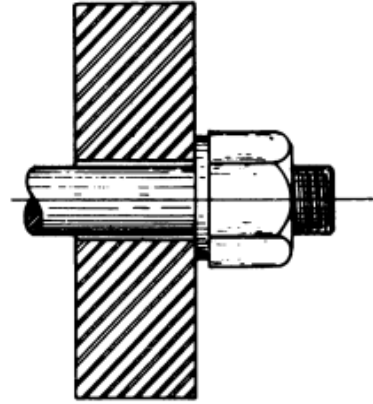




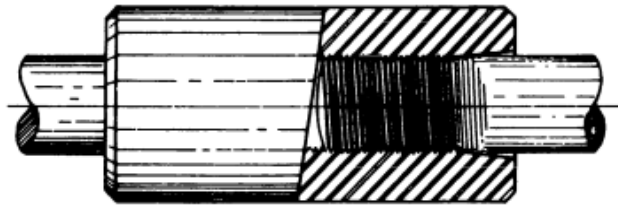
Howlett Spherical Connection



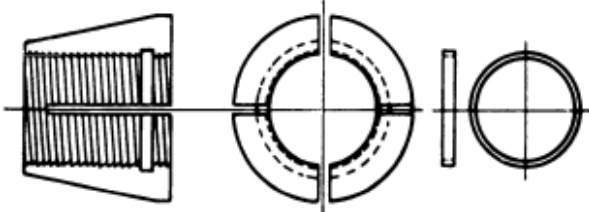
Wedge Connection



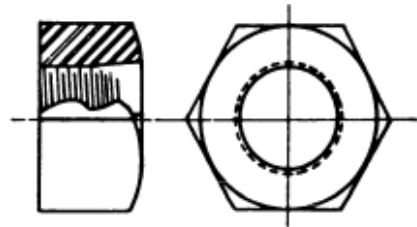
Threaded Connection



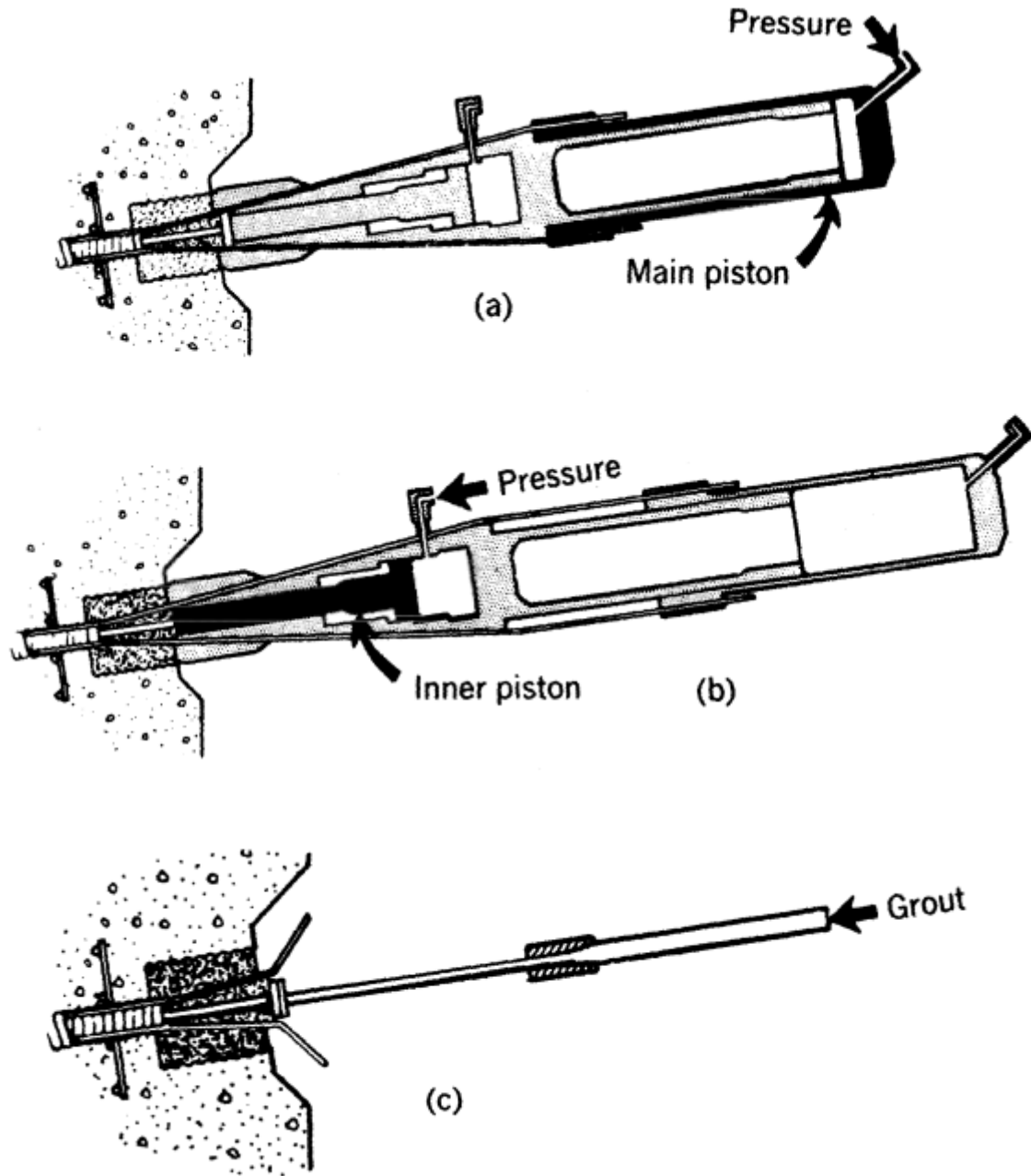
Threaded Coupler



Split Wedge

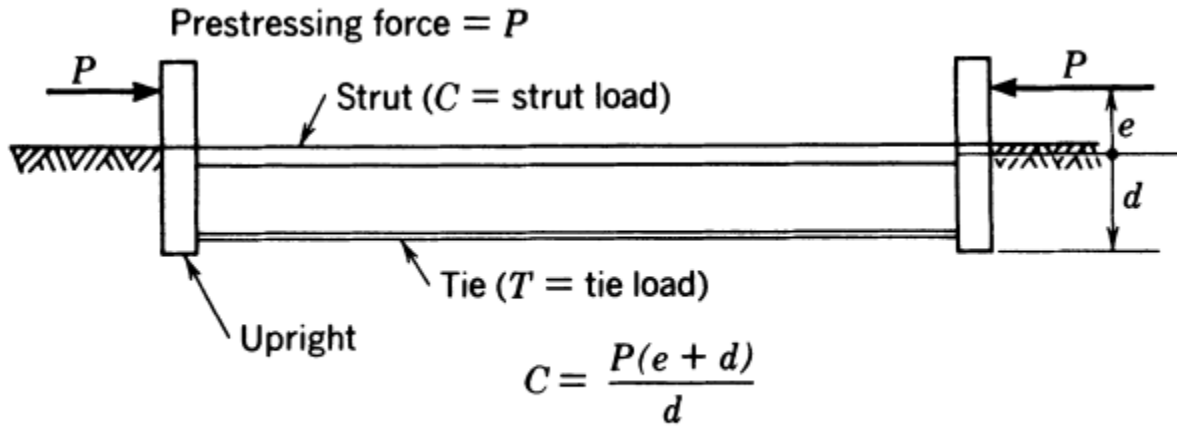


Nut

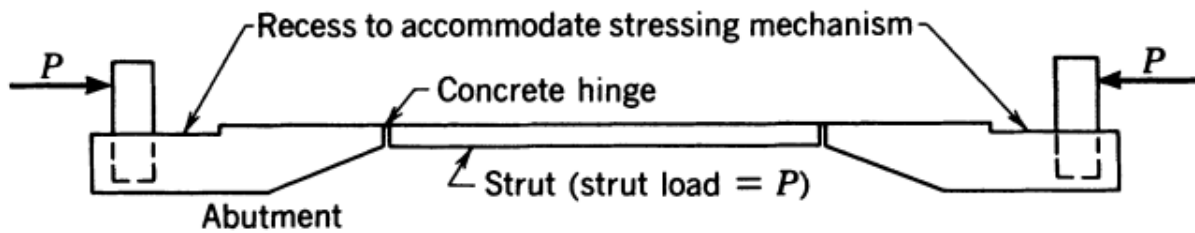


### Description of Post-tensioning Systems

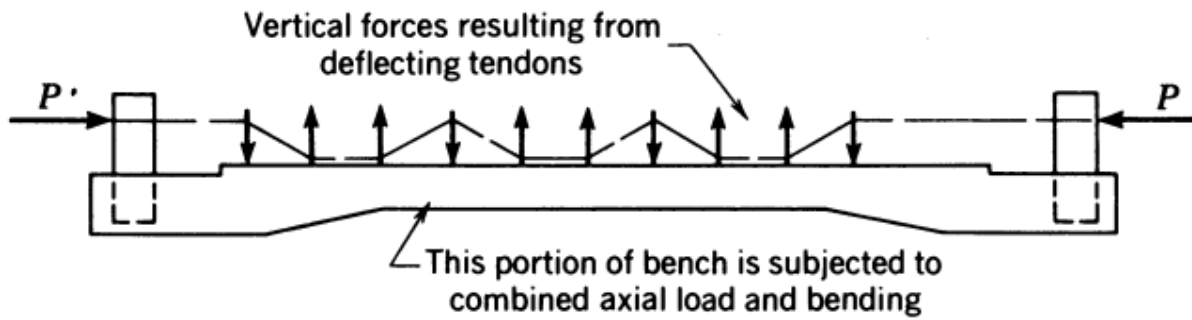
1. Parallel-wire systems
2. Multi-strand systems
3. Single-strand systems
4. High-tensile-strength bar systems



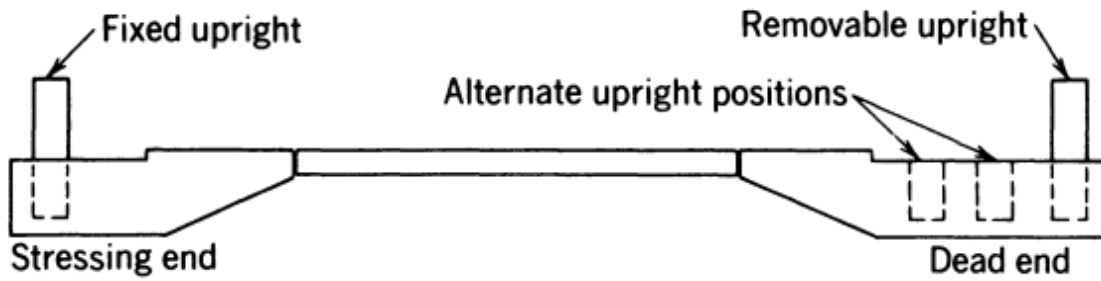
Elevation of strut-and-tie pretensioning bench.



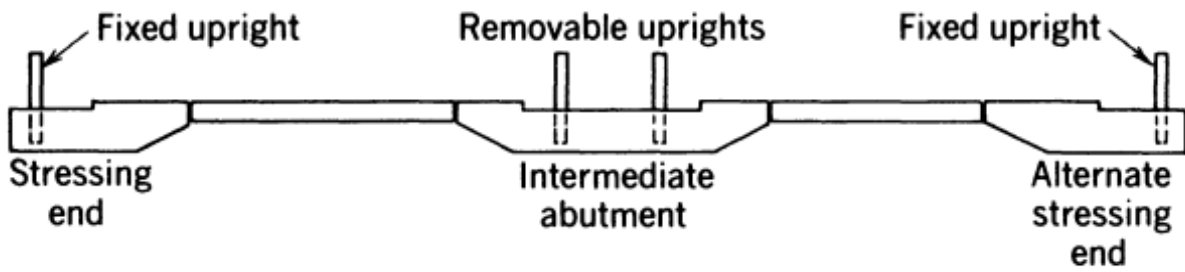
Elevation of abutment-and-strut pretensioning bench.



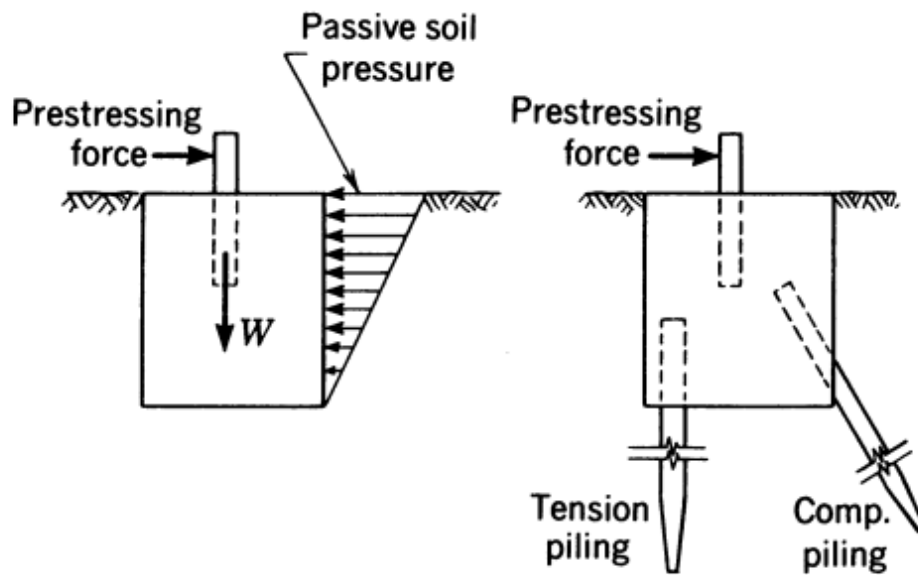
Elevation of a tendon-deflecting pretensioning bench.



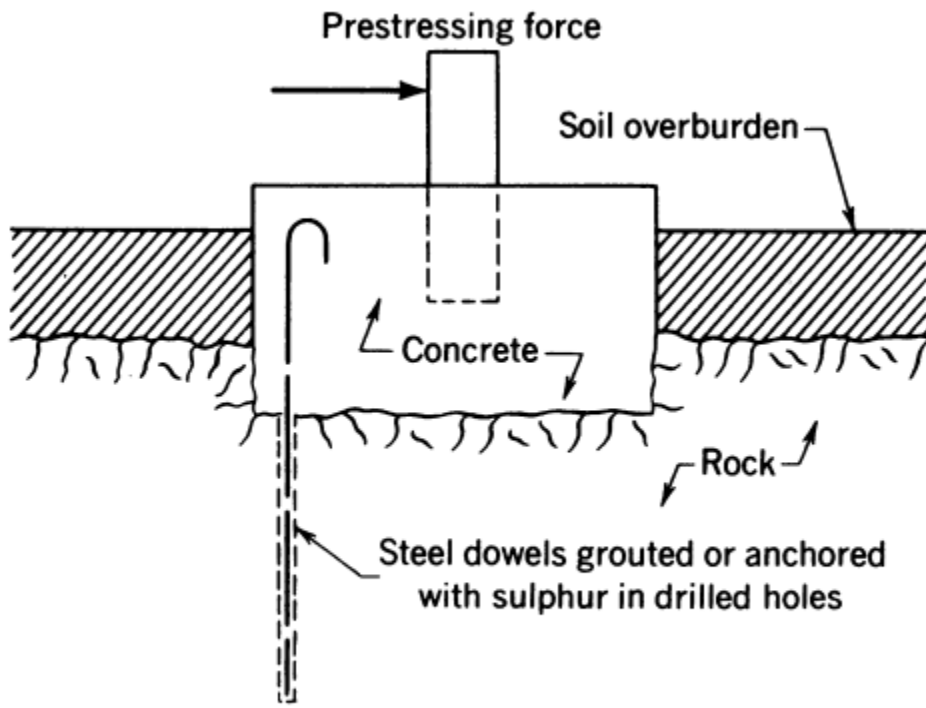
Pretensioning bench with adjustable length.



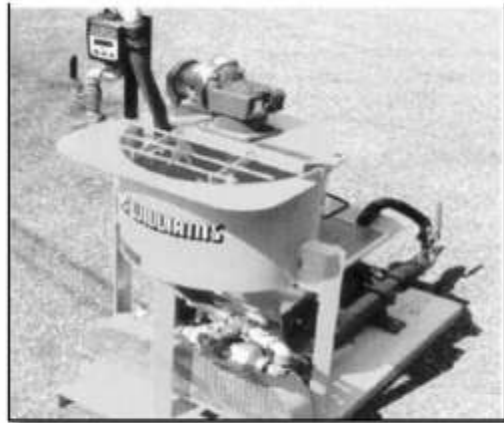
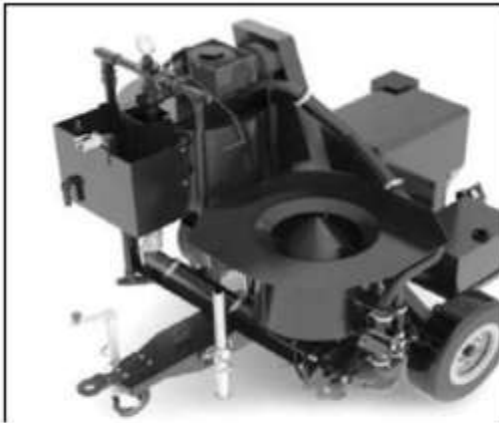
Pretensioning bench with intermediate abutment.



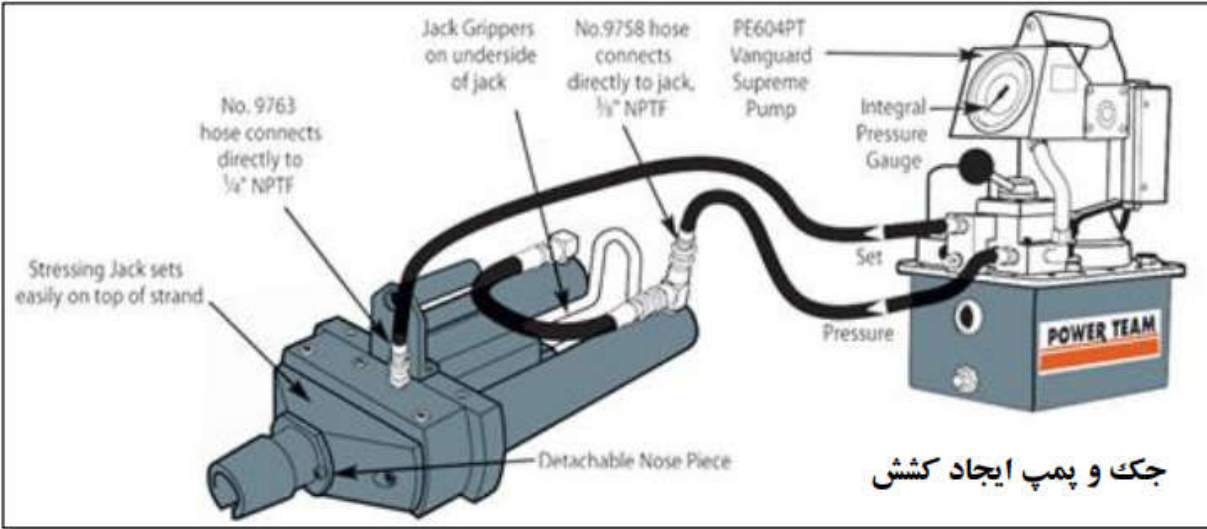
Independent abutments in soil.



Independent abutment on rock.



نمونه ای از دستگاه تزریق گروت



بتن پیش تنیده معمولا در اعضای خمشی استفاده می شود. طراحی خمشی اعضای پیش تنیده معمولا به دلیل تولید قطعات بصورت صنعتی مشابه اعضای بتن آرمه انجام نمی شود و ضوابط کلی طراحی آنها در ACI-318.2 ارائه شده است. اعضای پیش تنیده علاوه بر مقاومت نهایی لازم باید در حالت بهره برداری و تنش های مجاز نیز جوابگو باشند. عضو پیش تنیده باید در تمامی مراحل بحرانی عمر خود مورد بررسی قرار گیرد؛ اما حداقل مراحل زیر الزامی است:

1- مرحله پیش تنیدگی اولیه (پس از کسر اتلاف تنش های کوتاه مدت)

2- مرحله پیش تنیدگی موثر (پس از کسر اتلاف تنش های بلند مدت)

3- مرحله بار نهایی

مراحل اول و دوم در حالت بارهای بهره برداری می باشند. مرحله اول نشانگر رفتار کوتاه مدت عضو در حالت بهره برداری است زمانی که اتلاف تنش های بلندمدت هنوز وارد عمل نشده اند. در این مرحله، نیروی پیش تنیدگی زیادی به عضو وارد می شود و بتن نیز معمولا از مقاومت مطلوبی برخوردار نمی باشد. در برخی موارد، شکست عضو پیش تنیده در این مرحله و در ناحیه کششی آن اتفاق می افتد. در این مرحله، عضو پیش تنیده تحت اثر وزن تیر به تنهایی، یک حالت بحرانی بارگذاری محسوب می گردد.

مرحله دوم نشانگر رفتار بلندمدت عضو و گذشت یک مدت زمان از حالت بهره برداری است که اتلاف تنش های بلندمدت وارد عمل شده اند. اگرچه نیروی پیش تنیدگی در این مرحله و در مقایسه با مرحله قبل مقداری کاهش می یابد، اما باتوجه به اعمال کلیه بارهای وارده و تغییرات در مشخصات مصالح و همچنین نواحی کششی و فشاری مقطع، بررسی تنش ها ضروری می باشد. در

این مرحله عضو پیش تنیده تحت اثر کلیه بارهای وارده، یک حالت بحرانی بارگذاری محسوب می شود. شایان ذکر است مراحل بحرانی دیگری مانند مرحله ترک خوردگی بتن و جابجایی عضو نیز در طول عمر عضو پیش تنیده وجود دارند که بررسی تنش ها ضروری است.

اعضای پیش تنیده بر اساس مقدار تنش مجاز کششی به سه گروه تقسیم بندی می شوند:

1- حالت ترک نخورده (Uncracked):

$$f_t < 0.62\sqrt{f'_c}$$

2- حالت انتقالی یا بینابینی (Transient):

$$0.62\sqrt{f'_c} \leq f_t \leq \sqrt{f'_c}$$

3- حالت ترک خورده (Cracked):

$$f_t > \sqrt{f'_c}$$

2-3- کنترل تنش های مجاز بتن و فولاد

## 1- تنش های مجاز بتن در حالت بهره برداری:

محدودیت تنش ها در اعضای پیش تنیده به جهت کنترل رفتار عضو در حالت بهره برداری می باشد. تنش کششی در عضو پیش تنیده به دلیل رفتار ارتجاعی عضو و قابلیت شکل پذیری آن محدود می شود. محدودیت تنش فشاری نیز در جهت رفتار ارتجاعی عضو و کاهش تغییرشکل ناشی از خزش بتن محدود می باشد.

## 2- تنش های مجاز بتن در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه

محدودیت های زیر در مورد تنش ها در بتن در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه در کلیه حالت های طراحی باید در نظر گرفته شود:

الف) تنش در دورترین تار فشاری (غیر از آنچه در بند ب مجاز شده است)

$$|f_c| \leq 0.6 f'_{ci}$$

$f'_{ci}$ : مقاومت فشاری اولیه بتن

مقدار مجاز تنش فشاری به جهت محدود کردن تنش در بتن در حالت ارتجاعی است.

ب) تنش در دورترین تار فشاری در محل تکیه گاه های ساده:

$$|f_c| \leq 0.7 f'_{ci}$$



پ) در مواردی که تنش کششی از  $0/5\sqrt{f'_c}$  در محل تکیه گاه های ساده و  $0/25\sqrt{f'_c}$  در سایر نقاط عضو پیش تنیده بیشتر شود ، لازم است میلگردهای اضافی برای کل نیروی کششی قرار داده شوند و این میلگردها باید از پیوستگی مناسب با بتن برخوردار باشند. روابط تنش ها در حالت نیروی پیش تنیدگی اولیه و تنش های مجاز مربوطه در زیر ارائه شده است. تنش ها با فرض کشش در بالا و فشار در پایین مقطع می باشند که یک حالت معمول طراحی است.

$$f_t = \frac{-P}{A} + \frac{PeC_t}{I} - \frac{M_oC_t}{I} \leq 0/25\sqrt{f'_c}$$

$$f_b = \frac{-P}{A} - \frac{PeC_b}{I} + \frac{M_oC_b}{I} \geq -0/6f'_c$$

$M_0$ : لنگر ناشی از وزن تیر

روابط تنش ها در محل تکیه گاه های ساده و تنش های مجاز مربوطه در زیر ارائه شده است:

$$f_t = \frac{-P_i}{A} + \frac{P_i e C_t}{I} \leq 0/5\sqrt{f'_c}$$

$$f_b = \frac{-P_i}{A} - \frac{P_i e C_b}{I} \geq -0/7 f'_c$$

در تکیه گاه های ساده نیز تنش مجاز کششی بیشتر از رابطه ی فوق امکان پذیر است اما در این حالت باید برای کل نیروی کششی فولاد قرار داده شود.

### 3- تنش های مجاز بتن در مرحله نیروی پیش تنیدگی موثر

حداکثر تنش فشاری در بتن در حالت نیروی پیش تنیدگی موثر در حالت های ترک خورده و انتقالی به شرح زیر تعیین می شود. دقت شود تنش ها براساس مشخصات کل مقطع (ترک نخورده) تعیین می شوند.

الف) تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش تنیدگی بارهای دائمی:

$$f_c > -0/45 f'_c$$

تنش مجاز فشاری در رابطه 3-10 در اثر بارهای دائمی می باشد.

رابط تنش ها در حالت بهره برداری و تنش های مجاز مربوطه در یک حالت معمول طراحی که تنش ها در بالای مقطع فشاری

و در پایین مقطع کششی می باشند در زیر ارائه شده است:

$$f_t = \frac{-P_e}{A} + \frac{P_e e C_t}{I} - \frac{M_s C_t}{I} \geq -0/45 f'_c$$

$$f_b = \frac{-P_e}{A} - \frac{P_e e C_b}{I} + \frac{M_s C_b}{I} \leq 0/62 \sqrt{f'_c}$$

$M_s$ : لنگر ناشی از بارهای دائمی

افزایش تنش مجاز کششی در حالت موثر نسبت به حالت اولیه، به دلیل انتقال منطقه کششی عضو به پایین مقطع و در موقعیت کابل پیش تنیدگی است.

روابط تنش ها در تکیه گاه ها و تنش های مجاز مربوطه در زیر ارائه شده است:

$$f_t = \frac{-P_e}{A} + \frac{P_e e C_t}{I} \leq 0/62 \sqrt{f'_c}$$

$$f_b = \frac{-P_e}{A} - \frac{P_e e C_b}{I} \geq -0/45 f'_c$$

(ب) تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش تنیدگی و کل بارهای وارده:

$$f_c > -0/6 f'_c$$

در این حالت به دلیل احتمال کمتر اعمال کل بارهای وارده، تنش مجاز فشاری افزایش می یابد.

روابط تنش ها در حالت بهره برداری و تنش های مجاز مربوطه در زیر ارائه شده است:

$$f_t = \frac{-P_e}{A} + \frac{P_e e C_t}{I} - \frac{M_t C_t}{I} \geq -0/6 f'_c$$

$$f_b = \frac{-P_e}{A} - \frac{P_e e C_b}{I} + \frac{M_t C_b}{I} \leq 0/62 \sqrt{f'_c}$$

$M_t$ : لنگر ناشی از کل بارهای وارده

در مورد تکیه گاه ها و باتوجه به اینکه تنش ها در آن محل بستگی به لنگرهای وارده ندارند همان روابط حالت (الف) کنترل کننده می باشند.

#### 4- تنش های مجاز فولاد پیش تنیدگی

تنش در فولاد پیش تنیدگی باید در دو مرحله مورد بررسی قرار گیرد. مرحله اول، تحت اثر نیروی جک است که بیشترین مقدار نیروی وارده به کابل پیش تنیدگی می باشد و مرحله دوم تحت اثر نیروی پیش تنیدگی اولیه است.

#### 5- مرحله نیروی جک:

محدودیت تنش در فولاد پیش تنیدگی تحت اثر نیروی جک از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$f_{pj} \leq 0/94 f_{py}$$

ضمن اینکه تنش در فولاد پیش تنیدگی تحت اثر نیروی جک نباید از کمترین دو مقدار  $0/8 f_{pu}$  و حداکثر مقدار توصیه شده توسط سازنده کابل یا گیره بیشتر شود.

## 6-مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه:

محدودیت تنش در فولاد پیش تنیدگی بلافاصله پس از انتقال نیروی پیش تنیدگی (در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه) از رابطه زیر بدست می آید:

$$f_p \leq \frac{0}{82 f_{py}}$$

ضمن اینکه تنش در فولاد پیش تنیدگی در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه نباید از  $0/74 f_{pu}$  بیشتر شود. تنش در فولاد پیش تنیدگی در محل گیره کابل های پس کشیده نباید از  $0/7 f_{pu}$  بیشتر شود.

شایان ذکر است تنش در کابل پیش تنیدگی در مرحله ی نیروی پیش تنیدگی موثر مورد بررسی قرار نمی گیرد، زیرا در این مرحله اتلاف تنش های بلند مدت اتفاق افتاده است و تنش در کابل از حالت جک و اولیه کمتر می باشد.

## مقاطع T شکل

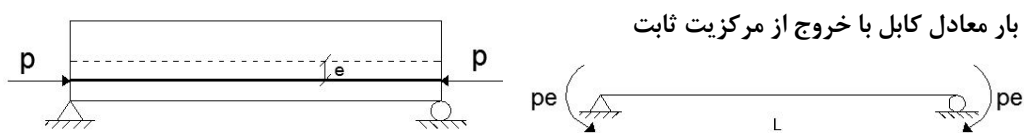
مقاطع T شکل در اعضای پیش تنیده معمولاً بصورت پیش ساخته می باشد. این مقاطع در اعضای پیش تنیده بیشتر از بتن آرمه استفاده می شود. یکی از مزایای اصلی مقاطع T شکل در مقایسه با همان مقطع بصورت مربع-مستطیلی، وزن کمتر آن است، بدون اینکه اختلافی از نظر ظرفیت خمشی نهایی داشته باشد. سبکی مقطع علاوه بر کاهش مصرف بتن و وزن تیر، سبب رفتار بهتر سازه در حالت بهره برداری و کاهش تغییرشکل های آن می شود. البته اختلافاتی بین مقطع مربع-مستطیلی و مقطع T شکل وجود دارد که باید به آن توجه شود که مورد اول آن کاهش عرض جان مقطع T شکل و فضای کمتر برای قرار دادن میلگردهای خمشی در آن است. این محدودیت می تواند سبب تراکم میلگردها و لزوم بکارگیری بیشتر از یک ردیف میلگرد و در نتیجه کاهش عمق موثر مقطع و کاهش ظرفیت خمشی آن شود و اختلاف بعدی مقاومت برشی بتن است که بر اساس عرض جان مقطع تعیین می گردد. کاهش عرض جان مقطع سبب کاهش مقاومت برشی بتن و در نتیجه امکان افزایش میلگردهای برشی برای مقطع T شکل در مقایسه با همان مقطع بصورت مربع-مستطیلی شود. مقطع T شکل در اعضای پیش تنیده در برخی موارد و به دلیل ضرورت کنترل تنش ها در حالت بهره برداری، از نظر تنش در پایین مقطع جوابگو نمی باشد و در این حالت لازم است از مقطع I شکل استفاده شود.

نکته دیگری که در مورد مقاطع T شکل لازم است به آن توجه شود، توزیع تنش در بال تیر است. با توجه به اینکه بال تیر T شکل معمولاً بخشی از دال کف است و در جهت عمود بر محور اصلی تیر نیز تنش خمشی وجود دارد، بنابراین توزیع تنش در بال تیر بصورت خمش دو محوره است و از پیچیدگی هایی برخوردار می باشد. توزیع تنش در بال تیرهای T شکل بستگی به عوامل مختلفی نظیر طول دهانه، ضخامت بال، عرض جان و غیره دارد اما استفاده از روش های ساده تر و سریع تری که دقت مطلوبی دارد در طراحی ترجیح داده می شوند. آیین نامه ها نیز براساس نتایج مطالعات انجام شده، عرض موثر بال مقطع T شکل را به گونه ای تعیین می نماید که تنش در آن را می توان ثابت فرض کرد.

### روش بار معادل

روش دیگری که معمولاً برای بررسی تنش ها در عضو پیش تنیده مورد استفاده قرار می گیرد روش بار معادل (equivalent load method) است. در این روش، اثرات خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی با یک بار معادل جایگزین می گردد، سپس تغییر شکل در اثر بار معادل با استفاده از روابط معمول ارتجاعی به دست می آید:

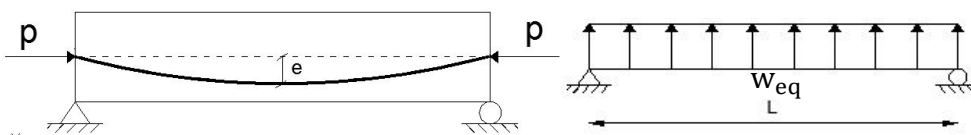
(الف) در صورتی که مقدار خروج از مرکزیت کابل ثابت باشد، بار معادل لنگرهای متمرکز در دو انتهای تیر می باشند.



$$M_{eq} = Pe$$

در این حالت اثرات نیروی پیش تنیدگی فقط بصورت یک نیروی محوری فشاری است. چنانچه نیروی پیش تنیدگی دارای خروج از مرکزیت باشد، علاوه بر نیروی محوری فشاری حاصل از پیش تنیدگی، اثرات لنگر حاصل از خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی نیز باید در نظر گرفته شود. در حالت نیروی پیش تنیدگی فاقد خروج از مرکزیت، بار معادل صفر است؛ اما در حالت نیروی پیش تنیدگی دارای خروج از مرکزیت بار معادلی به عضو وارد می شود که همان اثرات خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی را داشته باشد. مقدار بار معادل و توزیع آن بستگی به شکل کابل پیش تنیدگی دارد.

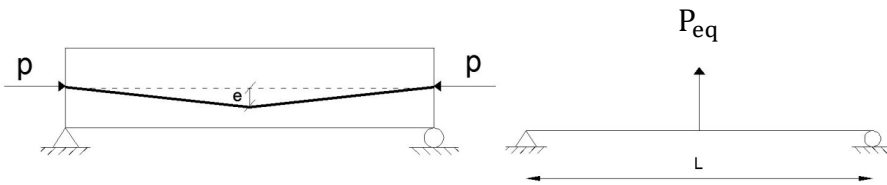
(ب) یک حالت متداول دیگر، تیر پیش تنیده با کابل سهمی شکل است که بار معادل آن یک بار گسترده یکنواخت است.



شکل 2: بار معادل کابل سهمی شکل

$$\frac{wl^2}{8} = pe \rightarrow w_{eq} = \frac{8pe}{l^2}$$

پ) چنانچه شکل کابل پیش تنیدگی به صورت خطی مطابق شکل زیر باشد، بار معادل یک نیروی متمرکز است که مقدار آن از رابطه زیر نتیجه می گردد.



شکل 3-3: بار معادل کابل خطی

$$\frac{p_{eq}l}{4} = pe \rightarrow p_{eq} = \frac{4pe}{l}$$

ملاحظه می شود که حالت های مختلف شکل کابل پیش تنیدگی با استفاده از این روش قابل بررسی است.

نکته ای که لازم است به آن اشاره شود، یکسان بودن نتایج حاصل از این روش و روابط تنش های ترکیبی است. این روش در برخی موارد و به جهت تسریع در محاسبات ارجحیت دارد خصوصا در مواردی که بار معادل و بارهای وارده دارای توزیع یکسانی می باشند، تنش ها را می توان بر اساس بار خالص (net load) محاسبه نمود. بار معادل حاصل از نیروی پیش تنیدگی معمولا خلاف جهت بارهای وارده است. بنابراین در حالت معمول بارهای وارده و بار معادل گسترده یکنواخت، بار خالص از رابطه زیر نتیجه می شود:

$$W_{net} = W - W_{eq}$$

در این حالت روابط تنش های ترکیبی با توجه به جایگزینی تنش حاصل از خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی با بار خالص،

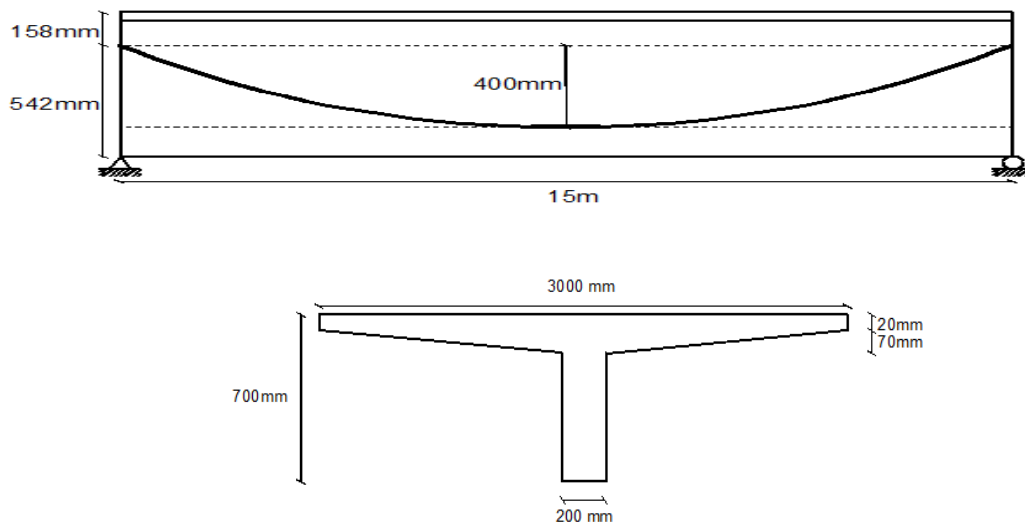
بصورت زیر نتیجه می شوند:

$$f_t = \frac{-P}{A} - \frac{M_{net}C_t}{I}$$

$$f_b = \frac{-P}{A} + \frac{M_{net}C_b}{I}$$

$M_{net}$ : لنگر حاصل از بار خالص

مثال-۱) با توجه به اطلاعات داده شده عضو پیش تنیده نشان داده شده در شکل زیر را از نظر تنش در فولاد پیش تنیدگی و تنش ها در بتن در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی مورد بررسی قرار دهید:



نیروی پیش تنیدگی اولیه	اتلاف تنش (%)	تنش پیش تنیدگی اولیه (Mpa)	اتلاف تنش های کوتاه مدت (MPa)			موقعیت
			اصطکاک	تغییر شکل ارتجاعی	لغزش کابل در گیره	
۱۳۸۴۹۵۷	۷/۶۹	۱۰۷۳/۶۱	۰	۰	۸۷	در محل جک
۱۴۲۴۸۵۷	۵	۱۱۰۴/۵۴	۳۰/۲۴	۰	۲۸/۲۲	وسط دهانه
۱۴۲۲۲۵۰	۵/۲	۱۱۰۲/۵۲	۶۰/۴۸	۰	۰	گیره انتهایی

نیروی پیش تنیدگی موثر	اتلاف تنش (%)	تنش پیش تنیدگی موثر (Mpa)	اتلاف تنش های بلند مدت (MPa)			موقعیت
			سستی فولاد	آب رفتگی بتن	خزش بتن	
۱۱۴۶۴۳۶	۱۷/۲۲	۸۸۸/۷۱	۴۸/۹۳	۸۴/۴	۵۱/۵۷	در محل جک
۱۰۹۷۹۱۹	۹۵/۲۲	۸۵۱/۱	۵۸/۴۲	۸۴/۴	۱۱۰/۴۲	وسط دهانه
۱۱۶۸۷۷۹	۱۷/۸۲	۹۰۶/۰۳	۵۹/۱۱	۸۴/۴	۵۲/۹۸	گیره انتهایی

تنش در فولاد پیش تنیدگی:

در مرحله نیروی جک:

$$0/94f_{py} = 0/94 \times (0/85f_{pu}) = 0/94 \times (0/85 \times 250 \times 6/9) = 1378 \text{ MPa}$$

$$0/8f_{pu} = 0/8 \times (250 \times 6/9) = 1380 \text{ MPa}$$

$$f_{pj} = 1163 \leq \min\{0/94f_{py} \& 0/8f_{pu}\} = 1378 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه :

$$0/82f_{py} = 0/82 \times 1466 = 1202 \text{ MPa}$$

$$0/74f_{pu} = 0/74 \times (250 \times 6/9) = 1277 \text{ MPa}$$

$$f_{pj} = 1104/54 \leq \min\{0/82f_{py} \& 0/74f_{pu}\} = 1202 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

در محل مهار:

$$0/7f_{pu} = 0/7 \times (250 \times 6/9) = 1207 \text{ MPa}$$

$$f_{pj} = 1073/61 \leq 0/7f_{pu} = 1277 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

تنش ها در فولاد پیش تنیدگی در سه حالت قابل قبول می باشند.

تنش در بتن:

با توجه به اینکه عرض فوقانی تیر شکل به نسبت عرض پایین آن زیاد است نمی توان از روش عرض معادل استفاده کرد.

در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه:

در محل جک:

$$P_i = 1073/61 \times 1290 = 1384 \times 96 \approx 1385 \text{ KN}$$

$$f_t = f_b = -\frac{1385000}{378000} = -3/66 \text{ MPa} > -0/7 \times (35) = -24/5 \text{ MPa}$$

در وسط دهانه:

$$P_i = 1104/54 \times 1290 = 1424/86 \approx 1425 \text{ KN}$$

$$w_0 = \frac{378000 \times 1000}{1000^3} \times 24 = 9/07 \frac{\text{KN}}{\text{m}} \Rightarrow M_0 = \frac{(9/07) \times (15)^2}{8} = 255 \text{ MPa}$$

$M_0$ : ممان ناشی از وزن تیر

برای محاسبه تنش می توان از روابط زیر برای محاسبه تنش در تار فوقانی و تحتانی مقطع استفاده کرد:

$$(حالت کششی) f_{top} = \frac{-P}{A} + \frac{PeC_t}{I} - \frac{M_0C_t}{I}$$

$$(حالت فشاری) f_{bot} = \frac{-P}{A} - \frac{PeC_b}{I} + \frac{M_c C_b}{I}$$

حالت کششی:

$$\begin{aligned} \text{حالت کششی ترین حالت: } f_t &= -\frac{1425000}{378000} + \frac{1425000 \times 400 \times 158}{1/41 \times 10^{10}} - \frac{255 \times 10^8 \times 158}{1/41 \times 10^{10}} \\ &= -0/24 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{حالت کششی ترین حالت: } f_t = -0/24 \leq 0/25 \times \sqrt{f'c} = 0/25 \times \sqrt{35} = 1/48 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

حالت فشاری:

$$\begin{aligned} \text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b &= -\frac{1425000}{378000} - \frac{1425000 \times 400 \times 542}{1/41 \times 10^{10}} + \frac{255 \times 10^8 \times 542}{1/41 \times 10^{10}} \\ &= -15/9 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b = -15/9 > -0/6 \times 35 = -21 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

در محل گیره انتهایی:

$$P_i = 11102/52 \times 1290 = 1422/25 \approx 1385 \text{ KN}$$

$$f_t = f_b = -\frac{1422250}{378000} = -3/76 \text{ MPa} > -0/7 \times (35) = -24/5 \text{ MPa}$$

تنش ها در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه قابل قبول می باشند.

در مرحله نیروی پیش تنیدگی موثر :

در محل جک:

$$P_i = 888/71 \times 1290 = 1146/44 \text{ KN}$$

$$f_t = f_b = -\frac{1146440}{378000} = -3/03 \text{ MPa} > -0/45 \times (35) = -15/75 \text{ MPa}$$

تنش در وسط دهانه:

تحت اثر بارهای دائمی:

$$P_i = 851/1 \times 1290 = 1097/92 \text{ KN}$$

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{378000}{1000000} \times 2/4 = 0/91 \frac{t}{m} \Rightarrow M_s = \frac{\left(0/91 + 0/15 + \frac{0/6}{2}\right) \times (15)^2}{8} \\ &= 38/3 \frac{t}{m} = 383 \text{ MPa} \end{aligned}$$

حالت کششی:



$$\text{حالت کششی ترین حالت: } f_t = -\frac{1097920}{378000} + \frac{1097920 \times 400 \times 158}{1/41 \times 10^{10}} - \frac{383 \times 10^6 \times 158}{1/41 \times 10^{10}}$$

$$= -2/28 \text{ MPa}$$

$$\text{حالت کششی ترین حالت: } f_t = -2/28 > -0/45 \times (35) = -15/75 \text{ MPa } \checkmark$$

حالت فشاری:

$$\text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b = -\frac{1097920}{378000} - \frac{1097920 \times 400 \times 542}{1/41 \times 10^{10}} + \frac{383 \times 10^8 \times 542}{1/41 \times 10^{10}}$$

$$= -5/06 \text{ MPa}$$

$$\text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b = -5/06 > -0/45 \times (35) = -15/75 \text{ MPa } \checkmark$$

تحت اثر کل بارهای وارده:

$$w_0 = \frac{378000}{1000000} \times 2/4 = 0/91 \frac{t}{m} \Rightarrow M_s = \frac{(0/91 + 0/15 + 0/6) \times (15)^2}{8}$$

$$= 467 \text{ MPa}$$

حالت کششی:

$$\text{حالت کششی ترین حالت: } f_t = -\frac{1097920}{378000} + \frac{1097920 \times 400 \times 158}{1/41 \times 10^{10}} - \frac{467 \times 10^6 \times 158}{1/41 \times 10^{10}}$$

$$= -3/21 \text{ MPa}$$

$$\text{حالت کششی ترین حالت: } f_t = -3/21 > -0/6 \times (35) = -21 \text{ MPa } \checkmark$$

حالت فشاری:

$$\text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b = -\frac{1097920}{378000} - \frac{1097920 \times 400 \times 542}{1/41 \times 10^{10}} + \frac{467 \times 10^8 \times 542}{1/41 \times 10^{10}}$$

$$= -1/83 \text{ MPa}$$

$$\text{حالت فشاری ترین حالت: } f_b = -1/83 < 2\sqrt{35} = -11/83 \text{ MPa}$$

در محل گیره انتهایی:

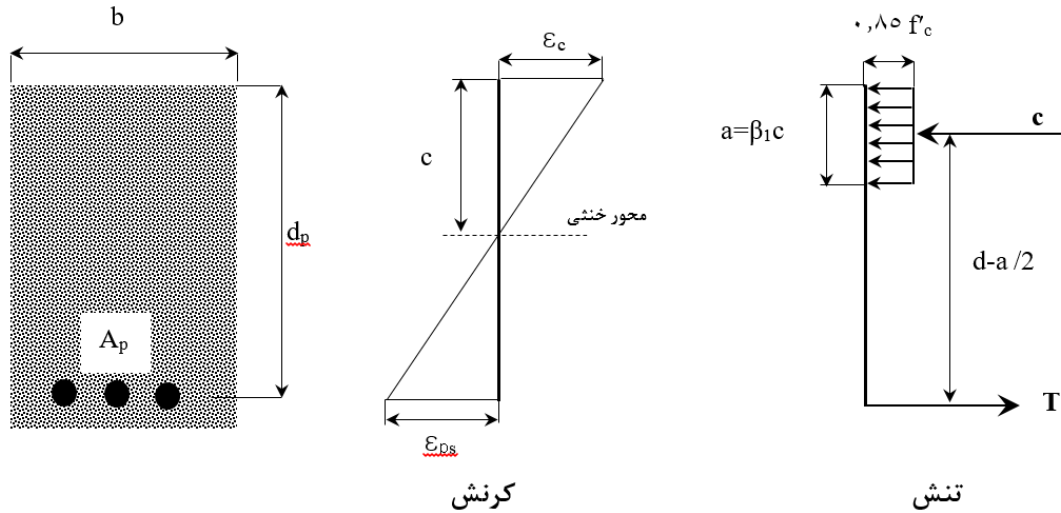
$$P_i = 906/03 \times 1290 = 1168/78 \text{ KN}$$

$$f_t = f_b = -\frac{116878000}{378000} = -3/09 \text{ MPa} > -0/45 \times (35) = -15/75 \text{ MPa } \checkmark$$

\*روش بار معادل عموماً در تیرهای نامعین استفاده می شود و چون تیر این سوال معین است از حل آن صرف نظر می کنیم.

### ضوابط طراحی خمشی در حالت نهایی

همانطور که در شکل 3-3 نشان داده شده است مقاومت خمشی اعضای پیش تنیده مشابه مقاطع غیر پیش تنیده می باشد و تنها در این اعضا برای مقدار تنش فولاد پیش تنیدگی ( $f_{ps}$ ) جایگزین تنش فولاد  $f_y$  در محاسبات می شود (ACI-18.7.2).



شکل 3-3: توزیع کرنش و تنش معادل در مقطع مستطیل

همانطور که در شکل فوق نشان داده شده است در محاسبه خمش از مقاومت کششی بتن صرف نظر می شود (ACI-10.2.5).

رابطه تعادل نیرو بین بتن و فولاد پس کشیده (شکل 3-3) در صورت زیر می باشد.

$$C = T$$

$$0.85 f_c' b a = A_s f_{ps} = \rho_{ps} b d f_{ps}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{\rho_{ps} d f_{ps}}{0.85 f_c'}$$

$$M_n = C \text{ or } T (d_p - a/2)$$

$$M_n = A_{ps} f_y (d_p - 0.59 \frac{A_{ps} f_{ps}}{f_c' b d_p})$$

با تعریف نسبت فولاد پیش تنیدگی بصورت زیر رابطه مقاومت خمشی بصورت زیر در خواهد آمد.

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{b d_p}$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} d_p (1 - 0.59 \frac{\rho_p f_{ps}}{f_c'})$$

همانطور که در رابطه فوق مشخص است برای محاسبه مقاومت خمشی اسمی مقطع باید ابتدا مقدار تنش در فولاد پیش تنیدگی مشخص باشد.

روش دقیق برای محاسبه تنش در فولاد پیش تنیدگی استفاده از سازگاری کرنش ها است. برای ساده سازی آیین نامه ها رابطه تقریبی ارائه شده است. در آیین نامه ACI رابطه تقریبی زیر برای زمانی که  $f_{se}$  از  $0.5f_{pu}$  کوچکتر نباشد پیشنهاد داده است که به دو قسمت کابل پیوسته و کابل فاقد پیوستگی تقسیم می شود (ACI-18.7.2).

1) حالت وجود پیوستگی بین کابل و جسم

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \quad B$$

در این رابطه مقادیر  $\omega$  و  $\omega'$  بترتیب برابر با  $\frac{\rho f_y}{f'_c}$  و  $\frac{\rho' f_y}{f'_c}$  می باشد و مقدار  $\gamma_p$  که بستگی به جنس فولاد پیش تنیدگی دارد و مقدار آن بصورت زیر تعیین می شود:

$$\gamma_p = 0.55 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.8$$

$$\gamma_p = 0.4 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.85$$

$$\gamma_p = 0.28 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.9$$

همانطور که اشاره شد ترم  $\gamma_p$  در رابطه B اثر نوع فولاد پیش تنیدگی را بر روی مقدار  $f_{ps}$  را نشان می دهد.

برای میله ها با مقاومت بالا بر اساس ASTM A722 (type I) نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  برابر یا بزرگتر از 0.85، برای میله ها با مقاومت بالا بر

اساس ASTM A722 (type II) نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  برابر یا بزرگتر از 0.8 می باشد. برای فولاد معمولی با سستی کم بر اساس ASTM

A416M و A421M نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  مساوی یا بزرگتر از 0.9 می باشد.

زمانی که فولاد فشاری در مقطع عضو استفاده شود باید محدودیت

$$\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \geq 0.17$$

برقرار باشد و فاصله آرماتور فشاری تا دورترین تار فشاری ( $d'$ ) از  $0.15d_p$  بزرگتر باشد.

همانطور که در رابطه B مشخص است زمانی مقدار بیشینه برای  $f_{ps}$  بدست خواهد آمد که عبارت  $\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right]$

کمترین مقدار خود را داشته باشد و یا به عبارت دیگر مقدار عمق تار خنثی مقطع کمترین مقدار خود را داشته باشد. ولی این

مقدار باید به صورتی باشد که فرض جاری شدن فولاد فشاری در رابطه B تامین شده باشد و محدودیت ( $d'$ ) برای تامین شرط جاری

شدن فولاد فشاری در رابطه B می باشد چرا که با نزدیک شدن آرماتور فشاری به تار خنثی مقدار کرنش در آن کاهش خواهد یافت.

1) برای اعضای که فاقد پیوستگی با کابل هستند و دارای نسبت طول دهانه به ارتفاع مقطع ( $l/d$ ) کمتر یا مساوی 0.35 هستند.

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + \frac{f'_c}{100\rho_p}$$

در این رابطه  $f_{ps}$  نباید بزرگتر از کمترین مقدار  $f_{py}$  و  $(f_{se} + 420)$  در نظر گرفته شود.

2) برای اعضای که فاقد پیوستگی با کابل هستند و دارای نسبت طول دهانه به ارتفاع مقطع ( $l/d$ ) بزرگتر از 0.35 هستند.

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + \frac{f'_c}{300\rho_p}$$

در این رابطه  $f_{ps}$  نباید بزرگتر از کمترین مقدار  $f_{py}$  و  $(f_{se} + 210)$  در نظر گرفته شود.

### محدودیت آرماتور برای اعضای خمشی (ACI 18-8)

مقطع عضو پیش تنیده به یکی از اقسام کششی کنترل، انتقالی و یا فشار کنترل تقسیم بندی می شوند (18.8.1).

مقاطع فشار حاکم مقطعی هستند که زمانی که بتن فشاری به حد کرنش 0.003 می رسد کرنش کششی خالص در دورترین فولاد کششی کوچکتر و یا مساوی حد کرنش جاری شدن رسیده باشد (ACI 10.3.3).

مقاطع کششی حاکم مقطعی هستند که زمانی که کرنش بتن فشاری برابر با 0.003 است کرنش کششی در دورترین فولاد کششی بزرگتر و یا مساوی 0.005 باشد (ACI 10.3.4). مقطع انتقالی مقطعی هستند که مقطعی بین مقاطع فشاری و کششی کنترل هستند (ACI 10.3.2).

ضریب کاهش مقاومت ( $\Phi$ ) برای اعضای کنترل کششی برابر با 0.9 (ACI 9.3.2.1)، برای اعضای کنترل فشاری برابر با 0.7 و با 0.65 (ACI 9.3.2.2).

در اعضای پیش تنیده که فولاد پیش تنیدگی با عضو پیوستگی دارد کل فولاد پیش تنیدگی و معمولی در باید مقداری باشد که بار نهایی ضریب دار حداقل 1.2 برابر بار ترک خوردگی باشد (ACI 18.8.2).

مقاومت خمشی ترک خوردگی بتن از رابطه زیر بدست می آید (ACI 9.5.2.3)

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

در این رابطه  $f_r$  مقاومت کششی بتن و برابر با  $0.62 \sqrt{f'_c}$  و  $I_g$  ممان اینرسی مقطع ترک نخورده و  $y_t$  فاصله تار خنثی از دورترین تار کششی می باشد.

### حداقل فولاد دارای پیوستگی (ACI 18.9)

جز موارد اشاره شده در بند (ACI-18.9.3) حداقل آرماتور پیوسته با عضو بصورت زیر محاسبه می شود (ACI 18.9.2)

$$A_s = 0.004 A_{ct}$$

در این رابطه  $A_{ct}$  مساحت بخشی از مقطع که بین وجه کششی ناشی از خمش و تار ختشی مقطع قرار دارد.

آرماتور کششی بدست آمده از رابطه بالا باید به طور یکنواخت در قسمت کششی مقطع و تا حد امکان نزدیک به دورترین تار کششی مقطع قرار گیرد (ACI-18.9.2.1).

حداقل آرماتور پیوسته مورد نیاز برای دال دوطرفه به صورت زیر تعیین می شود (ACI 18.9.3)

1- در شرایطی که تنش کششی  $f_t$  در محل لنگر مثبت در حالت بهره برداری بعد از اعمال تمام اتلافهای پیش تنیدگی از

$$0.17\sqrt{f'_c}$$

بیشتر نباشد، به فولاد پیوستگی نیاز نیست (ACI 18.3.9.1).

2- زمانی که تنش کششی  $f_t$  در ناحیه لنگر مثبت در حالت بهره برداری از  $0.17\sqrt{f'_c}$  بیشتر باشد حداقل آرماتور پیوسته با

عضو از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$A_s = \frac{N_c}{0.5f_y}$$

در این رابطه  $f_y$  نباید از 420 مگاپاسکال بیشتر باشد و میلگردهای کششی بدست آمده از رابطه فوق به طور یکنواخت در قسمت

کششی مقطع و تا حد امکان نزدیک به دورترین تار کششی مقطع قرار گیرد (ACI 18.3.9.2)

3- در محل لنگر منفی تکیه گاه ستون در قسمت بالای دال و در هر جهت از رابطه زیر محاسبه می شود (ACI 18.9.3.3).

$$A_s = 0.00075 A_{cf}$$

در این رابطه  $A_{cf}$  بزرگترین سطح مقطع نوار دال -تیر در دو جهت عمود بر هم قاب معادل دالهای دو طرفه در محل تقاطع با ستون.

فولاد پیوسته با عضو که از رابطه بالا بدست آمده باید در محدوده ای بین خطوط به فاصله 1.5 برابری ضخامت دال خارج از وجوه

مقابل تکیه گاه توزیع شود. حداقل چهار میلگرد یا سیم باید در هر جهت قرار داده شود و فاصله میلگردهای پیوسته با عضو نباید

بیشتر از 300 میلیمتر باشد (ACI 18.9.3.3).

حداقل طول برای میلگرد پیوسته به بتن به صورت زیر تعیین می شود (ACI 18.9.4):

1- در نواحی ممان مثبت، حداقل طول آرماتور پیوسته باید برابر با یک سوم دهانه خالص دهانه باشد (ACI-18.9.4.1).

2- در نواحی ممان منفی، حداقل طول آرماتور پیوسته باید از یک ششم دهانه خالص باشد (ACI- 18.9.4.2).

3- زمانی که آرماتور پیوسته برای لنگر  $\emptyset M_n$  (ACI- 18.7.3) و یا نیروی کششی طراحی (ACI 18.9.3.2) شده باشد

حداقل طول میلگرد باید بر اساس ضوابط مهاری فصل دوازدهم تامین شود (ACI-18.9.4.3).

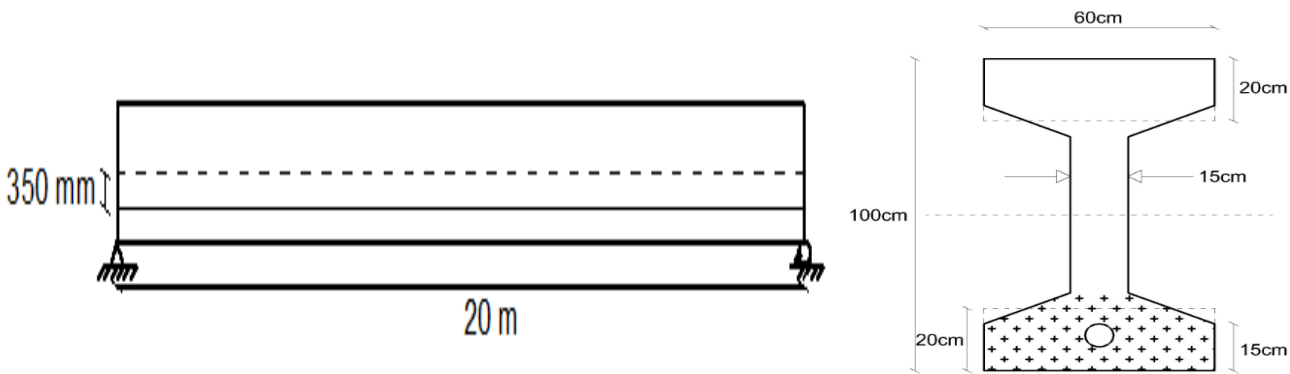
**مثال 3-2:** تیر نشان داده شده در شکل توسط 20 عدد استراند (سیم بافته شده) به قطر 12/7 میلیمتر از نوع گرید 270 به صورت پیش کشیده، پیش تنیده می‌گردد. مقادیر بار مرده و زنده در اطلاعات مسئله موجود می‌باشد، شایان ذکر است که 50٪ از بار زنده به عنوان بار زنده دائمی در نظر گرفته می‌شود. این تیر را از نظر مقاومت خمشی نهایی و لنگر ترک خوردگی بتن مورد بررسی قرار دهید. تنش در فولاد پیش تنیدگی را با استفاده از هر دو روش رابطه تقریبی آئین نامه و سازگاری کرنش‌ها بدست آورید. (مقدار نیروی پیش تنیدگی پس از اتلاف تنش‌های اولیه در کابل، به ترتیب در وسط دهانه و محل تکیه‌گاه برابر است با  $1200 \times 10^5 N$  و  $1150 \times 10^3 N$  در نظر گرفته می‌شود)

$$W_D = 4.9 \frac{N}{mm}, \quad W_l = 19.6 \frac{N}{mm}, \quad \rho = 235 \cdot 10^{-7} \frac{N}{mm^3}, \quad A_c = 33 \cdot 10^4 mm^2, \quad f_{pu} = 1863 MPa$$

$$W_w = 235 \cdot 10^{-7} \cdot 33 \cdot 10^4 = 7.7 \frac{N}{mm}, \quad A_{ps} = 1974 mm^2, \quad f'_c = 42 MPa, \quad f_{se} = 1026 MPa$$

$$f_{py} = 0.85 f_{pu} = 1583 MPa, \quad d = 850 mm, \quad e = 350 mm, \quad I_g = 4.19 \cdot 10^{10} mm^4, \quad \gamma_c = 2.4 \times 10^{-5} \frac{N}{mm^3}$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} = 30459 MPa, \quad E_p = 19 \cdot 10^4 MPa$$



حل:

ابتدا تحت اثر نیروی پیش تنیدگی پس از اتلاف تنش‌های اولیه، نیاز مقطع به فولاد کششی کنترل می‌گردد، برای اینکار باید تنش‌های موجود در تار فوقانی مقطع در وسط دهانه و در محل تکیه‌گاه نسبت به مقادیر مجاز به شرح زیر کنترل گردد:

$$0.85 f'_c \times b \times a = A_s \times f_y \Rightarrow 0.85 \times 42 \times 600 \times a = 1974 \times 1692 \Rightarrow a = 156 mm < 200 mm$$

$$x = \frac{a}{\beta_1} = \frac{156}{0.75} = 208 mm \rightarrow C_t = 208 mm$$

$$M_o = \frac{W \times l^2}{8} = A_c \times \gamma_c \times \frac{l^2}{8} = 33 \times 10^4 \times 2.4 \times 10^{-5} \times \frac{20 \times 10^3}{8} = 19800 N.mm$$

$$\sigma_{mid-span} = \frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i \times e \times C_t}{I} + \frac{M_o \times C_t}{I} = \frac{1200 \times 10^3}{33 \times 10^4} - \frac{1200 \times 10^3 \times 350 \times 208}{4.19 \times 10^{10}} + \frac{19800 \times 208}{4.19 \times 10^{10}} = 1.55 MPa$$

$$\sigma_{mid-span} = 1.55 \leq 0.25 \sqrt{f'_c} = 0.25 \sqrt{42} = 1.62 \rightarrow OK$$

$$\sigma_{support} = \frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i \times e \times C_t}{I} = \frac{1150 \times 10^3}{33 \times 10^4} - \frac{1150 \times 10^3 \times 350 \times 208}{4.19 \times 10^{10}} = 1.48 MPa$$

$$\sigma_{support} = 1.48 \leq 0.5 \sqrt{f'_c} = 0.5 \sqrt{42} = 3.24 \rightarrow OK$$

با توجه به اینکه شرایط فوق برقرار است پس مقطع به آرماتور کششی نیاز ندارد. اما در صورت عدم برقراری شرایط فوق فولاد کششی لازم از فرمول زیر محاسبه می‌گردد:

$$A_{s-requirement} = \frac{(\sigma_{mid-span} \text{ or } \sigma_{support}) \times C_t \times b}{0.6 f_y} \leq 210$$

الف) روش تقریبی آیین نامه:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left( \frac{f'_c - 28}{7} \right) = 0.85 - 0.05 \left( \frac{42 - 28}{7} \right) = 0.75$$

$$\rho_p = \frac{A_s}{bd} = \frac{1974}{600 \times 850} = 0.00387$$

$$\frac{f_{py}}{f_{pu}} = \frac{1583}{1863} = 0.85 \geq 0.85 \quad \gamma_p = 0.4$$

$$f_{se} \geq 0.5 f_{pu} \rightarrow f_{ps} = f_{pu} \left[ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left( \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right) \right] \Rightarrow f_{ps} = 1863 \times \left( 1 - \frac{0.4}{0.75} \left( 0.00387 \times \frac{1863}{42} \right) \right) = 1692 MPa$$

ب) سازگاری کرنش‌ها:

$$w_d = 7.7 + 4.9 = 12.6 N/mm$$

$$w_u = 1.2(12.6) + 1.6(19.6) = 46.5 N/mm$$

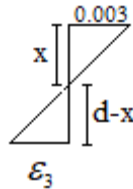
$$M_u = \frac{46.5 \times (20 \times 10^3)^2}{8} = 2325 \times 10^6 N.mm$$

$$\varepsilon_1 = \frac{f_{se}}{E_p} = \frac{1026}{19 \cdot 10^4} = 0.0054$$

$$p = A_{ps} \times f_{se} = 1974 \cdot 1026 = 2025324 N$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}} = 356.3 mm$$

$$\varepsilon_2 = \frac{P}{A_c E_c} \left[ 1 + \left( \frac{e}{r} \right)^2 \right] = \frac{2025324}{33 \cdot 10^4 \cdot 30459} \left[ 1 + \left( \frac{350}{356.3} \right)^2 \right] = 0.00039$$



$$x = \frac{a}{\beta_1} = \frac{156}{0.75} = 208 mm \Rightarrow \varepsilon_3 = \frac{850 - 208}{208} \times 0.003 = 0.0092 > 0.005 \rightarrow \phi = 0.9$$

ابتدا تنش در فولاد پیش تنیدگی ( $f_{ps}$ ) جهت کنترل مقاومت خمشی اسمی مقطع برابر با مقدار بدست آمده از رابطه تقریبی آیین نامه فرض می شود.

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) = 1974 \times 1692 \left( 850 - \frac{156}{2} \right) = 2578 \times 10^6 N.mm = 2578 kN.m$$

$$\phi M_n = 0.9 \cdot 2578 \cdot 10^6 = 2320 \cdot 10^6 \geq M_u = 2325 \cdot 10^6 N.mm \quad \text{Approximately OK}$$

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.015$$

$$\varepsilon_{ps} = 0.015 > 0.008 \rightarrow f_{ps} = 1850 - \frac{0.517}{\varepsilon_{ps} - 0.0065} = 1789 MPa$$

حال بر اساس مقدار جدید  $f_{ps}$  مجدداً  $\varepsilon_3$  را محاسبه می کنیم تا مقدار دقیق تری برای آن بدست آوریم، براساس تعادل نیرو داریم:

$$0.85 \times 42 \times 600 \times a = 1974 \times 1789 \Rightarrow a = 165 mm < 200 mm$$

$$x = \frac{165}{0.75} = 220 mm \Rightarrow \varepsilon_3 = \frac{850 - 220}{220} \cdot 0.003 = 0.0086 > 0.005 \rightarrow \phi = 0.9$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) = 1974 \times 1789 \left( 850 - \frac{165}{2} \right) = 2710 \cdot 10^6 N.mm = 2710 kN.m$$

$$\phi M_n = 0.9 \cdot 2710 \cdot 10^6 = 2439 \cdot 10^6 \geq M_u = 2325 \cdot 10^6 N.mm \quad \text{OK}$$

$$\varepsilon_{ps} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.0054 + 0.00039 + 0.0086 = 0.0144$$



$$\varepsilon_{ps} = 0.0144 > 0.008 \rightarrow f_{ps} = 1850 - \frac{0.517}{0.0144 - 0.0065} = 1785 \text{ MPa}$$

همین روند را تا زمان رسیدن به معیار مورد نظر ادامه می‌دهیم.

کنترل مقاومت خمشی ترک خوردگی مقطع:

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} = 0.62 \times \sqrt{42} = 4.02 \text{ MPa}$$

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{4.19 \times 10^{10}}{33 \times 10^4} = 126970 \text{ mm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{f_r \times I}{C_b} + P \left( \frac{r^2}{C_b} + e \right) = \frac{4.02 \times 4.19 \times 10^{10}}{792} + (1974 \times 1785) \left( \frac{126970}{792} + 350 \right) = 2 \times 10^9 \text{ N.mm}$$

$$\phi M_n = 2.439 \times 10^9 \geq 1.2 \times M_{cr} = 1.2 \times 2 \times 10^9 = 2.4 \times 10^9 \rightarrow OK$$

## طراحی اعضای خمشی

برای انتخاب مقطع به منظور طراحی اعضای خمشی پیش تنیده، می توان روابطی را بر اساس تنش ها در حالت بهره برداری و در دو حالت خروج از مرکزیت متغیر و ثابت استخراج کرد.

### 1- خروج از مرکزیت متغیر

در این حالت معمولاً خروج از مرکزیت در تکیه گاه ها صفر و در وسط دهانه حداکثر است و تنش ها در وسط دهانه بحرانی می باشند. ابتدا تنش ها در حالت نیروی پیش تنیدگی اولیه در وسط دهانه مورد بررسی قرار می گیرند.

$$f_t = -\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} - \frac{M_0}{S_t} \leq 0.25 \sqrt{f_{ci}'} = f_{tic}$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} + \frac{M_0}{S_b} \geq -0.6 f_{ci}' = f_{cic}$$

بنابراین  $f_{tic}$  و  $f_{cic}$  تنش مجاز کششی و فشاری بتن در حالت اولیه در وسط دهانه می باشند.

در حالت تنش پیش تنیدگی مؤثر نیز می توان روند زیر را طی نمود.

مقدار  $M$  را در یک حالت عمومی می توان از رابطه ی زیر به دست آورد:

$$M = M_0 + M_d + R_m M_l$$

$$R_m = \frac{M_s}{M_l}$$

در این روابط،  $M_s$  لنگر ناشی از بار زنده ی دائمی،  $M_d$  لنگر ناشی از بار مرده و  $M_0$  لنگر ناشی از وزن تیر است.

- تحت اثر بارهای دائمی،  $R_m < 1$

$$\text{class U} \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_s}{S_b} \leq 0.62 \sqrt{f_c'} = f_{tec}$$

$$\text{class T} \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_s}{S_b} \leq \sqrt{f_c'} = f_{tec}$$

$$f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} - \frac{M_s}{S_t} \geq -0.45 f_c' = f_{cec}$$

- تحت اثر کل بارهای وارده،  $R_m=1$

$$f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} - \frac{M_t}{S_t} \geq -0.6 f_c' = f_{cec}$$

$$classU \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_t}{S_b} \leq 0.62 \sqrt{f_c'} = f_{tec}$$

$$classT \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_t}{S_b} \leq \sqrt{f_c'} = f_{tec}$$

در این روابط  $f_{cec}$  و  $f_{tec}$  تنش مجاز کششی و فشاری بتن در حالت مؤثر در وسط دهانه می‌باشند.

ضریب  $R_p$  که مقدار آن کمتر از واحد است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_p = \frac{P_e}{P_i}$$

با استفاده از این ضریب، روابط 3 و 4 را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$f_t = -\frac{R_p P_i}{A} + \frac{R_p P_i e}{S_t} - \frac{M}{S_t} \geq f_{cec}$$

$$f_b = -\frac{R_p P_i}{A} - \frac{R_p P_i e}{S_b} + \frac{M}{S_b} \leq f_{tec}$$

روابط اساس روابط طراحی مقطع پیش‌تنیده را تشکیل می‌دهد. اکنون روابط بازنویسی می‌شوند:

$$-\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} \leq f_{tic} + \frac{M_0}{S_t}$$

$$R_p \left( -\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} \right) \geq f_{cec} + \frac{M}{S_t}$$

با جایگذاری رابطه‌ی 7 و همچنین رابطه‌ی M در رابطه‌ی 8 به دست می‌آید:

$$R_p \left( f_{tic} + \frac{M_0}{S_t} \right) \geq f_{cec} + \frac{M_0}{S_t} + \frac{M_d + R_m M_l}{S_t}$$

$S_t$  را می‌توان از رابطه‌ی فوق استخراج کرد:

$$S_t \geq \frac{(1-R_p)M_0 + M_d + R_m M_l}{R_p f_{tic} - f_{cec}}$$

حال روابط بازنویسی می شوند:

$$-\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} \geq f_{cic} - \frac{M_0}{S_b}$$

$$R_p \left( -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} \right) \geq f_{tec} - \frac{M}{S_b}$$

با جایگذاری رابطه‌ی 11 و همچنین رابطه‌ی M در رابطه‌ی 12 به دست می آید:

$$R_p \left( f_{cic} - \frac{M_0}{S_b} \right) \leq f_{tec} - \frac{M_0}{S_b} - \frac{M_d + R_m M_l}{S_b}$$

Sb را می توان از رابطه‌ی فوق استخراج کرد:

$$S_b \geq \frac{(1-R_p)M_0 + M_d + R_m M_l}{f_{tec} - R_p f_{cic}}$$

اینک پس از انتخاب مقطع مناسب و با توجه به اینکه محدوده‌ی خروج از مرکزیت مشخص می باشد، با انتخاب یک خروج از مرکزیت

مناسب، محدوده‌ی نیروی پیش تنیدگی را می توان تعیین کرد.

از رابطه‌ی یک می توان نوشت:

$$P_i \left( -\frac{1}{A} + \frac{e C_t}{r^2 A} \right) \leq f_{tic} + \frac{M_0}{S_t}$$

به منظور حفظ علامت نامساوی فوق، باید شرط زیر تامین شود:

$$\frac{1}{A} \left( -1 + \frac{e C_t}{r^2 A} \right) > 0 \rightarrow e > \frac{r^2}{C_t}$$

بنابراین محدودیت زیر برای مقدار  $P_i$  به دست می آید:

$$P_i \leq \frac{f_{tic} + \frac{M_0}{S_t}}{\left( -\frac{1}{A} + \frac{e}{S_t} \right)} \quad e > \frac{r^2}{C_t}$$

با طی کردن روند فوق برای رابطه‌ی 2، محدودیت دیگری برای  $P_i$  به دست می آید:

$$-P_i \left( \frac{1}{A} + \frac{e}{S_b} \right) \geq f_{cic} - \frac{M_0}{S_b}$$

$$P_i \leq \frac{-f_{cic} + \frac{M_0}{S_b}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e}{S_b}\right)}$$

از رابطه‌ی 5 می‌توان نوشت:

$$R_p P_i \left(-\frac{1}{A} + \frac{e C_t}{r^2 A}\right) \geq f_{cec} + \frac{M}{S_t}$$

$$P_i \geq \frac{f_{cec} + \frac{M}{S_t}}{R_p \left(-\frac{1}{A} + \frac{e}{S_t}\right)} \quad e > \frac{r^2}{C_t}$$

از رابطه‌ی 6 نیز می‌توان نوشت:

$$-R_p P_i \left(\frac{1}{A} + \frac{e}{S_b}\right) \leq f_{iec} - \frac{M}{S_b}$$

$$P_i \geq \frac{-f_{iec} + \frac{M}{S_b}}{R_p \left(\frac{1}{A} + \frac{e}{S_b}\right)}$$

روابط 17، 19، 21 و 23 محدوده‌ی نیروی پیش‌تنیدگی را تعیین می‌کنند. ضمناً روابط 21 و 23 بایستی برای دو حالت بارهای دائمی و کل بارهای وارده بررسی شوند.

## 2- خروج از مرکزیت ثابت

حالت دیگری که بیشتر برای اعضای پیش‌کشیده رایج است، خروج از مرکزیت ثابت است. در این حالت معمولاً احتمال کنترل تنش در تکیه‌گاه‌ها بیشتر از وسط دهانه است. با توجه به روابط 1 و 2، در محل تکیه‌گاه‌ها می‌توان نوشت:

$$f_t = -\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} \leq 0.5 \sqrt{f_{ci}'} = f_{tis} \quad (24)$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} \geq -0.7 f_{ci}' = f_{cis} \quad (25)$$

بنابراین  $f_{tis}$  و  $f_{cis}$  تنش مجاز کششی و فشاری بتن در حالت اولیه در تکیه‌گاه می‌باشند.

در حالت نیروی پیش‌تنیدگی موثر، با توجه به اینکه تنش‌های مجاز در وسط دهانه و تکیه‌گاه یکسان هستند، تنش‌ها در وسط دهانه کنترل‌کننده می‌شوند و روابط 5 و 6 قابل استفاده هستند.

با جایگذاری رابطه‌ی 24 در 5 می‌توان نوشت:

$$R_p(f_{tis}) \geq f_{cec} + \frac{M}{S_t}$$

$$S_t \geq \frac{M}{R_p(f_{tis}) - f_{cec}} = \frac{M_0 + M_d + R_m M_l}{R_p(f_{tis}) - f_{cec}}$$

با جایگذاری رابطه‌ی 25 در 6 می‌توان نوشت:

$$R_p(f_{cis}) \leq f_{tec} - \frac{M}{S_b}$$

$$S_b \geq \frac{M}{f_{tec} - R_p(f_{cis})} = \frac{M_0 + M_d + R_m M_l}{f_{tec} - R_p(f_{cis})}$$

باید توجه داشت که مقدار  $R_p$  در روابط مربوط به تکیه‌گاه و روابط مربوط به وسط دهانه یکسان نمی‌باشد. لذا لازم است یک مقدار میانگین برای  $R_p$  در روابط قرار داده شود.

حال محدوده‌ی نیروی پیش‌تنیدگی تعیین می‌شود. از رابطه‌ی 24 می‌توان نوشت:

$$P_i \leq \frac{f_{tis}}{\left(-\frac{1}{A} + \frac{e}{S_t}\right)} \quad e > \frac{r^2}{C_t}$$

از رابطه‌ی 25 می‌توان نوشت:

$$P_i \leq \frac{-f_{cis}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{e}{S_b}\right)}$$

دو محدودیت دیگر برای  $P_i$  نیز همان روابط 21 و 23 می‌باشند که لازم است برای دو حالت بارهای دائمی و کل بارهای وارده بررسی شوند. همچنین لازم است یک مقدار میانگین برای  $R_p$  در روابط قرار داده شود.

مطالب گفته‌شده بر اساس آیین‌نامه‌ی ACI بود. این روابط بر اساس آیین‌نامه‌ی AASHTO نیز به همین شکل نوشته می‌شود و تنها کفایت مقادیر تنش مجاز، مطابق مطالب گفته شده در فصل قبل اصلاح شوند.

- بر اساس ACI-18.3.1 طراحی المان پیش تنیده برای بار محوری و خمشی بر اساس فرضیات زیر صورت می گیرد:
- کرنش در آرماتور و بتن بصورت خطی از تار خنثی تغییر خواهد کرد بجز در تیرهای عمیق (ACI-10.2.2).
  - بیشترین کرنش در نظر گرفته برای بتن برابر با 0.003 می باشد (ACI-10.2.3).
  - تنش در میلگرد برای کمتر از مقدار  $f_y$  ،  $E_s$  برابر مقدار آن و برای تنشهای بیشتر از  $f_y$  مقدار آن مستقل از کرنش و برابر با  $f_y$  در نظر گرفته شود (ACI-10.2.4).
  - از مقاومت کششی بتن صرفنظر شود بجز بند ACI-18.4 (ACI-10.2.5).
  - برای رابطه تنش و کرنش در ناحیه فشاری اجازه استفاده از اشکال مستطیلی، مثلثی، سهموی و هر شکلی که با نتایج آزمایش فشاری مطابقت داشته باشد را می دهد (ACI-10.2.6).
  - برای بلوک بتن فشاری می توان از فرضیات زیر استفاده نمود: (ACI-10.2.7).
  - برای شکل بلوک مستطیلی آیین نامه ناحیه یکنواخت به مقدار تنش  $f_c$  و  $0.85 f_c$  و بطول  $a = \beta_1 c$  از ماکزیمم تار فشاری را پیشنهاد می دهد (ACI-10.2.7.1).
  - فاصله  $c$  از ماکزیمم کرنش ایجاد شده بصورت عمود بر محور خنثی جسم اندازه گیری خواهد شد (ACI-10.2.7.2).
  - مقدار  $\beta_1$  ، 0.85 بری بتن با مقاومت کمتر از 28 مگا پاسکال و برای بتن با مقاومت بیشتر به ازای هر 7 مگاپاسکال بیشتر از 28 مگا پاسکال مقدار 0.05 از مقدار  $\beta_1$  کاسته می شود و کمترین مقدار  $\beta_1$  برابر با 0.65 در نظر گرفته شود (ACI-10.2.7.3).
- بر اساس بند محاسبه تنش در المان پیش تنیده بر اساس تئوری الاستیسیته برای بارهای بهره برداری و بارهایی که منجر به ترک در جسم می شود باید دو فرض در نظر گرفته شود (ACI-18.3.2):
- الف- کرنش به صورت خطی از تار خنثی مقطع تغییر می کند (ACI-18.3.2.1).
  - ب- در مقطع ترک خورده از مقاومت کششی بتن صرفنظر شود (ACI-18.3.2.2).
- تنش مجاز بتن در بلافاصله بعد از انتقال نیروی پیش تنیدگی به بتن قبل از اتلاف تنش دراز مدت (ACI-18.4.1)
- 1- تنش در دورترین تار فشاری بجز مورد بخش بعد نباید از  $0.6f'_{ci}$  بیشتر باشد ( $f'_{ci}$  مقاومت فشاری اولیه)
  - 2- تنش در دورترین تار فشاری در محل تکیه گاه ساده نباید از  $0.6f'_{ci}$  بیشتر باشد.

3- زمانی که تنش کششی محاسبه شده در بتن در محل تکیه گاه ساده از  $0.5\sqrt{f'_{ci}}$  و از  $0.25\sqrt{f'_{ci}}$  در بقیه موارد بیشتر باشد باید میلگرد دارای پیوستگی با بتن در نواحی کشش قرار گیرد و باید برای تمام نیروی کششی طراحی شود (ACI-18.4.1).

- برای گروه طراحی U و T اعضای خمشی تحت بارهای سرویس بر اساس مقطع ترک نخورده و بعد از اتلاف تمام تنش ها باید محدودیت زیر را داشته باشند (ACI-18.4.2).

1- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش تنیدگی و بارهای دائمی نباید از  $0.45 f'_{ci}$  بیشتر باشد.

2- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش تنیدگی و بارهای دائمی نباید از  $0.6 f'_{ci}$  بیشتر باشد.

### 1- تقسیم بندی المانهای خمشی

المانهای خمشی بر اساس مقدار تنش کششی  $f_t$  در دورترین تار کششی مقطع در حالت بار سرویس به سه گروه تقسیم بصورت جدول زیر تقسیم بندی می گردد (ACI-18.3.3).

#### جدول 1. تقسیم بندی اعضای خمشی

رفتار المان	گروه	محدوده $f_t$
ترک نخورده	U	$f_t \leq 0.62\sqrt{f'_c}$
ناحیه انتقال بین ترک خورده و ترک نخورده	T	$0.62\sqrt{f'_c} < f_t \leq 1.0\sqrt{f'_c}$
ترک خورده	C	$f_t > 1.0\sqrt{f'_c}$

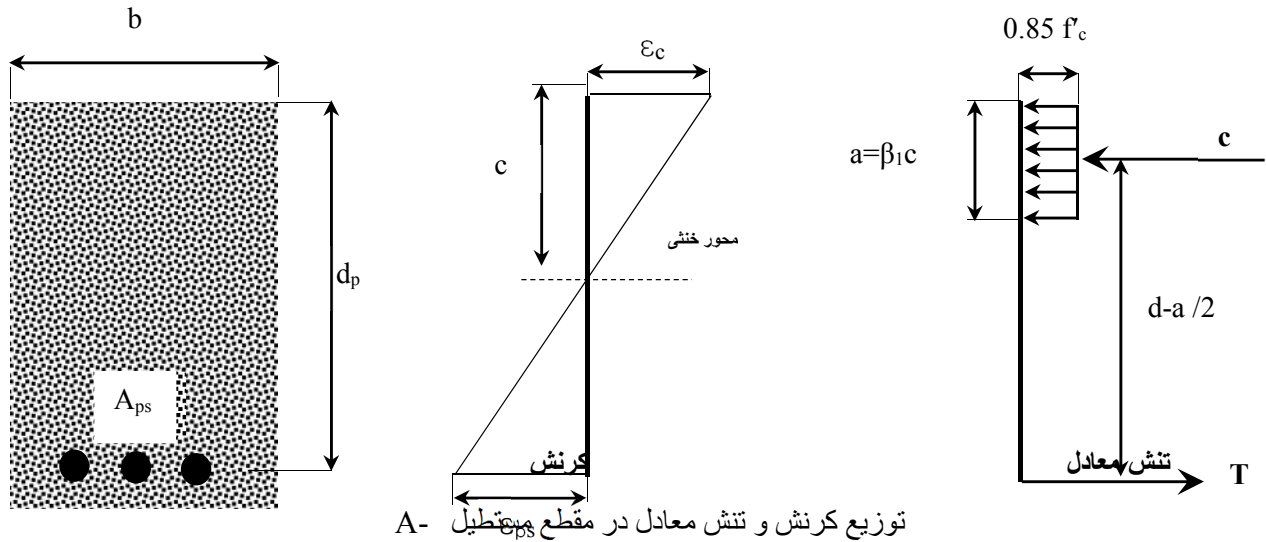
عملکرد عضو	پیش تنیده			غیر پیش تنیده
	گروه U	گروه T	گروه C	
ترک نخورده	ترک نخورده	ناحیه انتقال بین ترک و ترک خورده	ترک خورده	ترک خورده



بدون محدودیت	مقطع ترک خورده ACI-18.3.4	مقطع کل	مقطع کل	مشخصات مقطع در محاسبات تنش ها در حالت بهره برداری
بدون محدودیت	ACI-18.4.1	ACI-18.4.1	ACI-18.4.1	تنش مجاز در حالت نیروی پیش تنیدگی اولیه
بدون محدودیت	بدون محدودیت	ACI-18.4.2	ACI-18.4.2	تنش مجاز فشاری در حالت نیروی پیش تنیدگی موثر
بدون محدودیت	بدون محدودیت	$3.2 \sqrt{f'_c} \leq f_t \leq 3.2 \sqrt{f'_c}$	$\leq 0.25 \sqrt{f'_c}$	تنش مجاز کششی تحت بار سرویس ACI-18.3.3
ممان اینرسی موثر ACI-9.5.2 ACI-9.5.3	مقطع ترک خورده؛ دو خطی ACI-9.5.4.2	مقطع ترک خورده؛ دو خطی ACI-9.5.4.2	مقطع کل ACI-9.5.4.1	مبنای محاسبه تغییر شکل
ACI-10.6.2	اصلاح شده توسط ACI-18.4.4.1	بدون محدودیت	بدون محدودیت	کنترل ترک
$M/A_s$ بازو لنگر * یا $0.6 f_y$	مقطع ترک خورده	-----	-----	محاسبه $\Delta f_{ps}$ برای کنترل ترک یا $f_s$
ACI-10.6.7	ACI-10.6.7	بدون محدودیت	بدون محدودیت	میلگرد های پوسته اطراف

## 2- مقاومت خمشی ACI 18.7

همانطور که در شکل A نشان داده شده است مقاومت خمشی اعضای پیش تنیده مشابه مقاطع غیر پیش تنیده می باشد و تنها در این اعضا برای مقدار تنش فولاد پیش تنیدگی ( $f_{ps}$ ) جایگزین تنش فولاد  $f_y$  در محاسبات می شود (ACI-18.7.2).



همانطور که در شکل فوق نشان داده شده است در محاسبه خمش از مقاومت کششی بتن صرف نظر می شود (ACI-10.2.5).

رابطه تعادل نیرو بین بتن و فولاد پس کشیده (شکل A) در بصورت زیر می باشد.

$$C = T$$

$$0.85 f_c' b a = A_s f_{ps} = \rho_{ps} b d f_{ps}$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c' b} = \frac{\rho_{ps} d f_{ps}}{0.85 f_c'}$$

$$M_n = C \text{ or } T (d_p - a/2)$$

$$M_n = A_{sp} f_y (d_p - 0.59 \frac{A_{ps} f_{ps}}{f_c' b d_p})$$

باتعریف نسبت فولاد پیش تنیدگی

$$\rho_p = \frac{A_{ps}}{b d_p}$$

بصورت زیر رابطه ..... رابطه مقاومت خمشی بصورت زیر در خواهد آمد.

$$M_n = A_{ps} f_{ps} d_p (1 - 0.59 \frac{\rho_p f_{ps}}{f_c'})$$

همانطور که در رابطه فوق مشخص است برای محاسبه مقاومت خمشی اسمی مقطع باید ابتدا مقدار تنش در فولاد پیش تنیدگی مشخص باشد.

روش دقیق برای محاسبه تنش در فولاد پیش تنیدگی استفاده از سازگاری کرنش ها است. برای ساده سازی آیین نامه ها رابطه تقریبی ارائه شده است. در آیین نامه ACI رابطه تقریبی زیر برای زمانی که  $f_{se}$  از  $0.5f_{pu}$  کوچکتر نباشد پیشنهاد داده است که به دو قسمت کابل پیوسته و کابل فاقد پیوستگی تقسیم می شود (ACI-18.7.2).

1- حالت وجود پیوستگی بین کابل و جسم

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \quad B$$

در این رابطه مقادیر  $\omega$  و  $\omega'$  بترتیب برابر با  $\frac{\rho f_y}{f'_c}$  و  $\frac{\rho' f_y}{f'_c}$  می باشد و مقدار  $\gamma_p$  که بستگی به جنس فولاد پیش تنیدگی دارد و مقدار آن بصورت زیر تعیین می شود:

$$\gamma_p = 0.55 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.8$$

$$\gamma_p = 0.4 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.85$$

$$\gamma_p = 0.28 \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.9$$

همانطور که اشاره شد ترم  $\gamma_p$  در رابطه B اثر نوع فولاد پیش تنیدگی را بر روی مقدار  $f_{ps}$  را نشان می دهد.

برای میله ها با مقاومت بالا بر اساس ASTM A722 (type I) نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  برابر یا بزرگتر از 0.85، برای میله ها با مقاومت

بالا بر اساس ASTM A722 (type II) نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  برابر یا بزرگتر از 0.8 می باشد. برای فولاد معمولی با سستی کم بر اساس

ASTM A416M و A421M نسبت  $\frac{f_{py}}{f_{pu}}$  مساوی یا بزرگتر از 0.9 می باشد.

زمانی که فولاد فشاری در مقطع عضو استفاده شود باید محدودیت

$$\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \geq 0.17$$

برقرار باشد و فاصله آرماتور فشاری تا دورترین تار فشاری ( $d'$ ) از  $0.15d_p$  بزرگتر باشد.

همانطور که در رابطه B مشخص است زمانی مقدار بیشینه برای  $f_{ps}$  بدست خواهد آمد که عبارت  $\left[ \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right]$

$(\omega')$  کمترین مقدار خود را داشته باشد و یا به عبارت دیگر مقدار عمق تار خنثی مقطع کمترین مقدار خود را داشته باشد. ولی این

مقدار باید به صورتی باشد که فرض جاری شدن فولاد فشاری در رابطه B تامین شده باشد و محدودیت ( $d'$ ) برای تامین شرط جاری شدن فولاد فشاری در رابطه B می باشد چرا که با نزدیک شدن آرماتور فشاری به تار خنثی مقدار کرنش در آن کاهش خواهد یافت.

2- برای اعضایی که فاقد پیوستگی با کابل هستند و دارای نسبت طول دهانه به ارتفاع مقطع ( $l/d$ ) کمتر یا مساوی 0.35 هستند.

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + \frac{f'_c}{100\rho_p}$$

در این رابطه  $f_{ps}$  نباید بزرگتر از کمترین مقدار  $f_{py}$  و  $(f_{se} + 420)$  در نظر گرفته شود.

3- برای اعضایی که فاقد پیوستگی با کابل هستند و دارای نسبت طول دهانه به ارتفاع مقطع ( $l/d$ ) بزرگتر از 0.35 هستند.

4-

$$f_{ps} = f_{se} + 70 + \frac{f'_c}{300\rho_p}$$

در این رابطه  $f_{ps}$  نباید بزرگتر از کمترین مقدار  $f_{py}$  و  $(f_{se} + 210)$  در نظر گرفته شود.

#### محدودیت آرماتور برای اعضای خمشی (ACI 18-8)

مقطع عضو پیش تنیده به یکی از اقسام کششی کنترل، انتقالی و یا فشار کنترل تقسیم بندی می شوند (18.8.1).

مقاطع فشار حاکم مقطعی هستند که زمانی که بتن فشاری به حد کرنش 0.003 می رسد کرنش کششی خالص در دورترین فولاد کششی کوچکتر و یا مساوی حد کرنش جاری شدن رسیده باشد (ACI 10.3.3).

مقاطع کششی حاکم مقطعی هستند که زمانی که کرنش بتن فشاری برابر با 0.003 است کرنش کششی در دورترین فولاد کششی بزرگتر و یا مساوی 0.005 باشد (ACI 10.3.4). مقطع انتقالی مقطعی هستند که مقطعی بین مقاطع فشاری و کششی کنترل هستند (ACI 10.3.2).

ضریب کاهش مقاومت ( $\Phi$ ) برای اعضای کنترل کششی برابر با 0.9 (ACI 9.3.2.1)، برای اعضای کنترل فشاری برابر با 0.7 و با 0.65 (ACI 9.3.2.2).

در اعضای پیش تنیده که فولاد پیش تنیدگی با عضو پیوستگی دارد کل فولاد پیش تنیدگی و معمولی در باید مقداری باشد که بار نهایی ضریب دار حداقل 1.2 برابر بار ترک خوردگی باشد (ACI 18.8.2).

مقاومت خمشی ترک خوردگی بتن از رابطه زیر بدست می آید (ACI 9.5.2.3)

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

در این رابطه  $f_r$  مقاومت کششی بتن و برابر با  $0.62 \sqrt{f'_c}$  و  $I_g$  ممان اینرسی مقطع ترک نخورده و  $y_t$  فاصله تار خنثی از دورترین تار کششی می باشد.

حداقل فولاد دارای پیوستگی (ACI 18.9)

جز موارد اشاره شده در بند (ACI-18.9.3) حداقل آرماتور پیوسته با عضو بصورت زیر محاسبه می شود (ACI 18.9.2)

$$A_s = 0.004 A_{ct}$$

در این رابطه  $A_{ct}$  مساحت بخشی از مقطع که بین وجه کششی ناشی از خمش و تار ختنی مقطع قرار دارد.

آرماتور کششی بدست آمده از رابطه بالا باید به طور یکنواخت در قسمت کششی مقطع و تا حد امکان نزدیک به دورترین تار کششی مقطع قرارا گیرد (ACI-18.9.2.1).

حداقل آرماتور پیوسته مورد نیاز برای دال دوطرفه به صورت زیر تعیین می شود (ACI 18.9.3)

4- در شرایطی که تنش کششی  $f_t$  در محل لنگر مثبت در حالت بهره برداری بعد از اعمال تمام اتلافهای پیش تنیدگی

از  $0.17\sqrt{f'_c}$  بیشتر نباشد، به فولاد پیوستگی نیاز نیست (ACI 18.3.9.1).

5- زمانی که تنش کششی  $f_t$  در ناحیه لنگر مثبت در حالت بهره برداری از  $0.17\sqrt{f'_c}$  بیشتر باشد حداقل آرماتور

پیوسته با عضو از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$A_s = \frac{N_c}{0.5f_y}$$

در این رابطه  $f_y$  نباید از 420 مگاپاسکال بیشتر باشد و میلگردهای کششی بدست آمده از رابطه فوق به طور یکنواخت در قسمت

کششی مقطع و تا حد امکان نزدیک به دورترین تار کششی مقطع قرارا گیرد (ACI 18.3.9.2)

6- در محل لنگر منفی تکیه گاه ستون در قسمت بالای دال و در هر جهت از رابطه زیر محاسبه می شود (ACI

18.9.3.3).

$$A_s = 0.00075 A_{cf}$$

در این رابطه  $A_{cf}$  بزرگترین سطح مقطع نوار دال -تیر در دو جهت عمود بر هم قاب معادل دالهای دو طرفه در محل تقاطع با

ستون.

فولاد پیوسته با عضو که از رابطه بالا بدست آمده باید در محدوده ای بین خطوط به فاصله 1.5 برابری ضخامت دال خارج از وجوه

مقابل تکیه گاه توزیع شود. حداقل چهار میلگرد یا سیم باید در هر جهت قرار داده شود و فاصله میلگردهای پیوسته با عضو نباید بیشتر

از 300 میلیمتر باشد (ACI 18.9.3.3).

حداقل طول برای میلگرد پیوسته به بتن به صورت زیر تعیین می شود (ACI 18.9.4):

1- در نواحی ممان مثبت، حداقل طول آرماتور پیوسته باید برابر با یک سوم دهانه خالص دهانه باشد (ACI-

18.9.4.1).

2- در نواحی ممان منفی، حداقل طول آرماتور پیوسته باید از یک ششم دهانه خالص باشد (ACI- 18.9.4.2).

3- زمانی که آرماتور پیوسته برای لنگر  $\phi M_n$  (ACI- 18.7.3) و یا نیروی کششی طراحی (ACI 18.9.3.2) شده باشد حداقل طول میلگرد باید بر اساس ضوابط مهارى فصل دوازدهم تامین شود (ACI-18.9.4.3).

تنش در فولاد پیش تنیدگی برای محاسبه مقاومت خمشی (AASHTO-5.7.3.1)  
 1- برای اعضای با تاندون پیوسته

برای اعضای مستطیل شکل و مقاطع بال دار مقدار تنش در فولاد پیش تنیدگی برای زمانی که مقدار  $f_{pe}$  از  $0.5 f_{pu}$  بیشتر نباشد، مقدار متوسط تنش در آرماتور پیش تنیدگی در فولاد پیش تنیدگی  $f_{ps}$  می توان از رابطه زیر بدست آورد (AASHTO-5.7.3.1.1).

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - k \frac{c}{d_p} \right)$$

در این رابطه

$$k = 2 \left( 1.04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right)$$

و برای مقاطع مستطیل شکل

$$c = \frac{A_{ps} f_{pu} + A_s f_s - A'_s f'_c}{0.85 f'_c \beta_1 b + k A_{ps} \frac{f_{pu}}{d_p}}$$

و مقاطع T شکل

$$c = \frac{A_{ps} f_{pu} + A_s f_s - A'_s f'_c - 0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{0.85 f'_c \beta_1 b_w + k A_{ps} \frac{f_{pu}}{d_p}}$$

مقدار k	$f_{py}/f_{pu}$	نوع تاندون
0.28	0.9	فولاد با سستی کم
0.38	0.85	میله با مقاومت بالا type I
0.48	0.8	میله با مقاومت بالا type II

1- برای اعضای با تاندون ناپیوسته

برای مقاطع مستطیل شکل که تحت خمش حول یک محور مقدار تنش متوسط در تاندونهای ناپیوسته می توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$f_{ps} = f_{pe} + 6.2 \left( \frac{d_p - c}{l_e} \right)$$

که در این رابطه

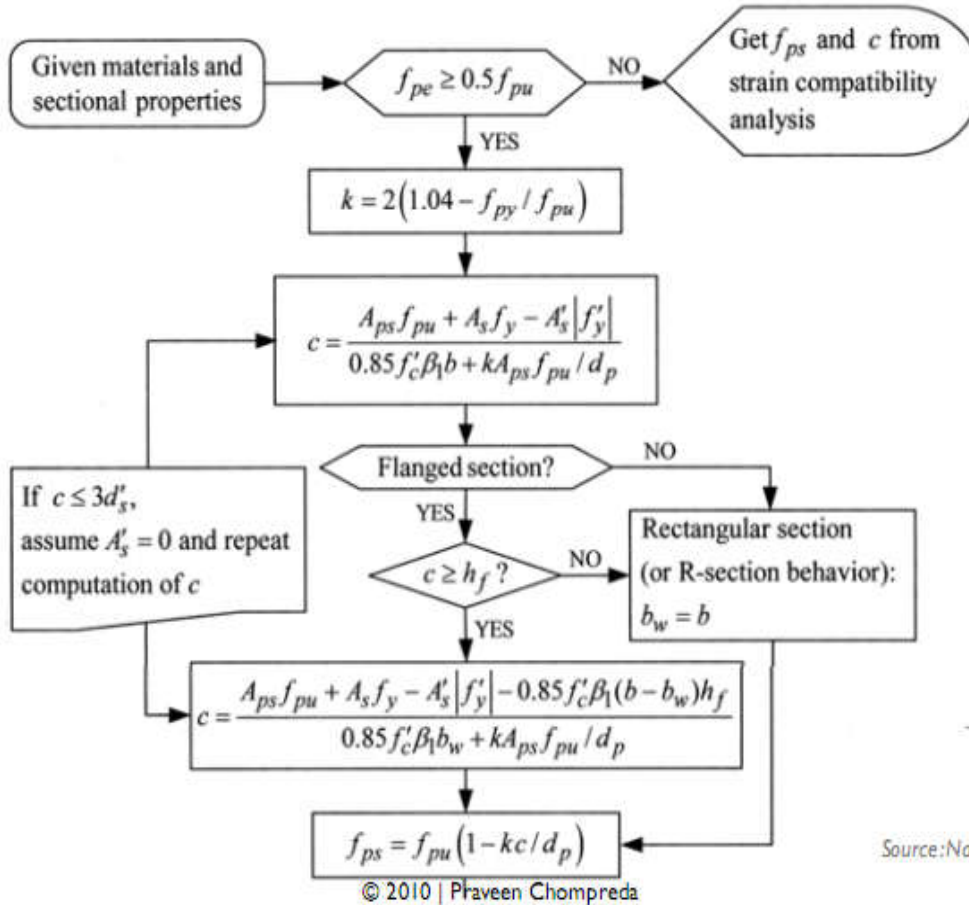
$$l_e = \left( \frac{2l_i}{2 + N_s} \right)$$

برای مقاطع T شکل مقدار c در این رابطه

$$c = \frac{A_{ps}f_{ps} + A_s f_s - A'_s f'_s - 0.85 f'_c (b - b_w) h_f}{0.85 f'_c \beta_1 b_w}$$

و برای مقاطع مستطیل شکل مقدار  $c$  از رابطه زیر محاسبه می شود

$$c = \frac{A_{ps}f_{ps} + A_s f_s - A'_s f'_s}{0.85 f'_c \beta_1 b}$$



Source: Naaman (2004)

© 2010 | Praveen Chompreda

144

## طراحی برشی

(1) مقدمه

طراحی برشی اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه و بر اساس مقاومت نهایی عضو انجام می شود:

$$\phi V_n \geq V_u$$

$$\phi = 0.75$$

$V_u$ : مقاومت برشی نهایی لازم

$V_n$  : مقاومت برشی اسمی

مقاومت برشی اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه و از حاصل جمع مقاومت برشی بتن و مقاومت برشی میلگردهای برشی تشکیل می شود:

$$V_n = V_c + V_s$$

$V_c$  : مقاومت برشی بتن

$V_s$  : مقاومت برشی میلگردهای برشی

مقاومت برشی بتن در اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه بر اساس شکست برشی جان یا شکست خمشی - برشی تعیین می گردد. مقاومت بتن در اعضای بتن آرمه در هر دو حالت شکست برشی بر اساس یک رابطه به دست می آید. دو رابطه ساده و دقیق تر آیین نامه برای مقاومت برشی بتن در اعضای بتن آرمه مورد استفاده قرار می گیرند، اما دو حالت شست تفکیک نمی شوند. این روش در مورد اعضای پیش تنیده نیز در شرایطی قابل استفاده است. اما در یک حالت عمومی، لازم است مقاومت برشی بتن از هر دو حالت شکست برشی محاسبه شده و کمترین مقدار به عنوان مقاومت برشی بتن در نظر گرفته شود.

## 2) محاسبه مقاومت برشی بتن با استفاده از روابط ساده آیین نامه :

در مواردی که نیروی پیش تنیدگی موثر کمتر از 40 درصد مقاومت کششی فولاد نباشد ( $f_{pe} \geq 0.4 f_{pu}$ )؛ و محاسبات دقیق تری انجام نشود، مقاومت برشی بتن از رابطه زیر بدست می آید:

$$V_c = \left( 0.05 \lambda \sqrt{f'_c} + 4.8 \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) b_w d \leq 0.42 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \leq 1$$

•  $\lambda$  : ضریب بتن سبک

•  $V_u, M_u$  : نیروی برشی نهایی و لنگر نهایی در محل مورد نظر تحت اثر کل بارهای وارده ضریبدار

•  $d$  : فاصله دورترین تار فشاری از مرکز سطح میلگردهای طولی کششی پیش تنیده و غیر پیش تنیده است؛ اما مقدار

نباید کمتر از  $0.8h$  در نظر گرفته شود.

مقدار  $V_c$  لازم نیست از  $0.166 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$  کمتر در نظر گرفته شود.

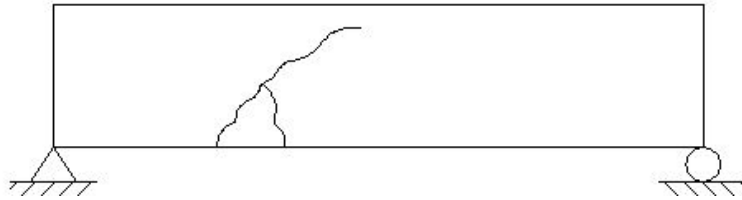
## 3- محاسبه مقاومت برشی بتن با استفاده از روابط دقیق تر آیین نامه :

در این حالت، همانطور که پیش از این نیز بیان شد، مقاومت برشی بتن از هر دو حالت شکست برشی محاسبه شده و کمترین مقدار به عنوان مقاومت برشی بتن در نظر گرفته می شود.



## 1 شکست خمشی - برشی :

شکست خمشی-برشی معمولا در محل هایی از عضو اتفاق می افتد که تنش های خمشی و برشی به طور همزمان قرار دارند. این نوع شکست برشی در تیرهای ساده و بر اساس بررسی های انجام شده معمولا در محل های حدود یک-چهارم طول دهانه تیر اتفاق می افتد، (شکل 1).



شکل 1-4 : شکست خمشی - برشی

مقاومت برشی بتن در این حالت از رابطه زیر بدست می آید :

## 1 مقاطع غیر مرکب :

$$V_{ci} = \left(0.05 \sqrt{f'_c}\right) \lambda b_w d_p + \frac{V_u \cdot M_{ct}}{M_u} \geq 0.14 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

•  $\lambda$ : ضریب بتن سبک

•  $d_p$ : فاصله از دورترین تار فشاری تا مرکز سطح فولاد پیش تنیدگی، اما مقدار  $d_p$  نباید کمتر از  $0.8h$  در نظر گرفته شود.

•  $V_u, M_u$ : نیروی برشی نهایی و لنگر نهایی در محل مورد نظر تحت اثر کل بارهای وارده ضریبدار

$$M_{ct} = \left(\frac{I}{y_t}\right) \left(\frac{\lambda \sqrt{f'_c}}{2} + f_{pe}\right)$$

•  $y_t$ : فاصله تار خنثی تا دورترین تار کششی ناشی از بارگذاری

•  $f_{pe}$ : تنش فشاری در دورترین تار فشاری ناشی از کابل یا دورترین تار کششی ناشی از بارگذاری

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e \cdot e \cdot C_b}{I}$$

## 2 مقاطع مرکب :

$$V_{ci} = \left(0.05 \sqrt{f'_c}\right) \lambda b_w d_p + V_d + \frac{V_i \cdot M_{cre}}{M_{Max}} \geq 0.14 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d_p$$

- $\lambda$ : ضریب بتن سبک
- $d_p$ : فاصله از دورترین تار فشاری تا مرکز سطح فولاد پیش تنیدگی، اما مقدار  $d_p$  نباید کمتر از  $0.8h$  در نظر گرفته شود.

•  $V_d$ : برش ناشی از بار مرده بدون ضریب

•  $M_{Max}$ : حداکثر لنگر ناشی از بارهای ضریبدار در مقطع مورد نظر (بدون در نظر گرفتن وزن تیر و به صورت ضریبدار)

•  $V_i$ : برش متناظر با  $M_{Max}$

•  $M_{cre}$ : لنگر ترک خوردگی

$$M_{cre} = \left( \frac{I}{y_t} \right) \left( \frac{\lambda \sqrt{f'_c}}{2} + f_{pe} - f_d \right)$$

•  $y_t$ : فاصله تار خنثی تا دورترین تار کششی ناشی از بارگذاری

•  $f_{pe}$ : تنش فشاری در دورترین تار فشاری ناشی از کابل یا دورترین تار کششی ناشی از بارگذاری

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e * e * C_b}{I}$$

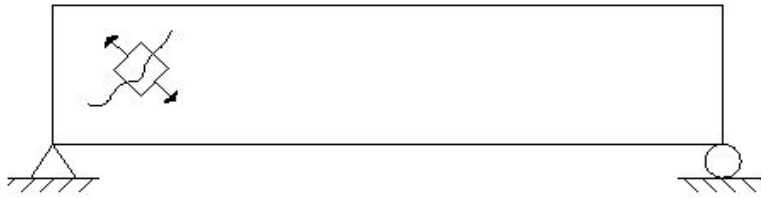
•  $f_d$ : تنش ناشی از بارهای مرده بدون ضریب

$$f_d = \frac{M_d * y_t}{I}$$

•  $M_d$ : لنگر ناشی از وزن تیر

#### 4- شکست برشی جان :

نوع دیگر شکست برشی، شکست برشی جان است. این نوع شکست برشی معمولاً در مجاورت تکیه گاهها و محل هایی اتفاق می افتد که عضو تحت اثر برشی خالص قرار دارد، (شکل 2).



شکل 2: شکست برشی جان

مقاومت برشی بتن در این حالت از رابطه زیر بدست می آید :

$$V_{cw} = \left( 0.29\lambda\sqrt{f'_c} + 0.3f_{pc} \right) b_w d_p + V_p$$

•  $V_p$ : مولفه قائم نیروی پیش تنیدگی موثر

•  $f_{pc}$ : تنش فشاری در بتن در مرکز هندسی سطح مقطع

$$f_{pc} = \frac{P_e}{A}$$

### طراحی میلگردهای برشی :

طراحی میلگردهای برشی در اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه انجام می شود و اختلاف های جزئی وجود دارند که توضیحات لازم در ادامه بحث آمده است:

در مورد ضرورت قرار دادن میلگردهای برشی مشابه مقاطع بتن آرمه و در صورتی که مقاومت برشی نهایی لازم کمتر یا مساوی نصف مقاومت برشی بتن باشد، می توان از قرار دادن میلگردهای برشی صرفنظر نمود.

$$V_u \leq 0.5\phi V_c$$

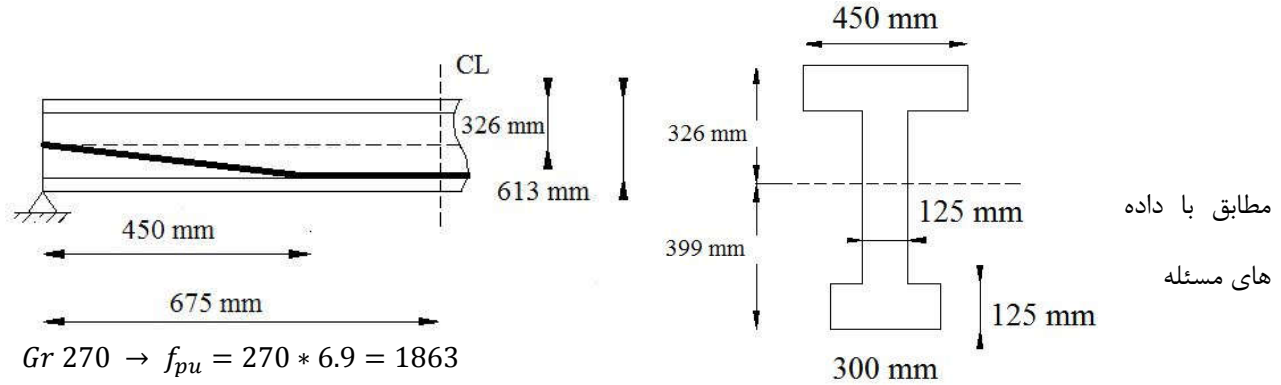
محل حداکثر نیروی برشی در اعضای پیش تنیده به فاصله  $h/2$  از وجه داخلی تکیه گاه در نظر گرفته می شود و مقطعی که در فاصله ای کمتر قرار دارند برای همان نیروی برشی طراحی می شوند. فاصله میلگردهای برشی در اعضای پیش تنیده و در مواردی که باید قرار داده شوند، نباید بیشتر از  $0.75h$  و  $600 \text{ mm}$  (کمترین از دو مقدار) در نظر گرفته شود.

در ادامه مثالی در ارتباط با طراحی برشی تیر با استفاده از روابط ساده و دقیق تر آیین نامه ارائه شده است.

**مثال 1** تیر پیش تنیده نشان داده شده در شکل تحت اثر بار مرده  $5 \text{ KN/m}$  علاوه بر وزن تیر و بار زنده  $18 \text{ KN/m}$  قرار دارد.

میلگردهای برشی تیر را با استفاده از رابطه ساده و روابط دقیق تر آیین نامه طراحی نمایید،  $f'_c = 35 \text{ MPa}$  نیروی پیش تنیدگی

موثر  $P_e=1400$  kN، سطح مقطع فولاد پیش تنیدگی  $A_{ps}=1130$  mm<sup>2</sup>، فولاد پیش تنیدگی گرید 270 و فولاد معمولی برشی از نوع S<sub>400</sub> می باشد (  $I=94.7 \cdot 10^8$  mm<sup>4</sup>،  $A_c=153125$  mm<sup>2</sup> ).



$$Gr\ 270 \rightarrow f_{pu} = 270 \cdot 6.9 = 1863$$

$$\rightarrow f_{py} = 0.85 \cdot 1863 = 1583$$

محاسبه محل بحرانی برش

$$\frac{h}{2} = \frac{399 + 326}{2} = 363\ mm = 0.363\ m$$

$$d_p = 326 + \frac{613 - 326}{4.5} \cdot 0.363 = 349\ mm$$

مقدار  $d$  نباید کمتر از  $0.8h$  در نظر گرفته شود:

$$d = 0.8 \cdot h = 0.8 \cdot 725 = 580\ mm$$

$$w_0 = 25 \cdot 0.153125 = 3.83\ KN/m \Rightarrow w_d = 5 + 3.83 = 8.83\ KN/m$$

$$w_l = 18\ KN/m$$

$$w_u = 1.2 w_d + 1.6 w_l = 1.2 \cdot 8.83 + 1.6 \cdot 18 = 39.4\ \frac{KN}{m}$$

بار ضریب‌دار ناشی از بار مرده ( بدون وزن تیر ) و بار زنده:

$$w_{ci} = 1.2 \cdot 5 + 1.6 \cdot 18 = 34.8\ \frac{KN}{m}$$

برش و خمش در محل بحرانی ( $\frac{h}{2}$  از بر تکیه گاه)

$$V_u = \frac{w_u \cdot L}{2} - w_u \left( \frac{h}{2} \right) = \frac{39.4 \cdot 13.5}{2} - 39.4 \cdot 0.363 = 252\ KN$$

$$M_u = \frac{w_u \cdot L}{2} \left( \frac{h}{2} \right) - w_u \frac{\left( \frac{h}{2} \right)^2}{2} = \frac{39.4 \cdot 13.5}{2} \cdot 0.363 - 39.4 \cdot \frac{0.363^2}{2} = 93.7\ KN - m$$

محاسبه مقاومت برشی با استفاده از روابط تقریبی آیین نامه:

کنترل شرط استفاده از رابطه تقریبی:

$$f_{pe} = \frac{1400000}{1130} = 1239 \geq 0.4 f_{pu} = 0.4 * 1863 = 745.2 \text{ Mpa}$$

$$0.17 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \leq V_C = \left( 0.05 \lambda \sqrt{f'_c} + 4.8 \frac{V_u \cdot d_p}{M_u} \right) b_w d \leq 0.42 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\frac{V_u \cdot d_p}{M_u} = \frac{252 * 0.349}{93.7} = 0.94 < 1 \text{ o.k}$$

$$V_C = (0.05 * \sqrt{35} + 4.8 * 0.94) 125 * 580 = 348 \leq 0.42 * \sqrt{35} * 125 * 580 = 180 \rightarrow V_C = 18 \times 10^4 \text{ N}$$

محاسبه مقاومت برشی با استفاده از روابط دقیق آیین نامه :

$$V_C = \min(V_{cw}, V_{ci})$$

الف) مقاومت برشی جان:

$$V_{cw} = \left( 0.29 \lambda \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pc} \right) b_w d_p + V_p$$

$$f_{pc} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e \times e^2}{I_g} = \frac{14 \times 10^5}{153125} + \frac{14 \times 10^5 \times 23^2}{94.7 \times 10^8} = 9.22 \text{ MPa}$$

مولفه قائم (برش) نیروی پیش تنیدگی کابل در محل مقطع بحرانی برش برابر است با:

$$V_p = \frac{613 - 326}{4500} * 1400 = 89 \times 10^3 \text{ N}$$

بنابراین :

$$V_{cw} = \left( 0.29 \sqrt{35} + 0.3 * 9.22 \right) * 125 * 580 + 89 \times 10^3 = 414 \times 10^3 \text{ N}$$

ب) شکست خمشی-برشی :

با استفاده از رابطه مقاطع غیر مرکب:

$$V_{ci} = \left( 0.05 \sqrt{f'_c} \right) \lambda b_w d_p + \frac{V_u \cdot M_{ct}}{M_u} \geq 0.14 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

مقدار  $d_p$  کمتر از 0.8h قرار داده نشود.

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e * e * C_b}{I} = \frac{14 \times 10^5}{153125} + \frac{14 \times 10^5 * 23 * 399}{94.7 * 10^8} = 10.5 \text{ Mpa}$$

$$M_{cre} = \left( \frac{I}{C_b} \right) \left( \frac{\lambda \sqrt{f'_c}}{2} + f_{pe} \right) = \frac{94.7 * 10^8}{399} * \left( \frac{\sqrt{35}}{2} + 10.5 \right) = 319 * 10^6 \text{ KN} - m$$

بنابراین:

$$V_{ci} = (0.05\sqrt{35}) * 125 * 580 + \frac{252000 * 319 * 10^6}{93.7} = 858 \text{ KN}$$

$$V_{ci} = 858 \geq 0.14\sqrt{35} * 125 * 580 = 60 \text{ KN} \rightarrow OK$$

$$V_C = \min(V_{cw}, V_{ci}) = \min(412, 858) = 414 \text{ KN}$$

با استفاده از رابطه مقاطع مرکب:

$$V_{ci} = \left( 0.05 \sqrt{f'_c} \right) \lambda b_w d_p + V_d + \frac{V_i \cdot M_{cre}}{M_{Max}} \geq 0.14 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_d = \frac{w_w \cdot L}{2} - w_w \cdot \left( \frac{h}{2} \right) = \frac{3.83 * 13.5}{2} - 3.83 * 0.362 = 24.5 \text{ KN}$$

$w_w$  بار وزن تیر بدون ضریب است.

$$V_i = \frac{w_{ci} \cdot L}{2} - w_{ci} \cdot \left( \frac{h}{2} \right) = 34.8 * \frac{13.5}{2} - 34.8 * 0.362 = 222 \text{ KN}$$

$$M_{Max} = \frac{w_{ci} \cdot L}{2} x - w_{ci} \cdot \frac{x^2}{2} = \frac{34.8 * 13.5}{2} * 0.362 - 34.8 * \frac{0.362^2}{2} = 82.75 \text{ KN} - m$$

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e * e * C_b}{I} = \frac{14 \times 10^5}{153125} + \frac{14 \times 10^5 * 23 * 399}{94.7 * 10^8} = 10.5 \text{ Mpa}$$

$$M_d = \frac{3.83 \times 10^3 \times 13.5 \times 10^3}{8} = 6.5 * 10^6 \text{ N} - mm$$

$$f_d = \frac{M_d * C_b}{I} = \frac{6.5 * 10^6 * 399}{94.7 * 10^8} = 0.274 \text{ N} - mm$$

بنابراین:

$$M_{cre} = \left( \frac{I}{C_b} \right) \left( \frac{\lambda \sqrt{f'_c}}{2} + f_{pe} - f_d \right) = \frac{94.7 * 10^8}{399} * \left( \frac{\sqrt{35}}{2} + 10.5 - 0.274 \right) = 313 * 10^6 \text{ N} - \text{mm}$$

$$V_{ci} = (0.05)\lambda \sqrt{f'_c} b_w d_p + V_d + \frac{V_i \cdot M_{cre}}{M_{Max}} \geq 0.14\lambda \sqrt{f'_c} b_w d_p$$

$$V_{ci} = (0.05\sqrt{35}) \times 125 * 580 + 24.5 \times 10^3 + \frac{222 \times 10^3 \times 310 \times 10^6}{82.75 \times 10^6}$$

$$\rightarrow V_{ci} = 878 \text{ KN}$$

$$V_c = \min(V_{cw}, V_{ci}) = \min(414, 877) = 414 \text{ KN}$$

$$V_u = 252 < \phi V_c = 0.75 * 414 = 310.5 \text{ KN} \rightarrow OK$$

بنابراین نیازی به طراحی برشی نیست.

کنترل نیاز به آرماتور برشی حداقل:

$$V_u = 252 \text{ KN} > 0.5\phi V_c = \frac{309}{2} = 155.25 \text{ KN}$$

بنابراین نیاز به آرماتور برشی حداقل داریم:

$$\frac{(A_V)_{min}}{S} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{0.062\sqrt{f'_c} b_w}{f_{yt}} = 0.062\sqrt{35} * \frac{125}{400} = 0.115 > \frac{0.035 * 125}{400} = 0.1 \quad O.K \\ \frac{A_{ps} \cdot f_{pu}}{80 f_{yt} \cdot d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} = \frac{1130 * 1863}{80 * 400 * 580} \sqrt{\frac{580}{125}} = 0.24 \end{array} \right\}$$

$$= 0.115 \text{ mm}$$

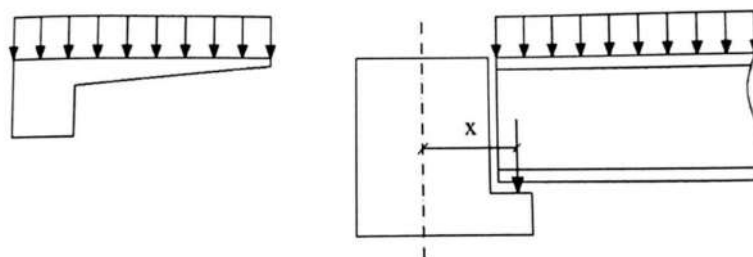
در صورت استفاده از  $\Phi 10$  (دو شاخه)

$$0.115 = \frac{157}{S} \rightarrow S = 1365 \text{ mm} \leq \min[0.75 * 725 = 544, 600] = 544 \text{ mm} \rightarrow \Phi 10 @ 500$$

# طراحی پیچشی

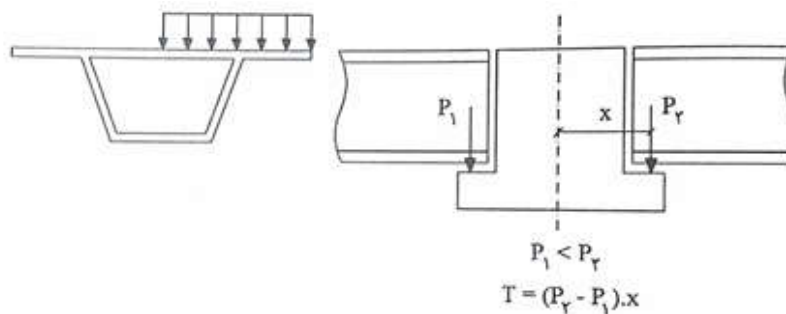
## مقدمه

در اعضای پیش تنیده به واسطه ی جلوگیری از ترک خوردگی مقطع، سختی عضو افزایش یافته و مقاومت برشی مقطع نسبت به بتن آرمه معمولی بیشتر است. به همین خاطر اعضای پیش تنیده از مقاومت پیچشی بیشتری در مقایسه با بتن آرمه معمولی برخوردار هستند. پیچش آستانه در یک مقطع بتن آرمه بصورت 25 درصد پیچش ترک خوردگی آن مقطع تعریف می شود. اگر پیچش در مقطع از پیچش آستانه فراتر نرود می توان از اثرات پیچش صرف نظر کرد. در بسیاری از موارد اثر پیچش وجود داشته، اما معمولاً میلگردهای برشی جوابگوی لنگرهای پیچشی نیز می باشند. پیچش در تیرهای کناری و تیرهایی که عملکرد دال در آنها بصورت طره می باشد، باید بررسی شود.



شکل 1: پیچش در تیرهای کناری و دال طره

پیچش همچنین در بارگذاری موضعی و غیریکنواخت سازه ها می تواند بحرانی باشد و لازم است مورد بررسی قرار گیرد. دو حالت بارگذاری موضعی و نامتقارن در شکل 2-5 نشان داده شده است.



شکل 2-: پیچش در حالت بارگذاری موضعی و نامتقارن



## 5) طراحی پیچشی اعضای پیش تنیده:

در ابتدا پیچش نهایی وارد بر مقطع با پیچش آستانه مقایسه می شود. در صورتی که رابطه ی زیر برقرار گردد، یعنی پیچش در مقطع کوچکتر از پیچش آستانه باشد می توان از اثرات پیچش صرف نظر کرد.

$$T_u < \phi \lambda (0/083) \sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{3f_{pc}}{\lambda \sqrt{f'_c}}} \quad \text{رابطه 1-}$$

که برای برش و پیچش  $\phi = 0/75$  می باشد.

$A_{cp}$ : مساحت محصور داخل محیط بیرونی مقطع (در مقاطع توخالی به جای  $A_g$  از  $A_{cp}$  استفاده می شود)

$P_{cp}$ : محیط بیرونی مقطع

نکته: برای مقاطع بالدار غیر پیش تنیده نسبت  $\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}$  بر اساس عرض موثر بال محاسبه می شود. در اینجا نیز اگر در نظر گرفتن اثر بالها باعث کاهش نسبت  $\frac{A_{cp}^2}{P_{cp}}$ ، از اثر بالها صرف نظر می کنیم.

$f_{pc}$ : تنش فشاری بتن در مرکز هندسی مقطع (در صورتی که مرکز هندسی در جان مقطع باشد در جای خودش و اگر در بال مقطع قرار بگیرد، در محل تقاطع بال و جان در نظر گرفته می شود).

در صورتی که رابطه ارضاع نشود باید مقطع برای پیچش وارده طراحی شود.

1- تعادل (پیچش معین): مقطع باید برای تحمل کل پیچش وارده طراحی شود.

پیچش

2- همسازی (پیچش نامعین): می توان پیچش در مقطع را تا حد پیچش ترک خوردگی کاهش داد

وارد بر

و باز توزیع پیچش صورت گیرد تا روابط تعادل برقرار شود.

مقطع

## 1) پیچش ترک خوردگی مقطع بتنی:

$$T_{cr} = \phi \lambda (0/33) \sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{3f_{pc}}{\lambda \sqrt{f'_c}}} \quad \text{رابطه 2-}$$

$A_{cp}$ : برای مقاطع توپر و توخالی مساحت محصور داخل محیط بیرونی مقطع می باشد.

## 2) مقطع بحرانی پیچش :

محل حداکثر لنگر پیچشی در طراحی پیچشی اعضای پیش تنیده مشابه طراحی برشی به فاصله ی  $h/2$  از وجه داخلی تکیه گاه در نظر گرفته می شود و مقطعی که در فاصله ای کمتر قرار دارند برای همان لنگر پیچشی طراحی می شوند. در مواردی که لنگر پیچشی متمرکزی در فاصله ی  $h/2$  تا وجه داخلی تکیه گاه وجود دارد، لازم است مقطع بحرانی پیچش در بر تکیه گاه در نظر گرفته شود.

## 3) کنترل مقطع تحت ترکیب تنش های برشی و پیچشی :

متوسط تنش برشی ناشی از برش به کمک رابطه ی  $\frac{V_u}{b_w d}$  و متوسط تنش برشی ناشی از پیچش به صورت  $\frac{T_u P h}{1/7 A_{oh}^2}$  محاسبه می شود.

(مقاطع توپر)

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u P h}{1/7 A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0/66 \sqrt{f_c'}\right)$$

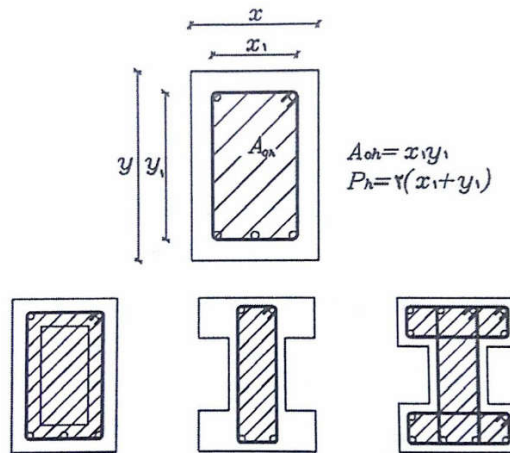
رابطه-3

(مقاطع توخالی)

$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u P h}{1/7 A_{oh}^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0/66 \sqrt{f_c'}\right)$$

رابطه-4

در روابط فوق،  $A_{oh}$  مساحت محصور شده توسط دورترین میلگرد عرضی مقاوم در برابر پیچش و  $P_h$  محیط دورترین میلگرد عرضی مقاوم در برابر پیچش می باشد. چند حالت خاموت های بسته مقاوم در برابر پیچش و مساحت  $A_{oh}$  و محیط  $P_h$  یک نمونه در شکل 3 نشان داده شده است.



شکل 3- محاسبه ی  $A_{oh}$  و  $P_h$

در هنگام استفاده از روابط بالا باید به نکات زیر توجه کرد:

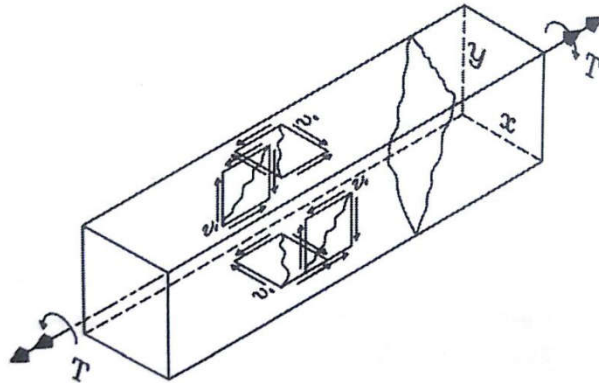
- در مقطع توخالی با ضخامت متغیر، باید مینیمم  $b_w$  در نظر گرفته شود بطوریکه مقدار تنش برشی ماکزیمم گردد.

- اگر ضخامت دیواره ی مقطع توخالی ( $t$ ) از  $\frac{A_{oh}}{P_h}$  کمتر باشد، رابطه ی 4-5 بصورت زیر اصلاح می شود:

$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u}{1/7 A_{oh} t} \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + 0/66 \sqrt{f'_c} \right)$$

#### 4) طراحی آرماتور پیچشی :

مطابق شکل 4-، برش خالص حاصل از پیچش سبب ترک های برشی در هر چهار وجه عضو می شود و ترکیب این ترک ها و لزوم پیوستگی آن ها نیز سبب یک صفحه ی شکست تابیده (*Warped*) در عضو می گردد که این صفحه ی شکست در یک قطعه گچ تحت اثر پیچش به وضوح قابل مشاهده است.



شکل 4: صفحه ی شکست تحت اثر پیچش

با توجه به آن چه گفته شد جهت مقابله با شکست پیچشی که به صورت سه بعدی رخ می دهد، یک شبکه ی سه بعدی از آرماتورها شامل خاموت های بسته و آرماتورهای طولی داخل آن ها برای مقابله با پیچش وارد بر مقطع لازم می باشد.

در استفاده از آرماتورهای پیچشی باید به موارد زیر دقت کرد:

- خاموت پیچشی باید حتما از نوع بسته و عمود بر محور عضو باشد.

- آرماتورهای طولی و عرضی پیچشی نباید بالاتر از رده ی *AIII* باشند.

مقاومت پیچشی آرماتورهای پیچشی (ترکیب خاموت بسته همراه با آرماتورهای طولی توزیع شده داخل خاموت بسته) :

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{S} \cot \theta$$

$A_o$  را می توان برابر  $0/85 A_o h$  در نظر گرفت و  $A_t$  سطح مقطع یک ساق خاموت بسته برای پیچش می باشد.  $\theta$  زاویه ی ترک

پیچشی با افق می باشد. هر چه زاویه ی ترک کوچکتر باشد، طول ترک افزایش یافته و در یک طول مشخص با فواصل ثابت خاموت

ها، شاخه های بیشتری را قطع می کند. مقدار  $\theta$  بین 30 تا 60 درجه متغیر است. برای اعضای غیر پیش تنیده و یا با پیش تنیدگی

کم  $\theta = 45^\circ$  و برای اعضای با پیش تنیدگی قابل توجه  $(f_{pe} \geq 0/4 f_{pu})$ ،  $\theta = 37/5^\circ$  در نظر گرفته می شود.

حداقل آرماتور طولی موجود در داخل خاموت جهت تامین مقاومت  $T_n$  :

$$A_{l_{Required}} = \frac{A_t}{S} P_h \left( \frac{f_{yt}}{f_y} \right) \cot^2 \theta$$

با توجه به رابطه ی 5-7 هرچه زاویه ی ترک کمتر باشد، مولفه ی افقی نیرو که باید توسط آرماتورهای طولی تحمل شود افزایش می یابد و به آرماتور طولی بیشتری نیاز خواهیم داشت.

کلیه ی آرماتورهای طولی پیچشی بصورت کششی عمل می کنند، در سمتی از مقطع که تحت خمش فشار ایجاد می شود می توان سطح مقطع آرماتورهای طولی پیچشی را کم کرد به شرط آن که از حداقل آرماتور طولی کمتر نشود.

$$A_{l_{min}} = \frac{0.42 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left( \frac{A_t}{S} \right) P_h \left( \frac{f_{yt}}{f_y} \right)$$

در اینجا مقدار  $\frac{A_t}{S}$  نباید از  $0.175 \frac{b_w}{f_y}$  کمتر در نظر گرفته شود.

- در مقطع پیش تنیده می توان از کابل پیش تنیده در صورت داشتن ظرفیت بیشتر برای تحمل نیروی کششی ناشی از پیچش نیز استفاده کرد.

- قلاب خاموت پیچشی باید حداقل زاویه ی 135 درجه داشته باشد، مگر در حالتی که قلاب در مجاورت تیر یا دال قرار بگیرد.

- در مقاطع توخالی فاصله ی مرکز خاموت بسته تا لبه ی داخلی مقطع نباید از  $\frac{0.5 A_{oh}}{P_h}$  کمتر باشد.

حداقل آرماتور برشی - پیچشی عرضی :

$$(A_v + 2A_t)_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0.0625 \frac{\sqrt{f'_c} b_w S}{f_{yt}} \\ \frac{0.35 b_w S}{f_{yt}} \end{array} \right.$$

حداکثر فاصله ی آرماتورهای پیچشی :

$$S \leq \begin{cases} 300 \text{ mm} \\ \frac{P_h}{8} \end{cases} \quad \text{خاموت پیچشی}$$

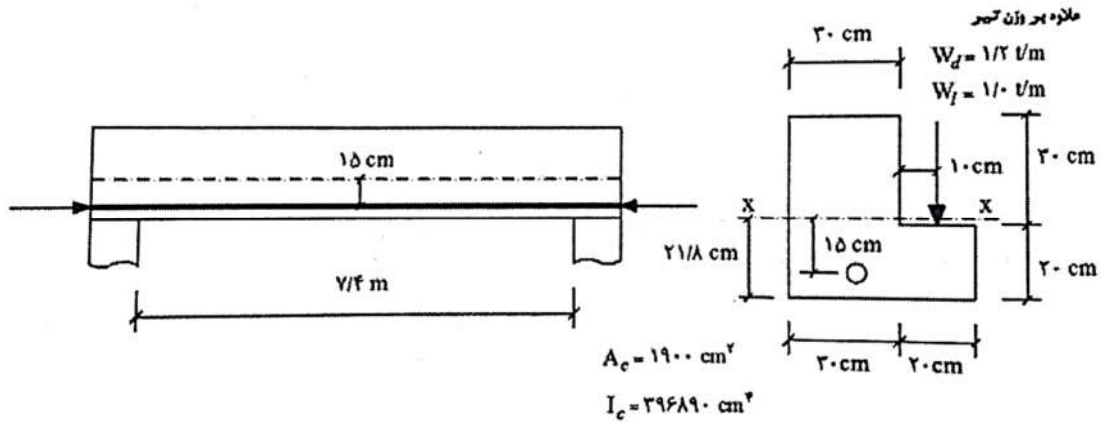
$$S \leq \begin{cases} 600 \text{ mm} \\ \frac{3}{4} h \left( \frac{3}{8} h \right) \end{cases} \quad \text{خاموت برشی}$$

حداکثر فاصله ی میلگردهای طولی پیچشی در داخل خاموت بسته 300 میلی متر و حداقل قطر میلگردهای طولی 0.042S و نه کمتر از 10 میلی متر می باشد.

مثال 1) تیر پیش تنیده با مقطع نشان داده شده در شکل را از نظر ترکیب میلگردهای برشی و پیچشی مورد بررسی قرار دهید.

مقاومت برشی بتن در محل بحرانی برش را با استفاده از معادله ساده آیین نامه به دست آورید. نیروی پیش تنیدگی موثر  $P_e =$

80 t، استراند پیش تنیدگی گرید 250،  $A_{ps} = 10/2 \text{ cm}^2$ ،  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ ، میلگرد برشی  $10\phi$  گرید 40 می باشد.



از آن جایی که برای اعضای غیر پیش تنیده و یا با پیش تنیدگی کم  $\theta = 45^\circ$  و برای اعضای با پیش تنیدگی قابل توجه  $(f_{pe} \geq 0.4 f_{pu})$ ، در نظر گرفته می شود. ابتدا میزان پیش تنیدگی را تعیین می کنیم:

$$G250 \rightarrow f_{pu} = 250 \times 6/9 = 1725 \text{ MPa}$$

$$P_e = 800 \text{ KN} \rightarrow P_e > 0.4 A_{ps} f_{pu} \quad \text{ok}$$

عضو دارای پیش تنیدگی قابل توجه می باشد.

محل برش بحرانی تعیین می گردد؛

$$\frac{h}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$d_p = 28/2 + 15 = 43/2 \text{ cm}$$

بارهای واده به تیر:

$$W_d = 12 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

$$W_l = 10 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

$$W_0 = A_c \times \gamma = 0.19 \times 25 = 4.75 \frac{\text{KN}}{\text{m}}$$

محاسبه ی برش: برش حداکثر در مقطع بحرانی = فاصله تا محل برش صفر  $W_u \times$

$$W_u = (W_d + W_0) \times 1/2 + W_l \times 1/6 = (4.75 + 12) \times 1/2 + 10 \times 1/6 = 36/1 \text{ KN/m}$$

فاصله تا محل برش صفر:

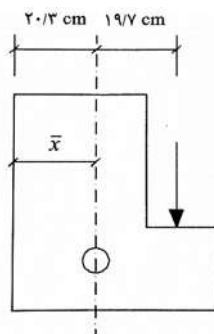
$$(7/4 \div 2) - 0.25 = 3/45 \text{ m}$$

$$V_u = 36/1 \times 3/45 \approx 125 \text{ KN}$$

محاسبه ی پیچش :

$$W_u = W_d \times 1/2 + W_l \times 1/6 = 12 \times 1/2 + 10 \times 1/6 = 30/4 \text{ KN/m}$$

پیچش حداکثر در مقطع بحرانی = فاصله تا محل پیچش صفر  $\times$  پیچش واحد طول



$$(30 \times 50 \times 15 + 20 \times 20 \times 40) = (30 \times 50 + 2 \times 20) \bar{X} \Rightarrow \bar{X} = 20/3 \text{ cm}$$

$$\text{پیچش واحد طول} = 30/4 \times 0/197 = 6 \text{ KN} - m/m$$

$$T_u = 6 \times 3/45 = 20/7 \text{ KN} - m$$

مقایسه ی پیچش موجود با پیچش آستانه جهت بررسی لزوم طراحی پیچشی :

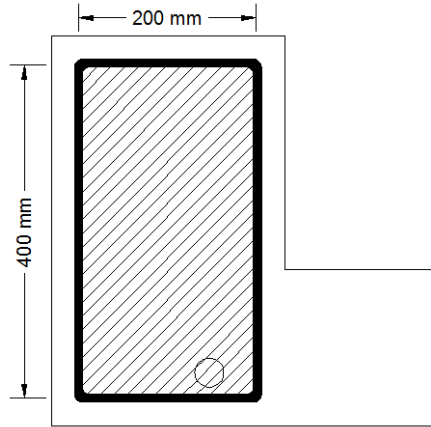
$$T_u < \phi \lambda (0/083) \sqrt{f'_c} \left( \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \right) \sqrt{1 + \frac{3f_{pc}}{\lambda \sqrt{f'_c}}}$$

$$= 0/75 \times 0/083 \times \sqrt{35} \left( \frac{190000^2}{2000} \right) \sqrt{1 + \frac{3 \times 4/2}{\sqrt{35}}} = 11/76$$

$20/7 > 11/76 \rightarrow$  باید پیچش منظور شود

کنترل مقطع تحت ترکیب تنش های برشی و پیچشی :

$$\sqrt{\left( \frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left( \frac{T_u P_h}{1/7 A_{oh}^2} \right)^2} \leq \phi \left( \frac{V_c}{b_w d} + 0/66 \sqrt{f'_c} \right)$$



$$P_h = 2 \times (200 + 400) = 1200$$

$$A_{oh} = 200 \times 400 = 80000$$

$$\sqrt{\left(\frac{125000}{300 \times 432}\right)^2 + \left(\frac{20700000 \times 1200}{1/7 \times 80000^2}\right)^2} = 2/48$$

محاسبه ی  $V_C$  از روش ساده :

$$0/166 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d \leq V_C = \left(0/05 \lambda \sqrt{f'_c} + 4/8 \frac{V_u d_p}{M_u}\right) b_w d \leq 0/42 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d$$

$M_u$  لنگر ناشی از بارهای ضریبدار در محل برش بحرانی می باشد که به صورت زیر محاسبه می شود. جهت محاسبه ی لنگر عرض تکیه گاه را 40 سانتی متر فرض می کنیم. بنابراین دهانه ی تیر برابر 7/8 متر خواهد بود.

$$M_u = 36/9 \times \frac{7/8}{2} \times (0/25 + 0/2) - 36/9 \times 0/45 \times \frac{0/45}{2} = 59/7 \text{ KN} - m$$

$$V_C = \left(0/05 \sqrt{35} + 4/8 \frac{125 \times 0/432}{59/7}\right) 300 \times 432 = 601 \text{ KN}$$

$$V_C = 322 \text{ KN}$$

$$0/42 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d = 0/42 \sqrt{35} \times 300 \times 432 = 322 \text{ KN}$$

$$\phi \left(\frac{V_C}{b_w d} + 0/66 \sqrt{f'_c}\right) = 0/75 \left(\frac{322000}{300 \times 432} + 0/66 \sqrt{35}\right) = 4/8 \text{ Mpa}$$

$$2/48 < 4/8 \quad ok$$

$V_u = 125 < V_C = 322 \rightarrow$  نیاز به خاموت برشی نیست  $\rightarrow$  کل پیچش باید توسط خاموت تحمل شود

مقطع پیش تنیدگی قابل توجه دارد در نتیجه  $\theta = 37/5$



$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{S} \cot \theta \rightarrow \frac{A_t}{S} = \frac{T_n}{1/7 A_{oh} f_{yt} \cot \theta} = \frac{T_u / \phi}{1/7 A_{oh} f_{yt} \cot \theta}$$

$$= \frac{27600000}{1/7 \times 80000 \times 340 \times \cot 37/5} = 0/46 \frac{mm^2}{mm}$$

$$\left(\frac{A_v + 2A_t}{S}\right)_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0/0625 \frac{\sqrt{f'_c} b_w}{f_{yt}} = 0/0625 \frac{\sqrt{35} \times 300}{340} = 0/32 \\ \frac{0/35 b_w}{f_{yt}} = \frac{0/35 \times 300}{340} = 0/31 \end{array} \right.$$

$$\frac{2A_t}{S} = 0/92 > 0/32 \quad ok$$

$$S \leq \left\{ \begin{array}{l} 300 \text{ mm} \\ P_h = \frac{1200}{8} = 150 \text{ mm} \end{array} \right.$$

با فرض استفاده از خاموت  $\emptyset 10$  با فاصله ی 150 میلی متر داریم :

$$\frac{A_t}{S} = 0/46 \rightarrow S = \frac{78/5}{0/46} = 170/6 > 150 \rightarrow S = 150 \text{ mm} \rightarrow \emptyset 10 @ 150 \text{ mm}$$

آرماتور طولی پیچشی لازم :

$$A_{l_{Required}} = \frac{A_t}{S} P_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right) \cot^2 \theta = 0/46 \times 1200 \left(\frac{340}{400}\right) \cot^2 37/5 = 797 \text{ mm}^2$$

$$A_{l_{min}} = \frac{0/42 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_y} - \left(\frac{A_t}{S}\right) P_h \left(\frac{f_{yt}}{f_y}\right) = \frac{0/42 \sqrt{35} \times 190000}{400} - (0/46) 1200 \left(\frac{340}{400}\right)$$

$$= 711 \text{ mm}^2$$

$$797 > 711 \quad ok \rightarrow 6\emptyset 14$$

## تغییر شکل

### مقدمه

سازه های پیش تنیده مشابه سایر سازه ها باید علاوه بر مقاومت لازم، از نظر رفتار در حالت بهره برداری و تغییر شکلهای مجاز

نیز بررسی شوند. عضو پیش تنیده ممکن است از نظر تنش ها در حالت بهره برداری و مقاومت نهایی جوابگو باشد، اما ابعاد آن آنقدر

کوچک اختیار گردد که تغییر شکل بیشتر از حد مجاز شود و در نتیجه عضو از نظر رفتار در حالت بهره برداری قابل قبول نباشد.

تغییر شکل در اعضای پیش تنیده به دلیل استفاده از مصالح با مقاومت بالا و نیروی پیش تنیدگی که سبب مقاطع کوچکتر و دهانه

های بزرگتر می شوند، معمولاً از حساسیت بیشتری در مقایسه با بتن آرمه برخوردار می باشد. از طرف دیگر عضو پیش تنیده به دلیل عدم ترک خوردگی بتن و بکارگیری کل ممان اینرسی مقطع در محاسبات تغییر شکل، از سختی بیشتر و در نتیجه تغییر شکل کمتر در مقایسه با بتن آرمه برخوردار می باشد. شایان ذکر است تغییر شکل در سازه های پیش تنیده نیز مشابه سازه های بتن آرمه معمولاً یک مشکل اساسی نمی باشد و به ندرت کنترل کننده است، مگر در موارد خاص که از مصالح با مقاومت بسیار بالا استفاده شده باشد. اعضای پیش تنیده در دو مرحله از نظر تغییر شکل باید مورد بررسی قرار گیرند:

● مرحله اول در حالت نیروی پیش تنیدگی اولیه ( $P_i$ ) تحت اثر وزن تیر به تنهایی است که نیروی پیش تنیدگی زیادی به عضو وارد می شود و اتلاف تنش های بلند مدت نیز هنوز به طور کامل وارد عمل نشده اند. خیز به طرف بالای (camber) عضو پیش تنیده در این حالت می تواند مشکلاتی برای عضو به همراه داشته باشد.

خیز بیش از حد مجاز در حالت بهره برداری می تواند سبب ناهمواری در پل ها و مسیر جاده ها و همچنین مشکلات مشابه نظیر برآمدگی سقف و آسیب به اجزای غیر سازه ای در سایر سازه ها گردد.

● مرحله دوم بررسی عضو پیش تنیده در حالت نیروی پیش تنیدگی موثر ( $P_e$ ) تحت اثر کلیه بارهای وارده است که اتلاف تنش های بلند مدت وارد عمل شده اند. در این مرحله اثرات بلند مدت نظیر جمع شدگی و خزش بتن و سستی فولاد باید در محاسبات تغییر شکل بلند مدت عضو پیش تنیده در نظر گرفته شوند. تغییر شکل بیش از حد مجاز در هر دو حالت اولیه (به سمت بالا) و موثر (به سمت پایین) می تواند مشکلات مشابهی نظیر ترک خوردگی و آسیب به سایر اجزای سازه ای و غیر سازه ای و همچنین عدم عملکرد صحیح برخی تجهیزات و ماشین آلات مستقر در سازه را به همراه داشته باشد.

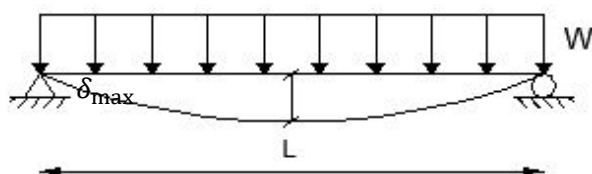
ضرایب مورد استفاده در محاسبات و تقریبی بودن آن از نکات قابل توجه محاسبه تغییر شکل می باشد. تغییر شکل عضو پیش تنیده بستگی به ضریب ارتجاعی بتن دارد و این ضریب نیز در یک حالت عمومی بستگی به عوامل مختلفی نظیر سن بتن، طرح اختلاط بتن، بارهای وارده و موارد دیگر دارد که معمولاً در محاسبات در نظر گرفته نمی شوند و در نهایت باعث برخوردار نبودن از دقت لازم می شود. همچنین اثرات بلند مدت نیز در محاسبات تغییر شکل اعضای پیش تنیده معمولاً بصورت تقریبی در نظر گرفته می شوند و در نتیجه بعلا دلایل فوق محاسبات از دقت لازم برخوردار نیست ولی باتوجه به اینکه هدف اصلی در این حالت یک برآورد کلی از مقدار تغییر شکل عضو پیش تنیده است که جهت شناخت بهتر از رفتار عضو در حالت بهره برداری است روش های سریع و تقریبی ترجیح داده می شوند. دقت شود باتوجه به اینکه عضو پیش تنیده معمولاً فاقد ترک خوردگی و دارای رفتار ارتجاعی

است، بنابراین استفاده از روابط ارتجاعی در محاسبات تغییر شکل اعضای پیش تنیده از دقت بیشتری در مقایسه با بتن آرمه برخوردار می باشد. تغییر شکل اعضای پیش تنیده شامل دو بخش تغییر شکل در اثر بارهای وارده و نیروی پیش تنیدگی می شود. در ادامه به بررسی این تغییر شکل ها پرداخته شده است.

## 2) تغییر شکل در اثر بارهای وارده :

بارهای وارده شامل وزن تیر و بارهای مرده و زنده وارده می باشند. تغییر شکل در اثر بارهای وارده از روابط معمول ارتجاعی بدست می آید. چند حالت معمول تغییر شکل تیرهای ساده که در اعضای پیش تنیده کاربرد دارند در این قسمت ارائه شده است.

- حداکثر تغییر شکل وسط دهانه تیر ساده تحت اثر بار گسترده :



$$\delta_{max} = \frac{5Wl^4}{384EI}$$

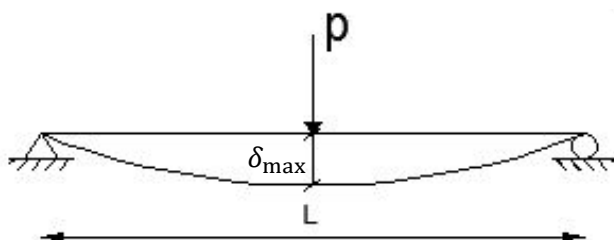
W : بار وارده

l : طول دهانه

E : ضریب ارتجاعی

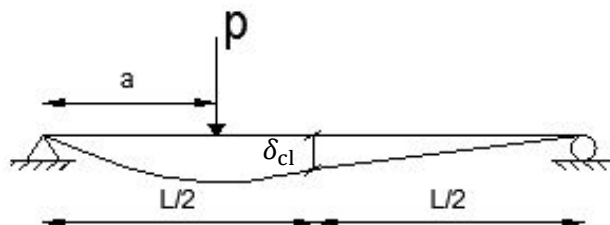
I : ممان اینرسی مقطع

- حداکثر تغییر شکل وسط دهانه تیر ساده تحت اثر بار متمرکز p در وسط دهانه :



$$\delta_{max} = \frac{pl^3}{48EI}$$

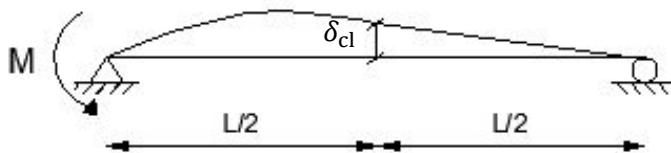
- تغییر شکل وسط دهانه تیر ساده تحت اثر بار متمرکز  $p$  به فاصله  $(a)$  از تکیه گاه:



$$\delta_{cl} = \frac{pa(3l^2 - 4a^2)}{48EI}$$

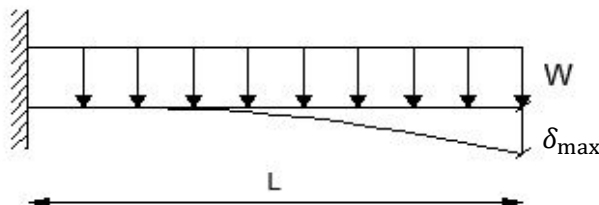
که در این حالت اگر  $a = \frac{l}{2}$  باشد رابطه قبلی بدست می آید.

- تغییر شکل وسط دهانه تیر ساده تحت اثر لنگر متمرکز  $M$  روی تکیه گاه :



$$\delta_{max} = \frac{Ml^2}{16EI}$$

- حداکثر تغییر شکل تیر طره تحت اثر بار گسترده :



$$\delta_{max} = \frac{wl^4}{8EI}$$

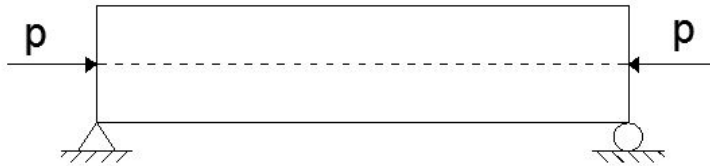
- حداکثر تغییر شکل تیر طره تحت اثر بار متمرکز در انتهای آزاد آن :



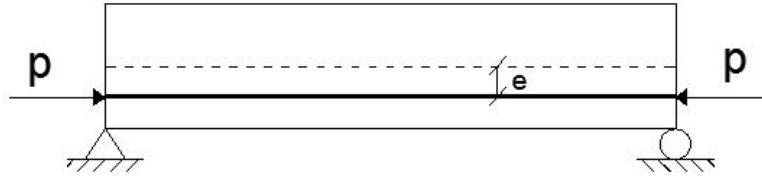
$$\delta_{max} = \frac{pl^3}{3EI}$$

### (3) تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی :

نیروی پیش تنیدگی در مواردی که دارای خروج از مرکزیت است سبب تغییر شکل در عضو پیش تنیده می گردد. دو حالت عضو پیش تنیده با و بدون خروج از مرکزیت در شکل زیر نشان داده شده است. در حالت اول کابل پیش تنیدگی فاقد خروج از مرکزیت است و اثرات نیروی پیش تنیدگی فقط به صورت یک نیروی محوری می باشد و تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی در عضو ایجاد نمی شود.



اما در حالت دوم کابل پیش تنیدگی دارای خروج از مرکزیت است؛ اثرات خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی سبب خیز به سمت بالای عضو پیش تنیده می گردد. به عبارت دیگر لنگر خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی سبب تغییر شکل در عضو پیش تنیده می شود. در مواردی که اثرات نیروی پیش تنیدگی فاقد لنگر در عضو پیش تنیده است، تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی در عضو ایجاد نخواهد شد.

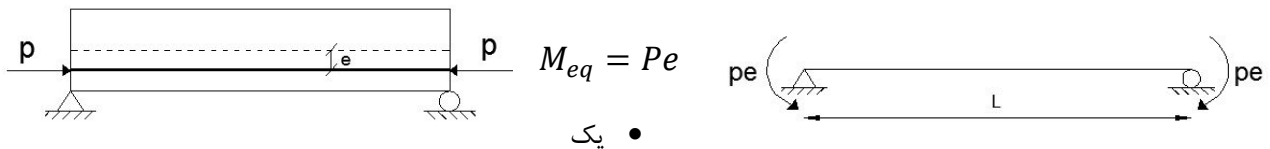


برای محاسبه تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی می توان از روش بار معادل (equivalent load method) استفاده کرد.

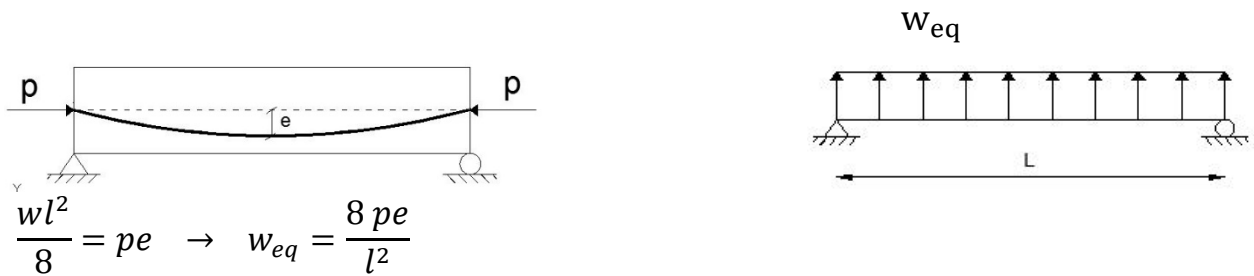
### 1) روش بار معادل:

در این روش، ابتدا اثرات خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی با یک بار معادل جایگزین می گردد، سپس تغییر شکل در اثر بار معادل با استفاده از روابط معمول ارتجاعی به دست می آید. به عبارت دیگر در حالت نیروی پیش تنیدگی فاقد خروج از مرکزیت، بار معادل صفر است؛ اما در حالت نیروی پیش تنیدگی دارای خروج از مرکزیت بار معادلی به عضو وارد می شود که همان اثرات خروج از مرکزیت نیروی پیش تنیدگی را داشته باشد. مقدار بار معادل و توزیع آن بستگی به شکل کابل پیش تنیدگی دارد.

- در صورتی که مقدار خروج از مرکزیت کابل ثابت باشد، بار معادل لنگرهای متمرکز در دو انتهای تیر می باشند.



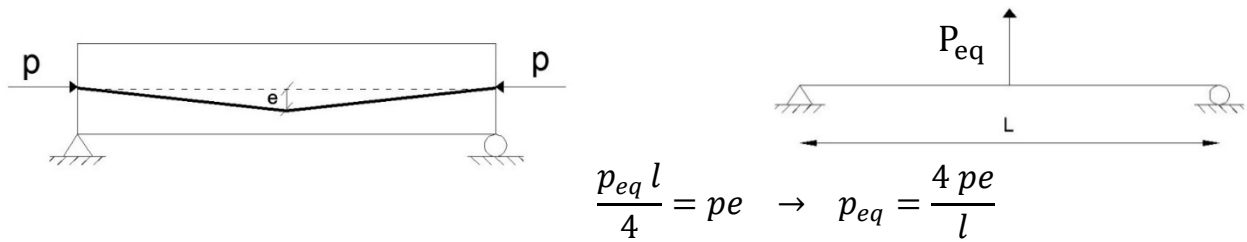
حالت متداول دیگر، تیر پیش تنیده با کابل سهمی شکل است که بار معادل آن یک بار گسترده یکنواخت است.



$$\frac{wl^2}{8} = pe \rightarrow w_{eq} = \frac{8pe}{l^2}$$

چنانچه شکل کابل پیش تنیدگی به صورت خطی مطابق شکل زیر باشد، بار معادل یک نیروی متمرکز است

که مقدار آن از رابطه زیر نتیجه می گردد.



(4) ضرایب مورد استفاده در محاسبات تغییرشکل:

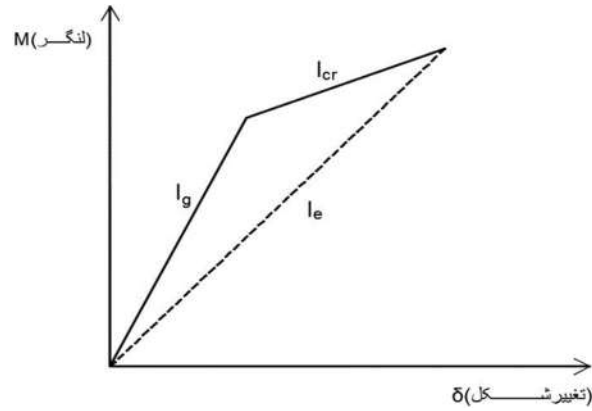
تغییرشکل های اولیه اعضای پیش تنیده با استفاده از روابط ارتجاعی به دست می آید. ممان اینرسی مقطع در محاسبات تغییرشکل بستگی به گروه طراحی عضو پیش تنیده دارد. در حالت گروه طراحی U که مقطع فاقد ترک خوردگی است از ممان اینرسی کل مقطع ( $I_g$ ) محاسبه می شود و در حالت گروه انتقالی T و یا گروه ترک خورده C لازم است ممان اینرسی مقطع بر اساس وضعیت ترک خوردگی عضو محاسبه شود. در این حالت می توان از رابطه لنگر-تغییرشکل دو خطی یا ممان اینرسی موثر ( $I_e$ ) مقطع استفاده شود.

ضریب ارتجاعی مورد استفاده در روابط تغییرشکل، ضریب ارتجاعی بتن است که از رابطه زیر بدست می آید:

$$E_{ci} = 4700\sqrt{f'_c}$$

که در آن  $f'_c$  مقاومت فشاری اولیه بتن می باشد.

در حالت تغییرشکل اولیه معمولاً مقطع فاقد ترک خوردگی است و ضریب ارتجاعی ثابت بتن یک فرض مناسب می باشد. اما در حالتی که مقطع ترک خورده است، ضریب ارتجاعی بتن به دلیل ترک خوردگی بتن در طول عضو متغیر می باشد. ضوابط آیین نامه بر اساس استفاده از ضریب ارتجاعی ثابت بتن و اعمال اثرات فولاد و ترک خوردگی بتن در ممان اینرسی مقطع است. ممان اینرسی مقطع ترک خورده در طول عضو متغیر می باشد. بررسی های انجام شده نشان داده اند که استفاده از ممان اینرسی مقطع ترک خورده که در گذشته استفاده می شده به دلیل اینکه بخشی از عضو فاقد ترک خوردگی است، تغییرشکل عضو را بیشتر از مقدار واقعی برآورد می نماید. دو روش برای ممان اینرسی مقطع ترک خورده توسط آیین نامه ACI پیشنهاد می شود؛ رابطه لنگر-تغییرشکل دو خطی و ممان اینرسی موثر مقطع که در نمودار زیر نشان داده شده است:



در روش لنگر-تغییر مکان دو خطی، تغییر شکل مقطع تا قبل از ترک خوردگی بتن توسط ممان اینرسی کل مقطع ( $I_g$ ) و پس از ترک خوردگی بتن، توسط ممان اینرسی مقطع ترک خورده ( $I_{cr}$ ) محاسبه می شود. کل تغییر شکل عضو نیز از حاصل جمع 2 حالت نتیجه می گردد. در روش ممان اینرسی موثر ( $I_e$ ) که موارد استفاده بیشتری دارد، کل تغییر شکل عضو با استفاده از ممان اینرسی موثر مقطع عضو محاسبه می شود. نتایج دو روش معمولاً نزدیک به هم می باشند. ممان اینرسی موثر مقطع بر اساس نتایج مطالعات و رابطه لنگر تغییر شکل دو خطی، ترکیبی از ممان اینرسی کل و مقطع ترک خورده است و از رابطه زیر بدست می آید:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * I_g + \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right) * I_{cr} \leq I_g$$

در رابطه فوق  $M_a$  حداکثر لنگر عضو ناشی از بارهای بهره برداری در حالتی که تغییر شکل محاسبه می شود و  $M_{cr}$  نیز لنگر

ترک خوردگی مقطع است که مقدار آن از رابطه زیر بدست می آید:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$$

که در این رابطه  $y_t$  فاصله تار خنثی مقطع تا محل حداکثر تنش کششی است و  $f_r$  مقاومت کششی بتن است که مقدار آن

از رابطه زیر بدست می آید:

$$f_r = 0.62 \sqrt{f'_c}$$

همانگونه که ملاحظه میشود ممان اینرسی موثر مقداری بین ممان اینرسی کل و ممان اینرسی ترک خورده دارد.  $I_{cr} < I_e < I_g$

و با افزایش لنگر وارده ( $M_a$ ) و نزدیک شدن آن به لنگر ترک خوردگی بتن ( $M_{cr}$ ) ممان اینرسی موثر به ممان اینرسی مقطع



ترک خورده نزدیک می شود. چنانچه لنگر وارده کمتر از لنگر ترک خوردگی و مقطع فاقد ترک خوردگی باشد ممان اینرسی مقطع طبق رابطه بزرگتر از ممان اینرسی کل مقطع می شود. و لازم است کل ممان اینرسی مقطع در محاسبات قرار داده شود.

ممان اینرسی مقطع ترک خورده ( $I_{cr}$ ) در اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه بدست می آید که در آن عضو بتنی به همراه فولاد با یک عضو کاملاً بتنی معادل می گردد.

### 5) تغییر شکل کوتاه مدت:

همانگونه که توضیح داده شد اعضای پیش تنیده در دو مرحله از نظر تغییر شکل باید مورد بررسی قرار گیرند. مرحله اول، در حالت نیروی پیش تنیدگی اولیه ( $P_i$ ) یا رفتار کوتاه مدت است که عضو تحت اثر مقدار زیادی نیروی پیش تنیدگی قرار دارد و اثرات بلند مدت نیز هنوز بطور کامل وارد عمل نشده اند. مرحله دوم، در حالت نیروی پیش تنیدگی موثر ( $P_e$ ) است که نیروی پیش تنیدگی مقداری کاهش می یابد و اثرات بلند مدت نظیر جمع شدگی و خزش بتن و سستی فولاد لازم است در محاسبات تغییر شکل عضو پیش تنیده در نظر گرفته شوند. محاسبات تغییر شکل کوتاه مدت عضو پیش تنیده از دقت بیشتری در مقایسه با تغییر شکل بلند مدت برخوردار می باشد زیرا در این حالت معمولاً مقطع فاقد ترک خوردگی است. و اثرات بلند مدت ناچیز می باشد. در این حالت، خیز به طرف بالای عضو پیش تنیده می تواند مشکلاتی برای عضو به همراه داشته باشد. بنابراین عضو پیش تنیده تحت اثر نیروی پیش تنیدگی و وزن تیر یک حالت بحرانی بارگذاری می باشد. با افزایش بارهای وارده، خیز به طرف بالای عضو پیش تنیده کاهش می یابد و پس از گذشت زمان و عملکرد اثرات بلند مدت، تغییر شکل عضو به طرف پایین می شود.

تغییر شکل اولیه عضو پیش تنیده از جمع جبری تغییر شکل ناشی از نیروی پیش تنیدگی و وزن تیر بدست می آید.

$$\Delta_i = -\Delta_{pi} + \Delta_o$$

که در آن  $\Delta_i$  تغییر شکل اولیه عضو پیش تنیده و  $\Delta_{pi}$  قدر مطلق تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی اولیه و  $\Delta_o$  قدر مطلق تغییر شکل در اثر وزن تیر می باشد. این رابطه یک حالت معمول را بیان می کند که تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی به سمت بالا و تغییر شکل در اثر وزن تیر خلاف جهت آن و به طرف پایین می باشد. بنابراین در مواردی که علامت تغییر شکل منفی نتیجه شود به مفهوم خیز به طرف بالا و در حالت مثبت تغییر شکل به سمت پایین است.

### 6) تغییر شکل بلند مدت:

تغییر شکل بلند مدت اعضای پیش تنیده مشابه تغییر شکل کوتاه مدت شامل تغییر شکل در اثر بارهای وارده و نیروی پیش تنیدگی می شود. عوامل مختلفی در محاسبه تغییر شکل های بلند مدت اثر می گذارند که باید مورد بررسی قرار گیرند. چنانچه

تغییر شکل های بلند مدت در اثر جمع شدگی بتن و سستی فولاد نیز به خزش بتن اضافه شود و اندرکنش این تغییر شکل ها در نظر گرفته شوند در آن صورت ضرایب نامعین بیشتر می شوند و محاسبات تغییر شکل بلندمدت از پیچیدگی به مراتب بیشتر برخوردار می گردند. روش های تقریبی براساس انجام محاسبات دقیق تر با استفاده از نرم افزارهای کامپیوتری و دستیابی به یک سری ضرایب تشدید است که در حالات معمول قابل استفاده می باشند. بنابراین تغییر شکل های بلندمدت اعضای پیش تنیده بدون نیاز به محاسبات پیچیده و با استفاده از ضرایب تشدید پیشنهادی برآورد می گردد. یکی از روش های تقریبی که موارد استفاده بسیاری در محاسبات تغییر شکل های بلند مدت اعضای پیش تنیده دارد روش ضرایب تشدید پیشنهادی PCI است که در جدول زیر ارائه شده است:

تغییر شکل	بدون بخش فوقانی مرکب	با بخش فوقانی مرکب
<b>در زمان نصب:</b>		
تغییر شکل (به طرف پایین) - به تغییر شکل ارتجاعی در اثر وزن عضو در زمان رها کردن نیروی پیش تنیدگی اعمال می شود.	1.85	1.85
خیز (به طرف بالا) - به خیز ارتجاعی در اثر نیروی پیش تنیدگی در زمان رها کردن نیروی پیش تنیدگی اعمال می شود.	1.8	1.8
<b>نهایی:</b>		
تغییر شکل (به طرف پایین) - به تغییر شکل ارتجاعی در اثر وزن عضو در زمان رها کردن نیروی پیش تنیدگی اعمال می شود.	2.7	2.4
خیز (به طرف بالا) - به خیز ارتجاعی در اثر نیروی پیش تنیدگی در زمان رها کردن نیروی پیش تنیدگی اعمال می شود.	2.45	2.2
تغییر شکل (به طرف پایین) - به تغییر شکل ارتجاعی در اثر بارهای دائمی (بار مرده به علاوه درصدی از بار زنده) اعمال می شود.	3	3
تغییر شکل (به طرف پایین) - به تغییر شکل ارتجاعی در اثر بخش فوقانی مرکب اعمال می شود.	-	2.3

ضرایب تشدید فوق برای حالات معمول است و از نظر زمانی به دو حالت بحرانی زمان نصب و حالت نهایی تفکیک شده اند. باتوجه به اینکه نصب عضو معمولاً پس از گذشت یک مدت زمان پس از رها کردن کابل انجام می شود، بنابراین لازم است ضریب تشدید در مورد آن نیز اعمال گردد. ضرایب تشدید جدول با فرض زمان حدود 30 الی 60 روز پس از رها کردن کابل برای نصب و سه سال در حالت نهایی می باشد.

### 7) تغییر شکل های مجاز:

رفتار سازه در حالت بهره برداری باید به گونه ای باشد که سبب اختلال در خدمت دهی آن نشود. خدمت دهی سازه نیز به عوامل مختلفی نظیر نوع سازه و کاربری آن و سایر عوامل بستگی دارد. رفتار در حالت خدمت دهی اثراتی بر شکل ظاهری، قابلیت نگهداری و دوام سازه دارد و هرگونه تغییرات ظاهری سازه در اثر تغییر شکل های بیش از حد مجاز سبب احساس ناامنی در مصرف کنندگان می شود. ضوابط آیین نامه در مورد تغییر شکل های مجاز اعضای پیش تنیده مشابه اعضای بتن آرمه است و تغییر شکل های کوتاه مدت و بلند مدت اعضای پیش تنیده که براساس کل مقطع یا مقطع ترک خورده طراحی می شوند نباید از مقادیر زیر تجاوز کنند.

جدول (1) تغییر شکل های مجاز

نوع عضو	نوع تغییر شکل	حداکثر تغییر شکل مجاز
بام های مسطح که متصل به اجزای غیرسازه ای نباشند که احتمال آسیب رسیدن به این اجزا در اثر تغییر شکل های بزرگ وجود دارد.	تغییر شکل کوتاه مدت در اثر بار زنده	$\frac{l}{180}$
کف هایی که متصل به اجزای غیرسازه ای نباشند که احتمال آسیب رسیدن به این اجزا در اثر تغییر شکل های بزرگ وجود دارد.	تغییر شکل کوتاه مدت در اثر بار زنده	$\frac{l}{360}$
بام ها و کف هایی که متصل به اجزای غیرسازه ای باشند که احتمال آسیب رسیدن به این اجزا در اثر تغییر شکل های بزرگ وجود دارد.	آن بخش از تغییر شکل که پس از اتصال اجزای غیرسازه ای اتفاق می افتد (شامل تغییر شکل های کوتاه مدت در اثر بار زنده و تغییر شکل های ناشی از بارهای دائمی)	$\frac{l}{480}$
بام ها و کف هایی که متصل به اجزای غیرسازه ای باشند که احتمال آسیب رسیدن به این اجزا در اثر تغییر شکل های بزرگ وجود ندارد.		$\frac{l}{240}$

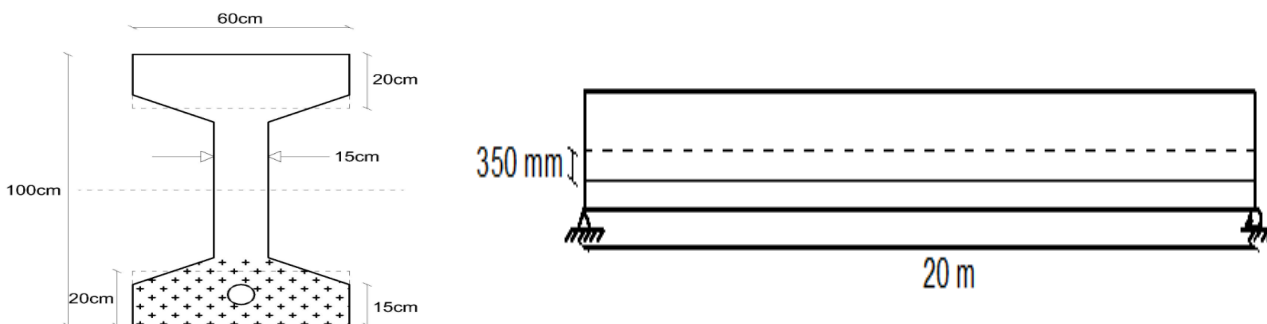
که در این جدول  $l$  طول دهانه اندازه گیری شده از مرکز به مرکز تکیه گاه است.

**مثال ۱)** تیر زیر را در صورتی که به پارتیشن بندی آسیب پذیر متصل باشد بطوریکه احتمال آسیب رسیدن به این اجزا در اثر تغییر شکل های بزرگ وجود دارد و بعنوان تیر کف به کار رفته باشد از نظر تغییر شکل کنترل کنید. (براساس اطلاعات قبلی این تیر در مرحله اولیه و نیز تحت بارهای دائمی ترک نمی خورد ولی تحت اثر کل بار ترک می خورد).

تیر نشان داده شده در شکل توسط 20 عدد کابل به قطر  $12.7\text{ mm}$  گرید 270 بصورت پیش کشیده پیش تنیده می گردد. پیش تنیدگی جک  $f_{pu} = f_{pj} = 0.75$  است که 48 ساعت پس از بتن ریزی و عمل آوری بتن به وسیله بخار آب بطور همزمان به عضو وارد می شود. سیمان مصرفی از نوع زودگیر تیپ III و مقاومت فشاری نهایی بتن  $f_c = 420\text{ kg/cm}^2$  می باشد. خروج از مرکزیت کابل پیش تنیدگی ثابت است و توزیع کابل های پیش تنیدگی و مرکز سطح آنها مطابق شکل می باشد. مقدار لغزش کابل در گیره برای سیستم مورد استفاده  $3\text{ mm}$  است. بار مرده  $0.5\text{ t/m}$  علاوه بر وزن تیر و بار زنده  $2\text{ t/m}$  است که 50٪ آن را می توان به عنوان بار زنده دائمی در نظر گرفت. مقادیر اتلاف تنش های کوتاه مدت و بلندمدت پس از 5 سال و نیروهای پیش تنیدگی اولیه و موثر

را در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی بدست آورید. نیروی پیش تنیدگی اولیه برابر است با  $P_i = 2518\text{ KN}$

ضخامت بال های مقطع تیر متغیر است، اما به جهت تسریع در محاسبات و بطور تقریبی ضخامت میانگین ثابت فرض می شود.



ابتدا مشخصات مقطع شامل مساحت و ممان اینرسی آن را می یابیم:

$$A_c = 2 * 60 * 20 + 60 * 15 = 3300\text{ cm}^2 = 330000\text{ mm}^2$$

$$I_g = \left( \frac{15 * 60^3}{12} \right) + 2 * \left[ \left( \frac{60 * 20^3}{12} \right) + 60 * 20 * 40^2 \right] = 4190000\text{ cm}^4 = 4.19 * 10^{10}\text{ mm}^4$$

$$E_c = 4700\sqrt{42} = 30460 \text{ MPa}$$

بررسی ترک خوردگی در بالای مقطع تحت اثر بار پیش تنیدگی:

$$f_{pt} = -\frac{P}{A} + \frac{P.e.C}{A} = -\frac{1987000}{330000} + \frac{1987000 * 350 * 500}{4.19 * 10^{10}} = 2.28 \leq f_r = 0.62\sqrt{42} = 4 \text{ MPa}$$

با توجه به بار زنده متحرک کنترل می کنیم که آیا مقطع ترک میخورد یا نه؟

$$W_o = 330000 \times 2.4 \times 10^{-5} = 7.9 \text{ N/mm}$$

$$W_d = 7.9 + 5.0 + 10 = 22.9 \text{ N/mm}$$

$$W_a = 7.9 + 5 + 20 = 32.9 \text{ N/mm}$$

$$M_a = \frac{w_a L^2}{8} = \frac{32.9 * 20000^2}{8} = 1645 \text{ KN} - \text{mm}$$

ترک خوردگی را در وسط دهانه بررسی می کنیم:

در مثال 3-1 نیروی پیش تنیدگی موثر در وسط دهانه برابر  $P_e = 1987 \text{ KN}$  شد. (حل کتاب آقای اکبر)

$$f_r = 0.62\sqrt{42} = \frac{M_{cr} \left(\frac{h}{2}\right)}{I_g} - \frac{P}{A} - \frac{P.e.C}{A}$$

$$= \frac{M_{cr} * 500}{4.19 * 10^{10}} - \frac{1987000}{330000} - \frac{1987000 * 350 * 500}{4.19 * 10^{10}}$$

$$\Rightarrow M_{cr} = 1537 \text{ MPa}$$

$M_{cr} = 1537 < M_a = 1645 \Rightarrow$  مقطع ترک خورده است

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{196650}{30460} = 6.46$$

$$X = \frac{600 * X * \frac{X}{2} + 1974 * 6.46 * 850}{600 * X + 1974 * 6.46} = 170 \text{ mm} < 200 \text{ O.K}$$

$$I_{cr} = 1974 * 6.46 * (850 - 170)^2 + \frac{600 * 170^3}{3} = 6.88 * 10^9$$

$$I_e = \left(\frac{1537}{1645}\right)^3 * 4.19 * 10^{10} + \left(1 - \left(\frac{1537}{1645}\right)^3\right) * 6.88 * 10^9 = 3.54 * 10^{10}$$

• محاسبه تغییر شکل کوتاه مدت (اولیه)

تغییر شکل (خیز) اولیه عضو ناشی از وزن تیر:

$$\downarrow \delta_o = \frac{5w_o L^4}{384E_c I_g} = \frac{5 * 7.9 * 20000^4}{384 * 30460 * 4.19 * 10^{10}} = 12.9 \text{ mm} \downarrow$$

تغییر شکل اولیه ناشی از بار مرده و وزن تیر و بار زنده دائمی (پارتیشن بندی):

$$\downarrow \delta_d = \frac{5w_d L^4}{384E_c I_g} = \frac{5 * 22.9 * 20000^4}{384 * 30460 * 4.19 * 10^{10}} = 37.5 \text{ mm} \downarrow$$

تغییر شکل (camber) اولیه ناشی از نیروی پیش تنیدگی اولیه:

$$\uparrow \delta_{camber} = \frac{ML^2}{8E_c I_g} = \frac{P.e.L^2}{8E_c I_g} = \frac{2518 * 10^3 * 350 * 20000^2}{8 * 30460 * 4.19 * 10^{10}} = 34.5 \text{ mm} \uparrow$$

تغییر شکل اولیه قبل از اعمال بار زنده غیر دائمی:

$$37.5 - 34.5 = 3 \text{ mm} \downarrow$$

تغییر شکل اولیه ناشی از بار مرده و وزن تیر و کل بار زنده:

$$\downarrow \delta_a = \frac{5w_a L^4}{384E_c I_e} = \frac{5 * 32.9 * 20000^4}{384 * 30460 * 3.54 * 10^{10}} = 63.6 \text{ mm} \downarrow$$

تغییر شکل اولیه تحت کل بارها:

$$63.6 - 34.5 = 29.1 \text{ mm} \downarrow$$

تغییر شکل (خیز) اولیه عضو ناشی از بار زنده غیر دائمی:

$$29.1 - 3 = 26.1 \text{ mm} \downarrow$$

#### • محاسبه تغییر شکل بلند مدت

تغییر شکل بلندمدت عضو ناشی از وزن تیر:

$$\downarrow \delta_{o,t} = 1.85 * 12.9 = 23.86 \text{ mm}$$

تغییر شکل بلندمدت عضو ناشی از پیش تنیدگی:

$$\uparrow \delta_{camber,t} = 1.8 * 34.5 = 62.1 \text{ mm}$$

تغییر شکل بلند مدت تحت بارهای دائمی (بار مرده + زنده دائمی) را محاسبه می کنیم:

$$M_a = \frac{wL^2}{8} = \frac{(10 + 5) * 20^2}{8} = 750 \text{ KN} - m$$

$$M_{cr} = 1537 > M_a = 750 \Rightarrow \text{مقطع ترک نخورده است} \Rightarrow I_g$$

$$\delta = \frac{5wL^4}{384E_c I_g} = \frac{5 * 15 * 20000^4}{384 * 30460 * 4.19 * 10^{10}} = 24.49 \text{ mm}$$

$$\delta_{d,t} = 3 * 24.49 = 73.47 \text{ mm} \downarrow$$

کل تغییر شکل دائمی عضو برابر است با:

$$73.47 + 23.86 - 62.1 = 35.23 \text{ mm} \downarrow$$

کنترل تغییر شکل مجاز کوتاه مدت ناشی از بار زنده و بارهای دائمی:

$$\downarrow \delta_l = 29.1 + 3 = 32.1 \text{ mm} \leq \frac{l}{480} = \frac{20 * 10^3}{480} = 41.7 \text{ mm}$$

## اعضای پیوسته

## 1-7- مقدمه:

اعضای پیش تنیده پیوسته ( continuous members ) در برخی موارد و خصوصا برای دهانه‌های بزرگ و در پل ها استفاده می‌شوند. مزایای اعضای پیش تنیده پیوسته مشابه مزایای پیوستگی در سایر سازه‌ها مانند سازه‌های بتن آرمه یا فولادی می‌باشند که عبارتند از امکان ایجاد دهانه‌های بزرگتر، تغییرشکل کمتر، مقاطع کوچکتر، مصالح کمتر، باربری جانبی، زیبایی طرح و غیره. یکی از دلایل استفاده کمتر از اعضای پیش تنیده پیوسته دشواری در اجرا در مقایسه با اعضای ساده است. یک تیر با دو دهانه ساده در مقایسه با تیر با دهانه‌های پیوسته در نظر بگیرید، حداکثر لنگر عضو پیوسته در مقایسه با حالت ساده بدون تغییر باقی می‌ماند اما حداکثر لنگر مثبت دهانه به حدود نصف مقدار حالت ساده کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه مستقیم لنگر با تغییر شکل عضو، تغییر شکل تیر پیوسته در مقایسه با حالت ساده به حدود نصف کاهش می‌یابد. از سوی دیگر اعضای پیوسته دارای لنگرهای منفی به مراتب بیشتر در تکیه گاه‌ها در مقایسه با لنگر مثبت می‌باشند، این موضوع در اعضای بتن آرمه به راحتی و با قرار دادن میلگردهای لنگر منفی در محل تکیه گاه قابل حل است اما در مورد اعضای پیش تنیده که مسلح کردن معمولا توسط یک یا چند کابل صورت می‌گیرد، این حالت مقرون به صرفه نیست.

در مورد خروج از مرکزیت و شکل کابل پیش تنیدگی در اعضای پیش‌تنیده پیوسته، همانند اعضای ساده یک شکل مناسب و هماهنگ با لنگر عضو تحت اثر بار گسترده به صورت سهمی است.

اعضای پیوسته معمولا به صورت پس کشیده اجرا می‌شوند. نکته‌ای که در مورد اعضای پیش تنیده پیوسته لازم است مورد توجه قرار گیرد طول نسبتا زیاد کابل پیش تنیدگی و تغییرات انحنای کابل در طول آن است. با توجه به اینکه پیوستگی عضو پیش تنیده معمولا توسط پس کشیدگی تامین می‌گردد، طول و انحنای کابل سبب اتلاف تنش قابل توجهی در اثر اصطکاک می‌شوند. یکی از روش‌های کاهش اتلاف تنش در اثر اصطکاک، استفاده از چند کابل با طول و انحنای کمتر است.

## 2-7-لنگر ثانویه:

پدیده‌ای به نام لنگر ثانویه در اثر پیش تنیدگی در اعضای پیوسته اتفاق می‌افتد که این لنگر می‌تواند اثرات تعیین کننده‌ای در طراحی و اجرای اعضای پیش تنیده پیوسته داشته باشد. یک عضو پیش تنیده ساده با خروج از مرکزیت ثابت را در نظر بگیرید، لنگر حاصل از نیروی پیش تنیدگی سبب تغییر شکل عضو بتنی و خیز به طرف بالای آن می‌شود. حال اگر به همین تیر ساده یک تکیه گاه داخلی (مثلا در وسط دهانه) اضافه گردد در آن صورت این تکیه گاه داخلی مانع از تغییر شکل و خیز به طرف بالای عضو می‌شود، بنابراین در این حالت نیروی پیش تنیدگی سبب ایجاد عکس العمل خارجی در تکیه گاه داخلی می‌گردد. عکس العمل حاصل از نیروی پیش تنیدگی نیز سبب لنگر ثانویه ( secondary moment ) در عضو پیش تنیده می‌شود. لنگر خالص ( net moment ) حاصل از نیروی پیش تنیدگی از جمع جبری لنگرهای اولیه ( حاصل از نیروی پیش تنیدگی ) و لنگرهای ثانویه به دست می‌آید.



نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی در این حالت در موقعیت کابل قرار ندارد و موقعیت آن بر اساس لنگر خالص بدست می‌آید. به عبارت دیگر، محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی از جمع جبری خروج از مرکزیت اولیه و خروج از مرکزیت ناشی از لنگر ثانویه نتیجه می‌شود. خروج از مرکزیت حاصل از لنگر ثانویه از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$y = \frac{M_2}{P}$$

پارامتر  $y$  فاصله تا محل کابل پیش تنیدگی و  $M_2$  لنگر ثانویه حاصل از نیروی پیش تنیدگی می‌باشند.

بنابراین نکته مهم در بررسی اعضای پیش تنیده پیوسته، لنگر ثانویه‌ای است که معمولاً در اثر نیروی پیش تنیدگی در عضو ایجاد می‌شود. پس از بدست آوردن مقدار لنگر ثانویه، محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی تعیین می‌گردد و عضو براساس موقعیت نیروی فشاری یا خروج از مرکزیت جدید مورد بررسی قرار می‌گیرد. خروج از مرکزیت جدید (اصلاح شده) در اثر لنگر ثانویه برابر است با:

$$e^* = e + y$$

لنگر ثانویه حاصل از پیش تنیدگی، با توجه به اینکه در اثر نیروهای متمرکز است حاصل از عکس‌العمل‌ها ایجاد می‌شود، به صورت خطی تغییر می‌کند.

### 3-7- انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و کابل متوازن:

یکی از نکات قابل توجه در بررسی اعضای پیش تنیده پیوسته، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و اثرات آن بر نمودار لنگر و عکس‌العمل‌های داخلی عضو است. انتقال خطی کابل پیش تنیدگی به دوران کابل نسبت به انتهای آن بدوم تغییر در شکل کابل گویند. به عبارت دیگر، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی به جابجایی حداکثر کابل در تکیه‌گاه‌های داخلی بدون جابجایی در تکیه‌گاه‌های خارجی می‌گویند.

انتقال خطی کابل پیش تنیدگی تغییری در محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی و لنگر اولیه ایجاد نمی‌کند و تنش‌ها در بتن بدون تغییر باقی می‌مانند، در واقع تاثیر انتقال خطی کابل پیش تنیدگی بر لنگر ثانویه عضو است. به عبارت دیگر، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی سبب تغییر در نمودار لنگر ثانویه و در نتیجه عکس‌العمل‌های داخلی عضو پیش تنیده پیوسته می‌شود.

انتقال خطی کابل پیش تنیدگی وسیله‌ای مناسب در طراحی اعضای پیش تنیده پیوسته می‌باشد. اگر کابل پیش تنیدگی در موقعیتی قرار گیرد که نمودارهای لنگر اولیه و خالص برابر باشند، در این حالت لنگر ثانویه و عکس‌العمل خارجی حاصل از نیروی پیش

تنیدگی صفر می‌باشند، این حالت را کابل متوازن ( concordant cable ) می‌نامند. محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی در حالت کابل متوازن مشابه اعضای ساده، در موقعیت کابل قرار دارد. شکل کابل متوازن طوری است که با حذف تکیه‌گاه‌های داخلی، تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی در محل تکیه‌گاه داخلی ایجاد نمی‌شود.

#### 4-7- باز توزیع لنگر:

نکته قابل توجه در بررسی مقاومت نهایی اعضای پیوسته، اثرات رفتار خمیری سازه یا باز توزیع لنگر ( moment redistribution ) در تحلیل و طراحی آن است. سازه‌های پیوسته در حالت شکست نهایی و در صورت برقرار بودن شرایط لازم دارای رفتار خمیری می‌باشند. این رفتار سبب باز توزیع لنگرها و انتقال نیروها از محل شکست سازه به نقاط دیگر آن قبل از شکست نهایی عضو می‌شود. رفتار خمیری در صورتی امکانپذیر است که سازه قابلیت شکل‌پذیری داشته باشد. شکل‌پذیری سازه‌های بتنی نیز بستگی به مقدار کرنش فولاد در حالت شکست نهایی یا مقدار فولاد مصرفی دارد. بنابراین اگر شرایط لازم از نظر رفتار خمیری عضو برقرار باشد، با رسیدن یک نقطه از سازه به حداکثر ظرفیت، الزاماً شکست رخ نمی‌دهد و باربری سازه در اثر باز توزیع لنگرها یا انتقال نیروها به نقاط دیگر ادامه خواهد داشت تا مکانیزم شکست در سازه ایجاد شود (تئوری خمیری). نقاط به حداکثر ظرفیت رسیده با قابلیت شکل‌پذیری را اصطلاحاً لولا یا مفصل پلاستیک ( plastic hinge ) می‌نامند. از نظر تئوری ارتجاعی اولین نقطه از تیر که به ظرفیت نهایی خود برسد، تیر به حداکثر ظرفیت خود رسیده است و بار وارده نیز حداکثر بار نهایی تیر محسوب می‌گردد بنابراین ظرفیت باربری سازه از تئوری خمیری برابر یا بیشتر از تئوری ارتجاعی است. در صورت استفاده از تحلیل ارتجاعی اثرات رفتار خمیری سازه را می‌توان به شکل باز توزیع لنگر اعمال نمود. شایان ذکر است باز توزیع لنگر در جهت کاهش لنگرهای طراحی است و استفاده از آن الزامی نمی‌باشد اما وسیله‌ای مناسب در جهت بهینه نمودن طرح و کاهش مصالح مصرفی می‌باشد. شرایط استفاده از باز توزیع لنگر در اعضای پیش تنید مشابه اعضای بتن آرمه است ( ACI-18.10.4 ).

مطابق ضوابط ACI-8.4 به استثنای مواردی که از لنگرهای تقریبی پیشنهادی آیین نامه استفاده می‌شود، لنگر اعضای خمشی پیوسته که از تحلیل ارتجاعی تحت اثر بارگذاری‌های مختلف بدست می‌آید را می‌توان حداکثر به مقدار  $1000\epsilon_r$  درصد که از 20٪ تجاوز ننماید، کاهش داد ( ACI-8.4.1 ). باز توزیع لنگر تنها در حالتی مجاز است که کرنش نهایی فولاد ( $\epsilon_r$ ) در مقطعی که لنگر آن کاهش می‌یابد حداقل 0/0075 باشد ( ACI-8.4.1 ).

شرط لازم برای استفاده از باز توزیع لنگر با استفاده از تناسب کرنش‌ها به قرار زیر است:

$$\omega_p \leq 0.24\beta_1$$

که:

$$\omega_p = \frac{0.85\beta_1 x}{d_p}$$

این شرط در حالت ترکیب فولاد پیش تنیدگی با فولادهای معمولی کششی و فشاری به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$\left[ \omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \leq 0.24\beta_1$$

در حالت مقطع T شکل که بخشی از جان مقطع در فشار قرار دارد، شرط فوق به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\omega_{pw} \leq 0.24\beta_1$$

در مورد مقطع T شکل که بخشی از نیروی فشاری در جان آن قرار دارد و علاوه بر فولاد پیش تنیدگی، فولادهای معمولی کششی و فشاری نیز مورد استفاده قرار گیرند، شرط فوق به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$\left[ \omega_{pw} + \frac{d}{d_p} (\omega_w - \omega'_w) \right] \leq 0.24\beta_1$$

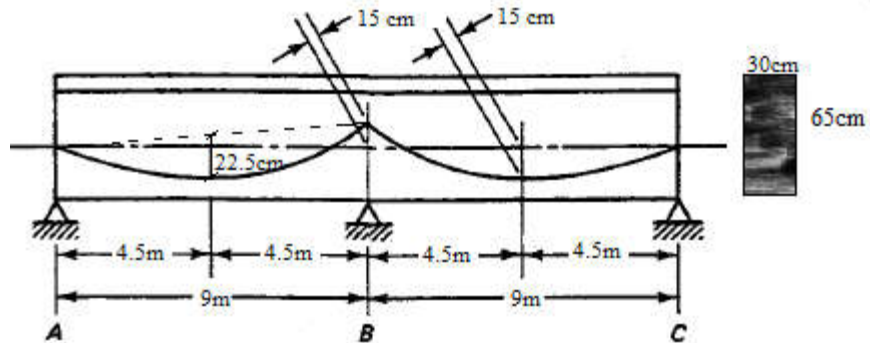
بنابراین در صورت برقرار بودن شرایط لازم، لنگر اعضای پیوسته را می‌توان حداکثر به مقدار 20٪ کاهش داد. درصد کاهش لنگر بستگی به شکل پذیری مقطع دارد و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$20 \left[ 1 - \frac{\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega')}{\beta_1} \right] \%$$

رابطه فوق برای حالت‌های عمومی است که علاوه بر فولاد پیش تنیدگی برای فولادهای معمولی کششی و فشاری تیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مثال 7-1: لنگرهای اولیه، ثانویه و خالص تیر نشان داده شده در شکل را با استفاده از روش بار معادل به دست آورید.

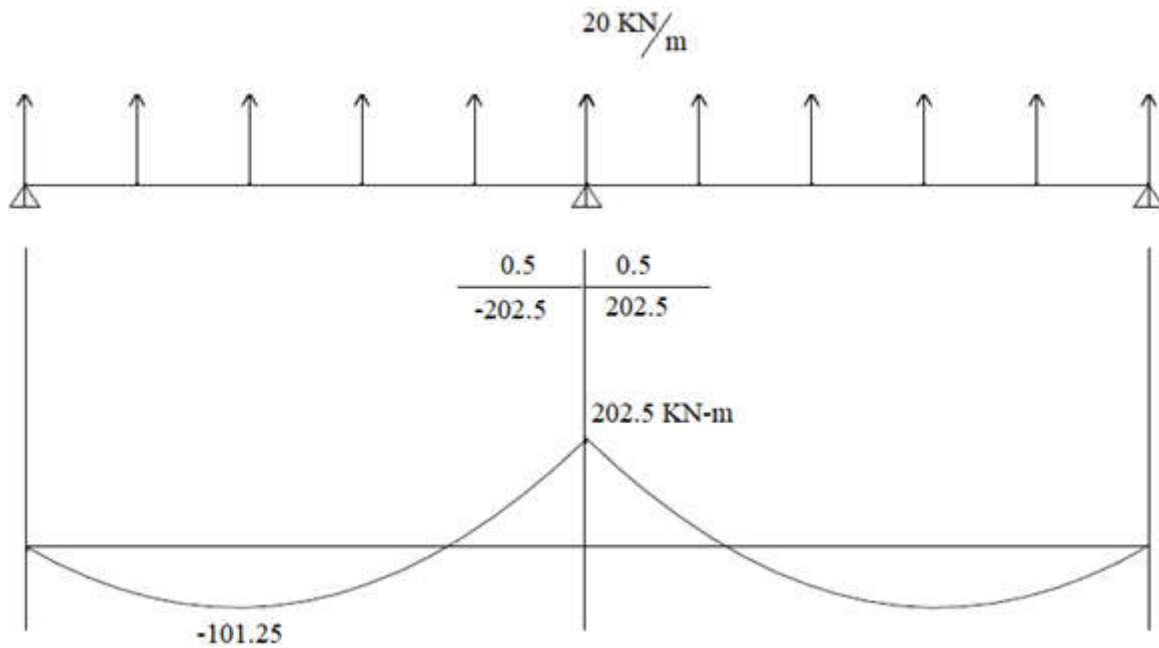
$$P_i = 900 \text{ KN}$$



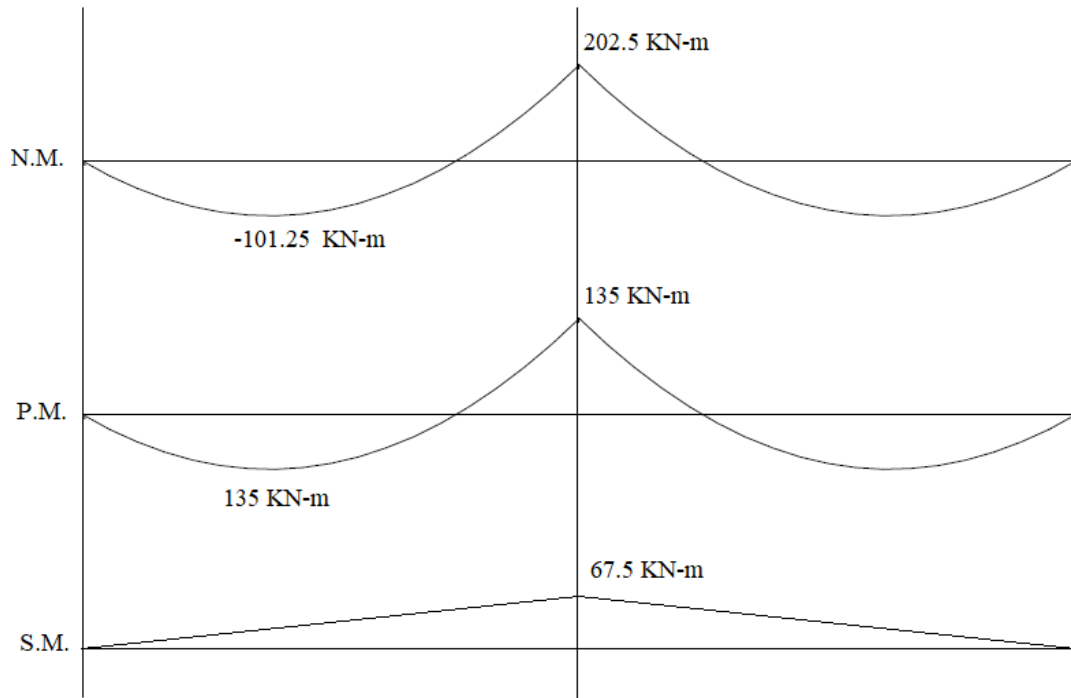
محاسبه بار معادل:

$$W_{eq} = \frac{8 \times P_i \times e}{l^2} = \frac{8 \times 900 \times 0.225}{9^2} = 20 \text{ KN/m}$$

تیر تحت اثر بار معادل قرار داده شده و تحلیل می‌گردد.



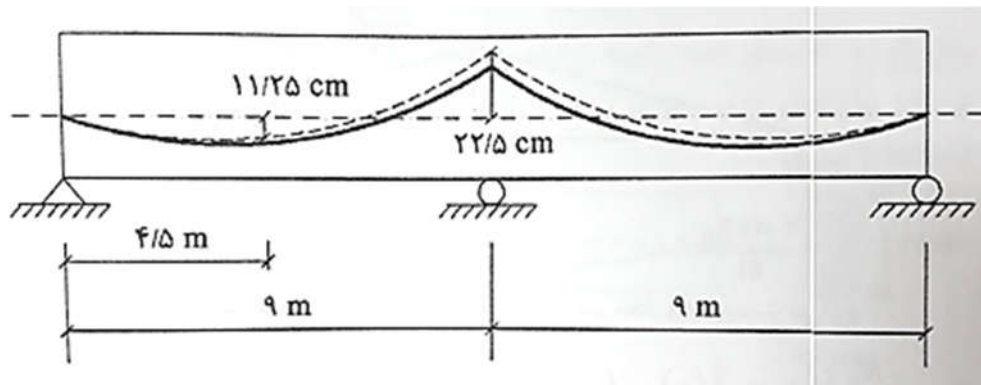
لنگر ثانویه ناشی از نیروی پیش تنیدگی در نتیجه کاستن مقدار لنگر اولیه از لنگر خالص تعیین می‌گردد.



عكس العمل داخلی تکیه گاه میانی تیر از نمودار لنگر ثانویه به دست می آید:

$$67.5 = \frac{R \times 18}{4} \Rightarrow R = 15 \text{ KN}$$

$$y = \frac{67.5 \times 100}{900} = 7.5 \text{ cm}$$



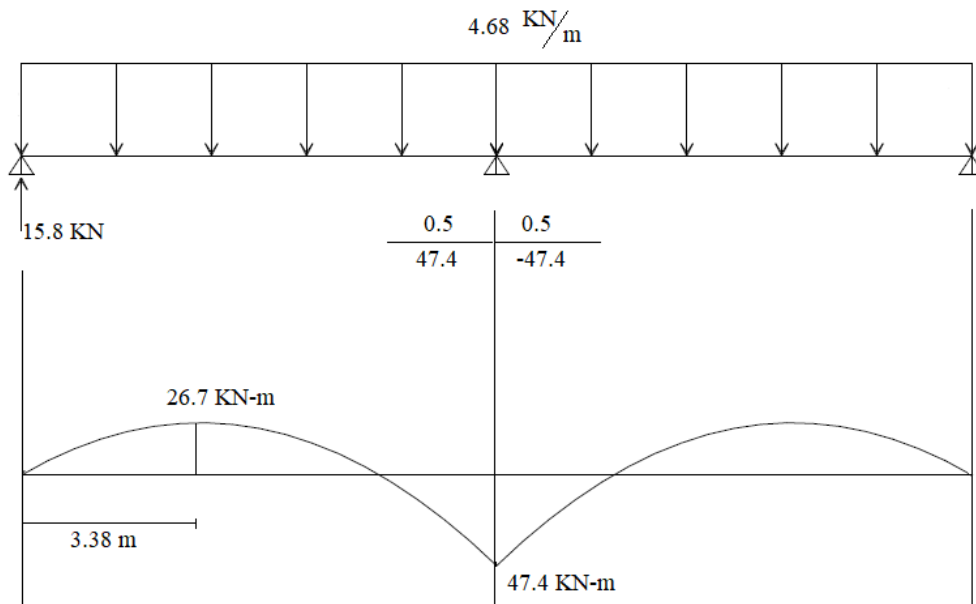
**مثال 7-2:** عضو پیش تنیده مثال قبل را از نظر تنش های موجود در بتن در محل تکیه گاه داخلی در حالت اولیه و موثر مورد بررسی قرار دهید. بار مرده  $3 \text{ KN/m}$  علاوه بر وزن تیر و بار زنده  $20 \text{ KN/m}$  است که 25٪ آن را می توان به عنوان بار زنده دائمی در نظر گرفت. مقاومت فشاری اولیه و نهایی بتن  $f'_c = 35 \text{ MPa}$  و نیروی پیش تنیدگی موثر  $P_e = 750 \text{ KN}$  در نظر گرفته شود. (وزن تیر  $24 \text{ KN/m}^3$ )

$$A_c = 30 \times 65 = 1950 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{30 \times 65^3}{12} = 686562.5 \text{ cm}^4$$

در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه:

$$w_o = 0.3 \times 0.65 \times 24 = 4.68 \text{ KN/m}$$



لنگر وسط دهانه از نمودار لنگر تیر بدست می آید:

$$M_o = (15.8 \times 4.5) - \frac{4.68 \times (4.5)^2}{2} = 23.7 \text{ KN.m}$$

تنش در بتن در وسط یکی از دهانه ها بررسی می شود:

$$f_t = -\frac{900}{1950} + \frac{900 \times 11.25 \times 32.5}{686562.5} - \frac{23.7 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.09 \text{ KN/cm}^2 < 0.8\sqrt{3.5} = 1.5 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{900}{1950} - \frac{900 \times 11.25 \times 32.5}{686562.5} + \frac{23.7 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.83 \text{ KN/cm}^2 > -0.6 \times 3.5 = -2.1 \text{ KN/cm}^2$$

تنش در بتن در محل تکیه گاه داخلی نیز بررسی می شود:

$$f_t = -\frac{900}{1950} + \frac{900 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} - \frac{47.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -1.2 \text{ KN/cm}^2 > -0.7 \times 3.5 = -2.45 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{900}{1950} - \frac{900 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} + \frac{47.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = 0.27 \text{ KN/cm}^2 < 0.16 \times \sqrt{3.5} = 0.3 \text{ KN/cm}^2$$

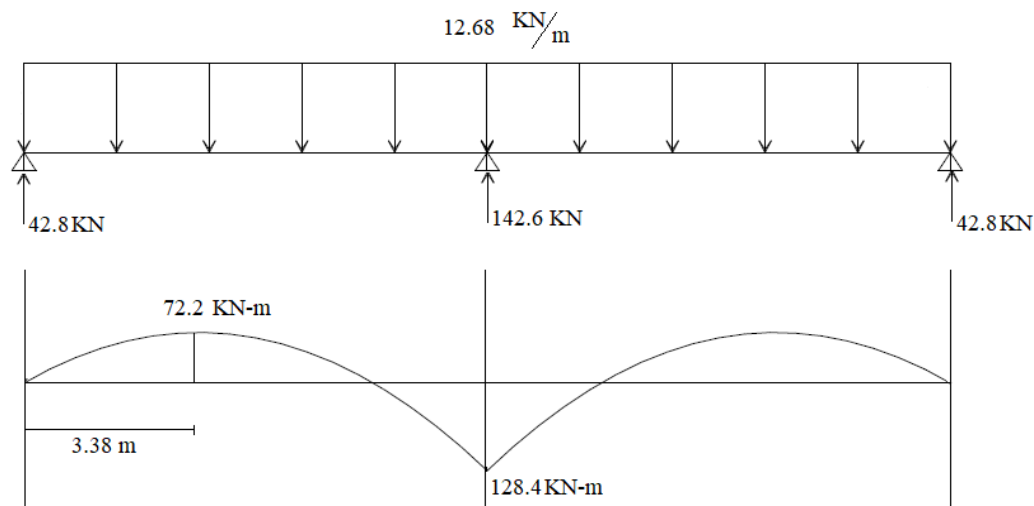
تنش ها در بتن در حالت اولیه قابل قبول می باشند.

در مرحله نیروی پیش تنیدگی موثر (بارهای دائمی):

$$w_d = 4.68 + 3 = 7.68 \text{ KN/m}$$

$$w_l = 0.25 \times 20 = 5 \text{ KN/m}$$

$$w_s = 7.68 + 5 = 12.68 \text{ KN/m}$$



$$f_t = -\frac{750}{1950} + \frac{750 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} - \frac{-128.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.58 \text{ KN/cm}^2 > -0.45 \times 3.5 = 1.575 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{750}{1950} - \frac{750 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} + \frac{-128.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.19 \text{ KN/cm}^2 > -0.45 \times 3.5 = -1.57 \text{ KN/cm}^2$$

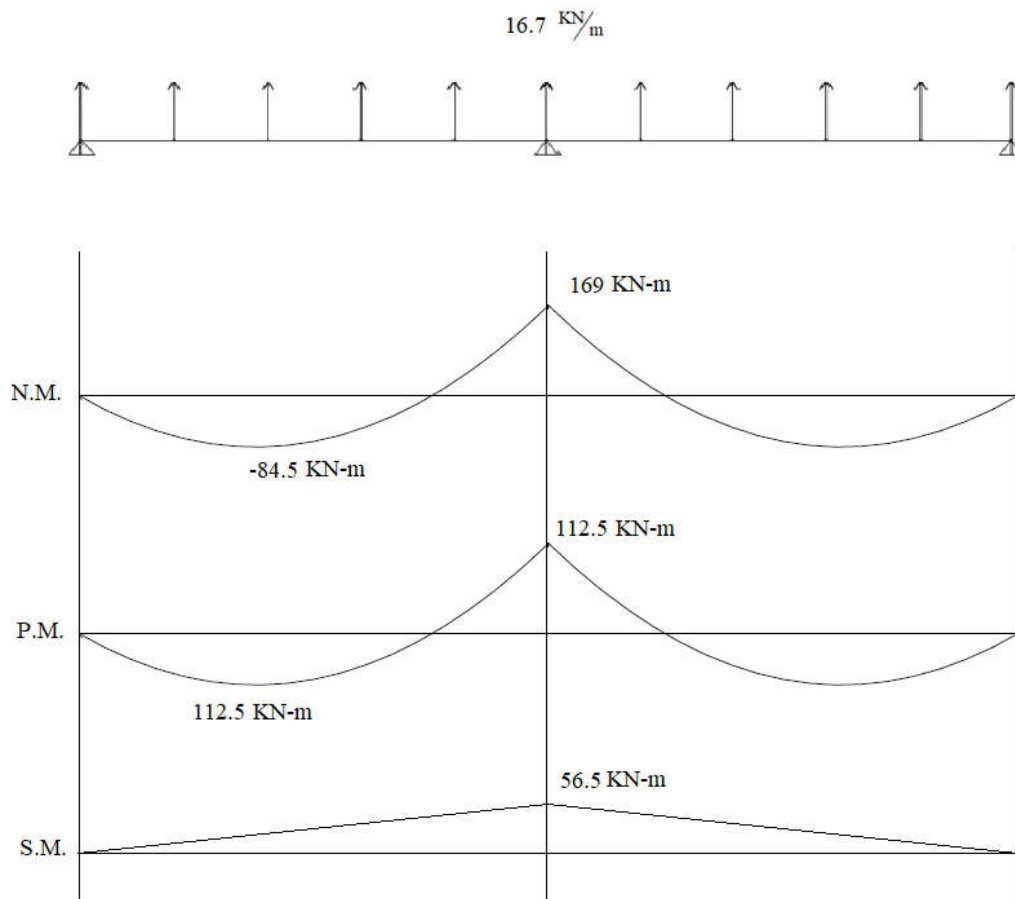
تنش ها در بتن تحت اثر بارهای دائمی قابل قبول می باشند.

**مثال 7-3:** مثال قبل را از نظر مقاومت نهایی در محل تکیه گاه داخلی مورد بررسی قرار دهید. تیر توسط 6 عدد استراند (سیم بافته

شده) به قطر 12.7 mm گرید 250 ( $f_{pu} = 1715 \text{ MPa}$ ) پیش تنیده می شود.

$$w_{eq} = \frac{8 \times 750 \times 0.225}{9^2} = 16.7 \text{ KN/m}$$

تیر تحت اثر بار معادل تحلیل می گردد و لنگر ثانویه در اثر نیروی پیش تنیدگی موثر به دست می آید.



لنگر منفی تکیه گاه داخلی:



$$A_{ps} = 6 \times 0.929 = 5.57 \text{ cm}^2$$

$$\rho_p = \frac{5.57}{30 \times 47.5} = 0.00391$$

$$f_{ps} = 1715 \left\{ 1 - \frac{0.4}{0.8} \left[ (0.00391) \times \frac{1715}{35} \right] \right\} = 1550 \text{ MPa}$$

$$\omega_p = \frac{(0.00391)(1550)}{35} = 0.173 < 0.24 \times 0.8 = 0.192$$

باز توزیع لنگر امکان پذیر است. ضریب باز توزیع برابر است با:

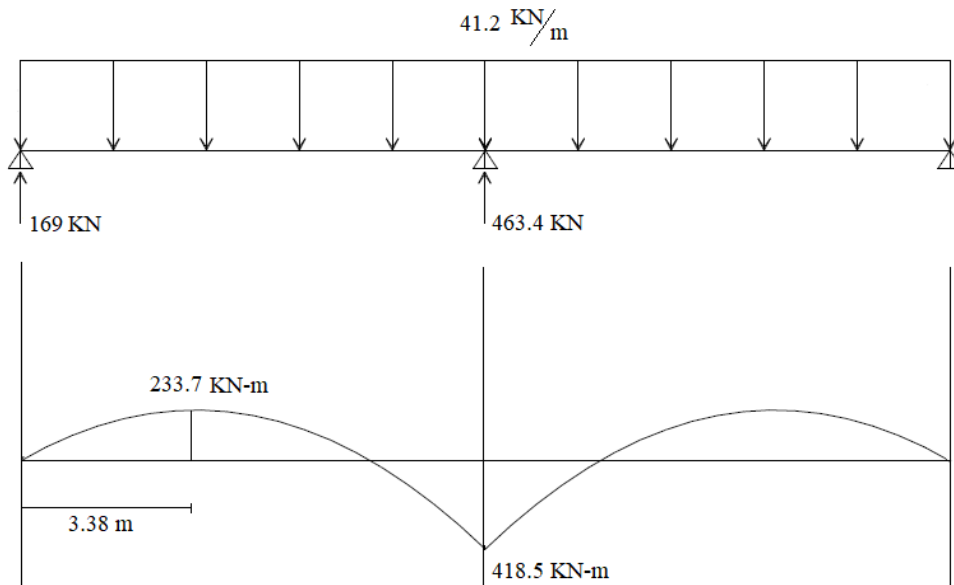
$$20 \left[ 1 - \frac{0.173}{0.36 \times 0.75} \right] \square 8\%$$

شرایط ضریب  $\phi$  بررسی می شود:

$$\omega_p = 0.173 < 0.32 \times 0.8 = 0.256 \rightarrow \phi = 0.9$$

تیر تحت اثر بار نهایی قرار داده شده و تحلیل می گردد:

$$w_u = 1.2 \times 7.68 + 1.6 \times 20 = 41.2 \text{ KN/m}$$



$$M_u^- = 418.5 - 56.5 = 362 \text{KN} - m$$

$$0.85 \times 35 \times 100 \times 35 \times a = 5.57 \times 1550 \times 100 \rightarrow a = 8.29 \text{cm}$$

$$M_n = 5.57 \times 155 \times \left(47.5 - \frac{8.29}{2}\right) = 37400 \text{KN} - \text{cm} = 374 \text{KN} - m$$

$$0.9 \times 374 = 336.6 < 362 \text{KN} - m$$

مقطع جوابگو نیست بنابراین از باز توزیع لنگر استفاده می‌شود، که مقدار لنگر قابل باز توزیع:

$$0.08 \times 362 = 28.9 \text{KN} - m$$

مقدار لنگر منفی تکیه گاه داخلی پس از باز توزیع:

$$M_u^- = 362 - 28.9 = 333 < 336.6 \text{KN} - m \rightarrow OK$$

شایان ذکر است که علاوه بر استفاده از باز توزیع لنگر، می‌توانیم با انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و یا افزودن آرماتور به مقطع

این کمبود مقاومت خمشی را جبران نمود.

## اعضای پیوسته

## 1- مقدمه:

اعضای پیش تنیده پیوسته ( continuous members ) در برخی موارد و خصوصا برای دهانه‌های بزرگ و در پل ها استفاده می‌شوند. مزایای اعضای پیش تنیده پیوسته مشابه مزایای پیوستگی در سایر سازه‌ها مانند سازه‌های بتن آرمه یا فولادی می‌باشند که عبارتند از امکان ایجاد دهانه‌های بزرگتر، تغییرشکل کمتر، مقاطع کوچکتر، مصالح کمتر، باربری جانبی، زیبایی طرح و غیره. یکی از دلایل استفاده کمتر از اعضای پیش تنیده پیوسته دشواری در اجرا در مقایسه با اعضای ساده است. یک تیر با دو دهانه ساده در مقایسه با تیر با دهانه‌های پیوسته در نظر بگیرید، حداکثر لنگر عضو پیوسته در مقایسه با حالت ساده بدون تغییر باقی می‌ماند اما حداکثر لنگر مثبت دهانه به حدود نصف مقدار حالت ساده کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه مستقیم لنگر با تغییر شکل عضو، تغییر شکل تیر پیوسته در مقایسه با حالت ساده به حدود نصف کاهش می‌یابد. از سوی دیگر اعضای پیوسته دارای لنگرهای منفی به مراتب بیشتر در تکیه گاه‌ها در مقایسه با لنگر مثبت می‌باشند، این موضوع در اعضای بتن آرمه به راحتی و با قرار دادن میلگردهای لنگر منفی در محل تکیه گاه قابل حل است اما در مورد اعضای پیش تنیده که مسلح کردن معمولا توسط یک یا چند کابل صورت می‌گیرد، این حالت مقرون به صرفه نیست.

در مورد خروج از مرکزیت و شکل کابل پیش تنیدگی در اعضای پیش‌تنیده پیوسته، همانند اعضای ساده یک شکل مناسب و هماهنگ با لنگر عضو تحت اثر بار گسترده به صورت سهمی است.

اعضای پیوسته معمولا به صورت پس کشیده اجرا می‌شوند. نکته‌ای که در مورد اعضای پیش تنیده پیوسته لازم است مورد توجه قرار گیرد طول نسبتا زیاد کابل پیش تنیدگی و تغییرات انحنای کابل در طول آن است. با توجه به اینکه پیوستگی عضو پیش تنیده معمولا توسط پس کشیدگی تامین می‌گردد، طول و انحنای کابل سبب اتلاف تنش قابل توجهی در اثر اصطکاک می‌شوند. یکی از روش‌های کاهش اتلاف تنش در اثر اصطکاک، استفاده از چند کابل با طول و انحنای کمتر است.

## 2-لنگر ثانویه:

پدیده‌ای به نام لنگر ثانویه در اثر پیش تنیدگی در اعضای پیوسته اتفاق می‌افتد که این لنگر می‌تواند اثرات تعیین کننده‌ای در طراحی و اجرای اعضای پیش تنیده پیوسته داشته باشد. یک عضو پیش تنیده ساده با خروج از مرکزیت ثابت را در نظر بگیرید، لنگر حاصل از نیروی پیش تنیدگی سبب تغییر شکل عضو بتنی و خیز به طرف بالای آن می‌شود. حال اگر به همین تیر ساده یک تکیه گاه داخلی (مثلا در وسط دهانه) اضافه گردد در آن صورت این تکیه گاه داخلی مانع از تغییر شکل و خیز به طرف بالای عضو می‌شود، بنابراین در این حالت نیروی پیش تنیدگی سبب ایجاد عکس العمل خارجی در تکیه گاه داخلی می‌گردد. عکس العمل حاصل از نیروی پیش تنیدگی نیز سبب لنگر ثانویه ( secondary moment ) در عضو پیش تنیده می‌شود. لنگر خالص ( net moment ) حاصل از نیروی پیش تنیدگی از جمع جبری لنگرهای اولیه ( حاصل از نیروی پیش تنیدگی ) و لنگرهای ثانویه به دست می‌آید.

نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی در این حالت در موقعیت کابل قرار ندارد و موقعیت آن بر اساس لنگر خالص بدست می‌آید. به عبارت دیگر، محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی از جمع جبری خروج از مرکزیت اولیه و خروج از مرکزیت ناشی از لنگر ثانویه نتیجه می‌شود. خروج از مرکزیت حاصل از لنگر ثانویه از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$y = \frac{M_2}{P}$$

پارامتر  $y$  فاصله تا محل کابل پیش تنیدگی و  $M_2$  لنگر ثانویه حاصل از نیروی پیش تنیدگی می‌باشند.

بنابراین نکته مهم در بررسی اعضای پیش تنیده پیوسته، لنگر ثانویه‌ای است که معمولاً در اثر نیروی پیش تنیدگی در عضو ایجاد می‌شود. پس از بدست آوردن مقدار لنگر ثانویه، محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی تعیین می‌گردد و عضو براساس موقعیت نیروی فشاری یا خروج از مرکزیت جدید مورد بررسی قرار می‌گیرد. خروج از مرکزیت جدید (اصلاح شده) در اثر لنگر ثانویه برابر است با:

$$e^* = e + y$$

لنگر ثانویه حاصل از پیش تنیدگی، با توجه به اینکه در اثر نیروهای متمرکز است حاصل از عکس‌العمل‌ها ایجاد می‌شود، به صورت خطی تغییر می‌کند.

### 3- انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و کابل متوازن:

یکی از نکات قابل توجه در بررسی اعضای پیش تنیده پیوسته، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و اثرات آن بر نمودار لنگر و عکس‌العمل‌های داخلی عضو است. انتقال خطی کابل پیش تنیدگی به دوران کابل نسبت به انتهای آن بدوم تغییر در شکل کابل گویند. به عبارت دیگر، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی به جابجایی حداکثر کابل در تکیه‌گاه‌های داخلی بدون جابجایی در تکیه‌گاه‌های خارجی می‌گویند.

انتقال خطی کابل پیش تنیدگی تغییری در محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی و لنگر اولیه ایجاد نمی‌کند و تنش‌ها در بتن بدون تغییر باقی می‌مانند، در واقع تاثیر انتقال خطی کابل پیش تنیدگی بر لنگر ثانویه عضو است. به عبارت دیگر، انتقال خطی کابل پیش تنیدگی سبب تغییر در نمودار لنگر ثانویه و در نتیجه عکس‌العمل‌های داخلی عضو پیش تنیده پیوسته می‌شود.

انتقال خطی کابل پیش تنیدگی وسیله‌ای مناسب در طراحی اعضای پیش تنیده پیوسته می‌باشد. اگر کابل پیش تنیدگی در موقعیتی قرار گیرد که نمودارهای لنگر اولیه و خالص برابر باشند، در این حالت لنگر ثانویه و عکس‌العمل خارجی حاصل از نیروی پیش تنیدگی صفر می‌باشند، این حالت را کابل متوازن (concordant cable) می‌نامند. محل اثر نیروی فشاری حاصل از پیش تنیدگی

در حالت کابل متوازن مشابه اعضای ساده، در موقعیت کابل قرار دارد. شکل کابل متوازن طوری است که با حذف تکیه‌گاه‌های داخلی، تغییر شکل در اثر نیروی پیش تنیدگی در محل تکیه‌گاه داخلی ایجاد نمی‌شود.

#### 4--باز توزیع لنگر:

نکته قابل توجه در بررسی مقاومت نهایی اعضای پیوسته، اثرات رفتار خمیری سازه یا بازتوزیع لنگر (moment redistribution) در تحلیل و طراحی آن است. سازه‌های پیوسته در حالت شکست نهایی و در صورت برقرار بودن شرایط لازم دارای رفتار خمیری می‌باشند. این رفتار سبب بازتوزیع لنگرها و انتقال نیروها از محل شکست سازه به نقاط دیگر آن قبل از شکست نهایی عضو می‌شود. رفتار خمیری در صورتی امکانپذیر است که سازه قابلیت شکل‌پذیری داشته باشد. شکل‌پذیری سازه‌های بتنی نیز بستگی به مقدار کرنش فولاد در حالت شکست نهایی یا مقدار فولاد مصرفی دارد. بنابراین اگر شرایط لازم از نظر رفتار خمیری عضو برقرار باشد، با رسیدن یک نقطه از سازه به حداکثر ظرفیت، الزاماً شکست رخ نمی‌دهد و باربری سازه در اثر بازتوزیع لنگرها یا انتقال نیروها به نقاط دیگر ادامه خواهد داشت تا مکانیزم شکست در سازه ایجاد شود (تئوری خمیری). نقاط به حداکثر ظرفیت رسیده با قابلیت شکل‌پذیری را اصطلاحاً لولا یا مفصل پلاستیک (plastic hinge) می‌نامند. از نظر تئوری ارتجاعی اولین نقطه از تیر که به ظرفیت نهایی خود برسد، تیر به حداکثر ظرفیت خود رسیده است و بار وارده نیز حداکثر بار نهایی تیر محسوب می‌گردد بنابراین ظرفیت باربری سازه از تئوری خمیری برابر یا بیشتر از تئوری ارتجاعی است. در صورت استفاده از تحلیل ارتجاعی اثرات رفتار خمیری سازه را می‌توان به شکل بازتوزیع لنگر اعمال نمود. شایان ذکر است بازتوزیع لنگر در جهت کاهش لنگرهای طراحی است و استفاده از آن الزامی نمی‌باشد اما وسیله‌ای مناسب در جهت بهینه نمودن طرح و کاهش مصالح مصرفی می‌باشد. شرایط استفاده از بازتوزیع لنگر در اعضای پیش تنید مشابه اعضای بتن آرمه است (ACI-18.10.4).

مطابق ضوابط ACI-8.4 به استثنای مواردی که از لنگرهای تقریبی پیشنهادی آیین نامه استفاده می‌شود، لنگر اعضای خمشی پیوسته که از تحلیل ارتجاعی تحت اثر بارگذاری‌های مختلف بدست می‌آید را می‌توان حداکثر به مقدار  $1000\epsilon_t$  درصد که از 20٪ تجاوز ننماید، کاهش داد (ACI-8.4.1). باز توزیع لنگر تنها در حالتی مجاز است که کرنش نهایی فولاد ( $\epsilon_t$ ) در مقطعی که لنگر آن کاهش می‌یابد حداقل 0/0075 باشد (ACI-8.4.1).

شرط لازم برای استفاده از باز توزیع لنگر با استفاده از تناسب کرنش‌ها به قرار زیر است:

$$\omega_p \leq 0.24\beta_1$$

که:

$$\omega_p = \frac{0.85\beta_1 x}{d_p}$$

این شرط در حالت ترکیب فولاد پیش تنیدگی با فولادهای معمولی کششی و فشاری به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$\left[ \omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \leq 0.24\beta_1$$

در حالت مقطع T شکل که بخشی از جان مقطع در فشار قرار دارد، شرط فوق به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\omega_{pw} \leq 0.24\beta_1$$

در مورد مقطع T شکل که بخشی از نیروی فشاری در جان آن قرار دارد و علاوه بر فولاد پیش تنیدگی، فولادهای معمولی کششی و فشاری نیز مورد استفاده قرار گیرند، شرط فوق به صورت زیر نتیجه می‌شود:

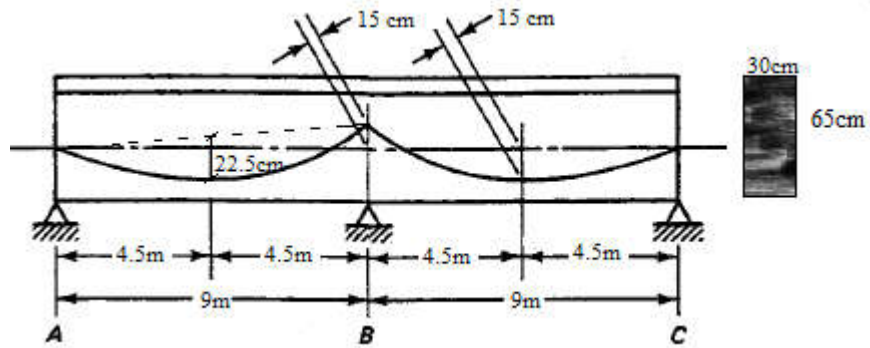
$$\left[ \omega_{pw} + \frac{d}{d_p} (\omega_w - \omega'_w) \right] \leq 0.24\beta_1$$

بنابراین در صورت برقرار بودن شرایط لازم، لنگر اعضای پیوسته را می‌توان حداکثر به مقدار 20٪ کاهش داد. درصد کاهش لنگر بستگی به شکل پذیری مقطع دارد و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$20 \left[ 1 - \frac{\omega_p + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega')}{\beta_1} \right] \%$$

رابطه فوق برای حالت‌های عمومی است که علاوه بر فولاد پیش تنیدگی برای فولادهای معمولی کششی و فشاری تیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

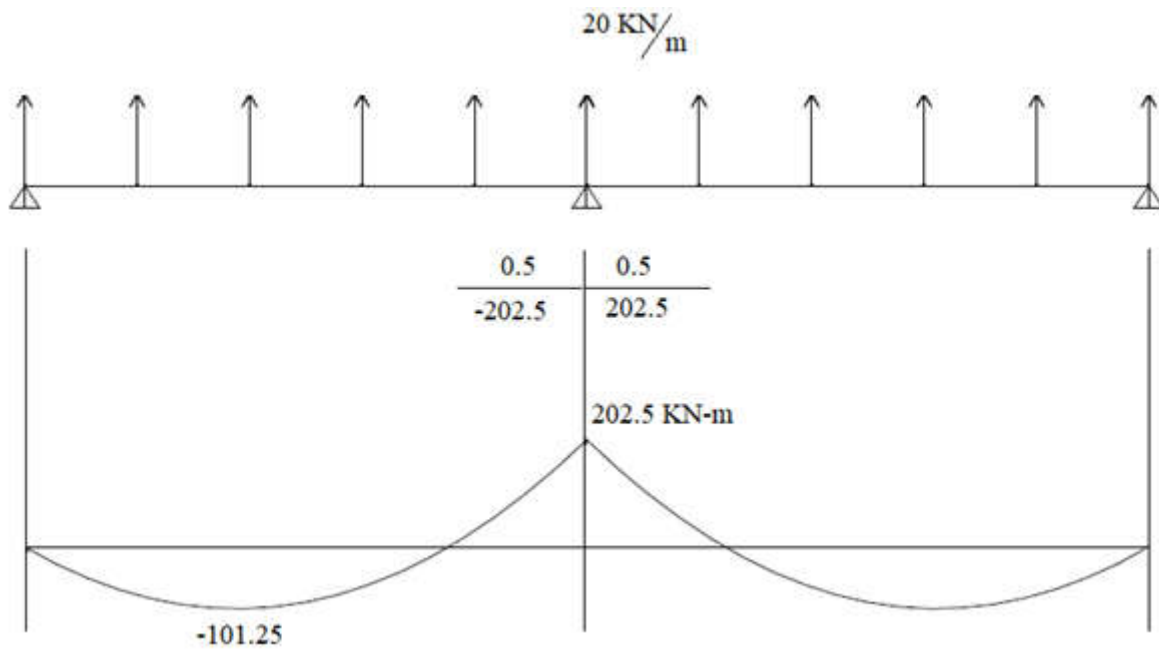
مثال 1: لنگرهای اولیه، ثانویه و خالص تیر نشان داده شده در شکل را با استفاده از روش بار معادل به دست آورید.  $P_i = 900KN$



محاسبه بار معادل:

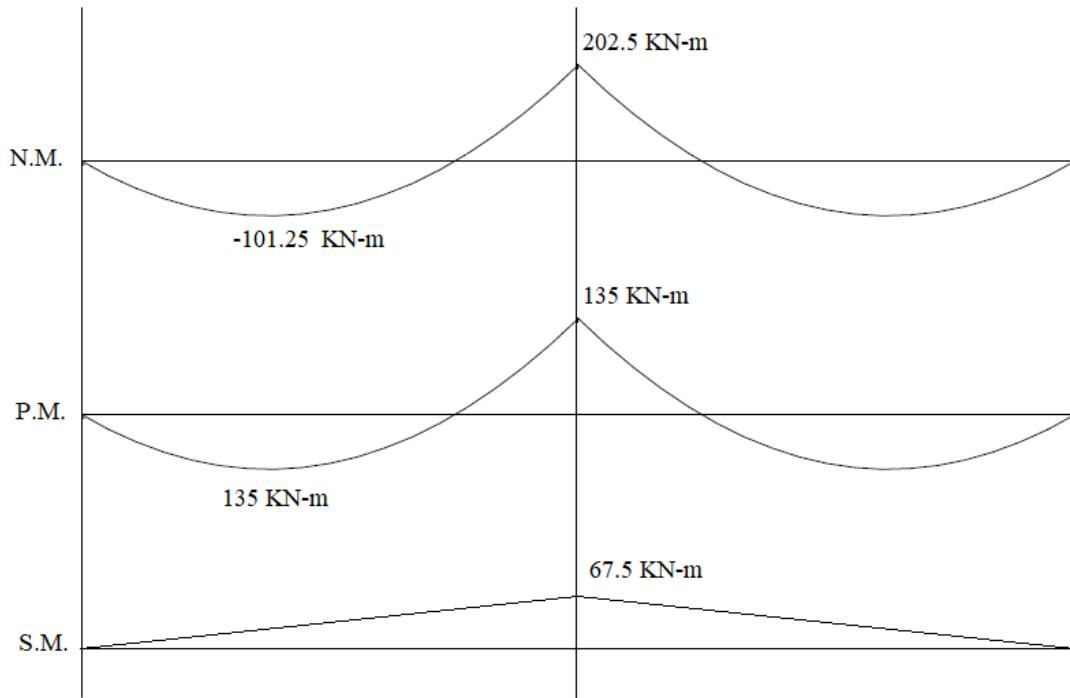
$$W_{eq} = \frac{8 \times P_i \times e}{l^2} = \frac{8 \times 900 \times 0.225}{9^2} = 20 \text{ KN/m}$$

تیر تحت اثر بار معادل قرار داده شده و تحلیل می گردد.



لنگر ثانویه ناشی از نیروی پیش تنیدگی در نتیجه کاستن مقدار لنگر اولیه از لنگر خالص تعیین می گردد.

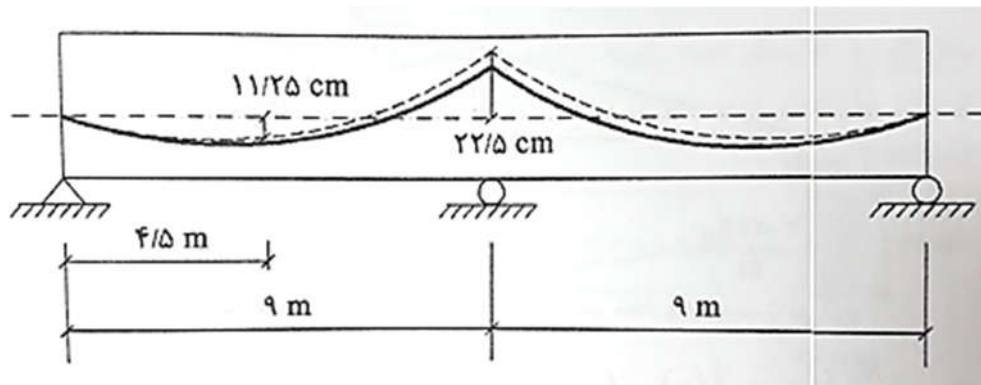




عکس العمل داخلی تکیه گاه میانی تیر از نمودار لنگر ثانویه به دست می آید:

$$67.5 = \frac{R \times 18}{4} \Rightarrow R = 15 \text{ KN}$$

$$y = \frac{67.5 \times 100}{900} = 7.5 \text{ cm}$$



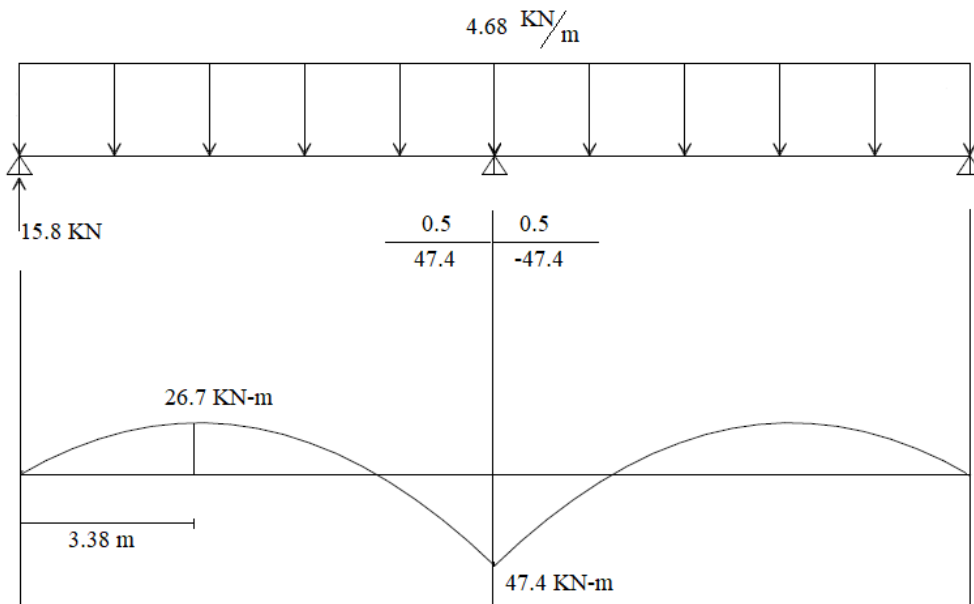
مثال 2 عضو پیش تنیده مثال قبل را از نظر تنش های موجود در بتن در محل تکیه گاه داخلی در حالت اولیه و موثر مورد بررسی قرار دهید. بار مرده  $3 \text{ KN/m}$  علاوه بر وزن تیر و بار زنده  $20 \text{ KN/m}$  است که 25٪ آن را می توان به عنوان بار زنده دائمی در نظر گرفت. مقاومت فشاری اولیه و نهایی بتن  $f'_c = 35 \text{ MPa}$  و نیروی پیش تنیدگی موثر  $P_e = 750 \text{ KN}$  در نظر گرفته شود. (وزن تیر  $24 \text{ KN/m}^3$ )

$$A_c = 30 \times 65 = 1950 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{30 \times 65^3}{12} = 686562.5 \text{ cm}^4$$

در مرحله نیروی پیش تنیدگی اولیه:

$$w_o = 0.3 \times 0.65 \times 24 = 4.68 \text{ KN/m}$$



لنگر وسط دهانه از نمودار لنگر تیر بدست می آید:

$$M_o = (15.8 \times 4.5) - \frac{4.68 \times (4.5)^2}{2} = 23.7 \text{ KN.m}$$

تنش در بتن در وسط یکی از دهانه ها بررسی می شود:

$$f_t = -\frac{900}{1950} + \frac{900 \times 11.25 \times 32.5}{686562.5} - \frac{23.7 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.09 \text{ KN/cm}^2 < 0.8\sqrt{3.5} = 1.5 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{900}{1950} - \frac{900 \times 11.25 \times 32.5}{686562.5} + \frac{23.7 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.83 \text{ KN/cm}^2 > -0.6 \times 3.5 = -2.1 \text{ KN/cm}^2$$

تنش در بتن در محل تکیه گاه داخلی نیز بررسی می شود:

$$f_t = -\frac{900}{1950} + \frac{900 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} - \frac{47.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -1.2 \text{ KN/cm}^2 > -0.7 \times 3.5 = -2.45 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{900}{1950} - \frac{900 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} + \frac{47.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = 0.27 \text{ KN/cm}^2 < 0.16 \times \sqrt{3.5} = 0.3 \text{ KN/cm}^2$$

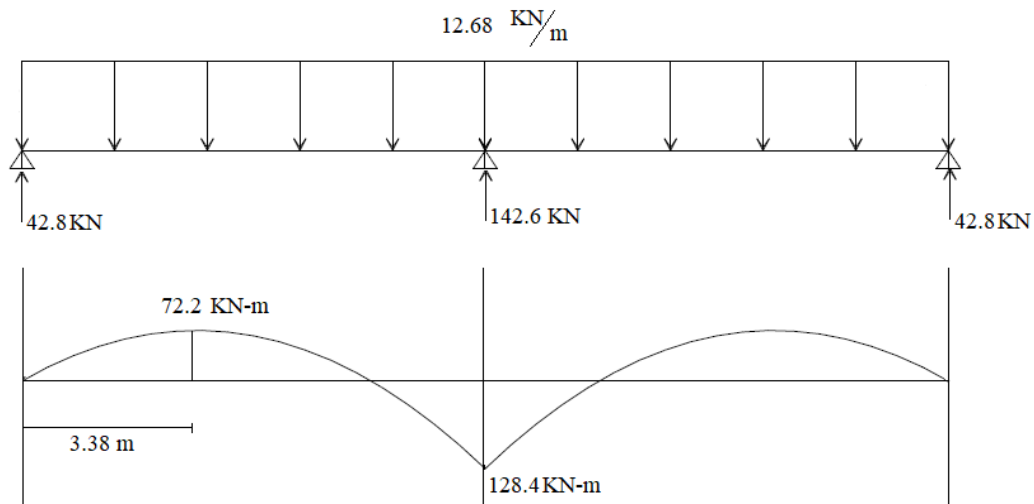
تنش ها در بتن در حالت اولیه قابل قبول می باشند.

در مرحله نیروی پیش تنیدگی موثر (بارهای دائمی):

$$w_d = 4.68 + 3 = 7.68 \text{ KN/m}$$

$$w_l = 0.25 \times 20 = 5 \text{ KN/m}$$

$$w_s = 7.68 + 5 = 12.68 \text{ KN/m}$$



$$f_t = -\frac{750}{1950} + \frac{750 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} - \frac{-128.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.58 \text{ KN/cm}^2 > -0.45 \times 3.5 = 1.575 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_b = -\frac{750}{1950} - \frac{750 \times (-22.5) \times 32.5}{686562.5} + \frac{-128.4 \times 100 \times 32.5}{686562.5} = -0.19 \text{ KN/cm}^2 > -0.45 \times 3.5 = -1.57 \text{ KN/cm}^2$$

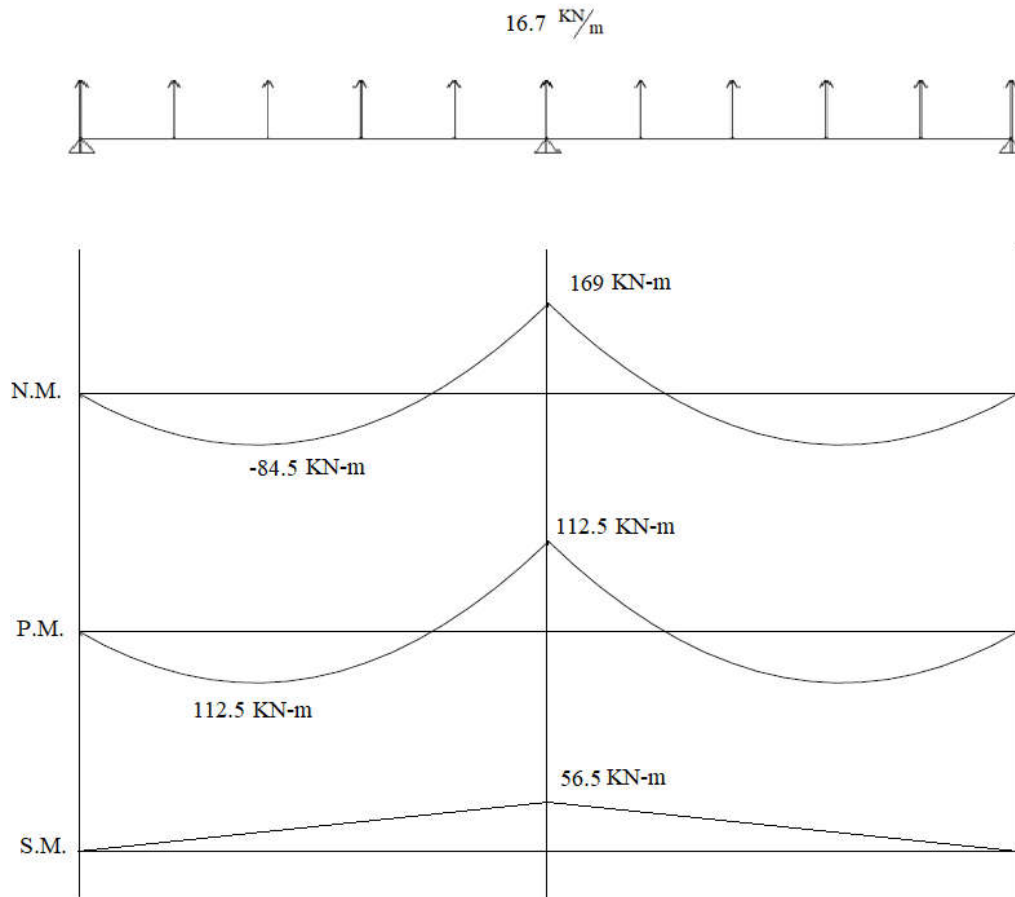
تنش ها در بتن تحت اثر بارهای دائمی قابل قبول می باشند.

**مثال 7-3:** مثال قبل را از نظر مقاومت نهایی در محل تکیه گاه داخلی مورد بررسی قرار دهید. تیر توسط 6 عدد استراند (سیم بافته

شده) به قطر 12.7 mm گرید 250 ( $f_{pu} = 1715 \text{ MPa}$ ) پیش تنیده می شود.

$$w_{eq} = \frac{8 \times 750 \times 0.225}{9^2} = 16.7 \text{ KN/m}$$

تیر تحت اثر بار معادل تحلیل می گردد و لنگر ثانویه در اثر نیروی پیش تنیدگی موثر به دست می آید.



لنگر منفی تکیه گاه داخلی:

$$A_{ps} = 6 \times 0.929 = 5.57 \text{ cm}^2$$

$$\rho_p = \frac{5.57}{30 \times 47.5} = 0.00391$$

$$f_{ps} = 1715 \left\{ 1 - \frac{0.4}{0.8} \left[ (0.00391) \times \frac{1715}{35} \right] \right\} = 1550 \text{ MPa}$$

$$\omega_p = \frac{(0.00391)(1550)}{35} = 0.173 < 0.24 \times 0.8 = 0.192$$

باز توزیع لنگر امکان پذیر است. ضریب باز توزیع برابر است با:

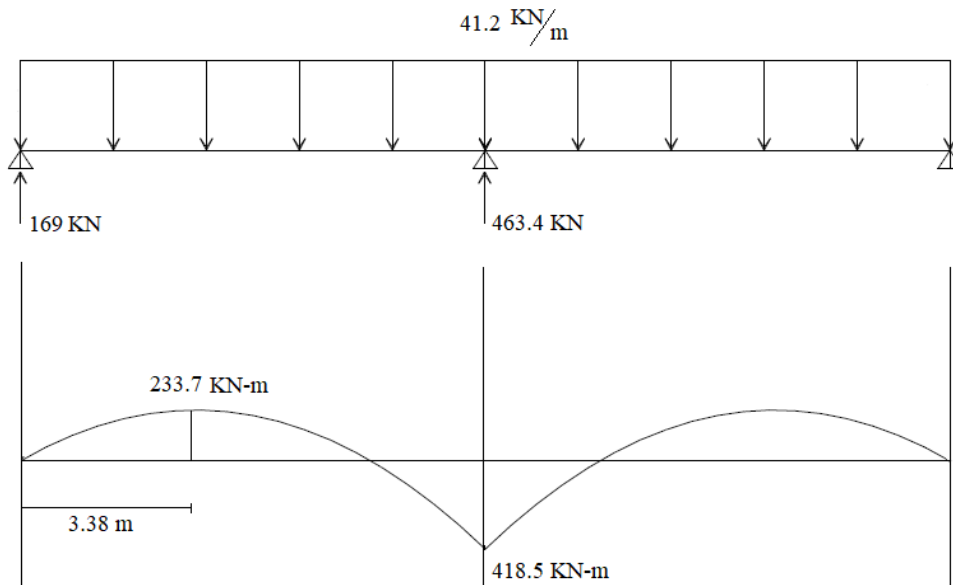
$$20 \left[ 1 - \frac{0.173}{0.36 \times 0.75} \right] \square 8\%$$

شرایط ضریب  $\phi$  بررسی می شود:

$$\omega_p = 0.173 < 0.32 \times 0.8 = 0.256 \rightarrow \phi = 0.9$$

تیر تحت اثر بار نهایی قرار داده شده و تحلیل می گردد:

$$w_u = 1.2 \times 7.68 + 1.6 \times 20 = 41.2 \text{ KN/m}$$



$$M_u^- = 418.5 - 56.5 = 362 \text{ KN} - m$$

$$0.85 \times 35 \times 100 \times 35 \times a = 5.57 \times 1550 \times 100 \rightarrow a = 8.29 \text{ cm}$$

$$M_n = 5.57 \times 155 \times \left(47.5 - \frac{8.29}{2}\right) = 37400 \text{ KN} - \text{cm} = 374 \text{ KN} - m$$

$$0.9 \times 374 = 336.6 < 362 \text{ KN} - m$$

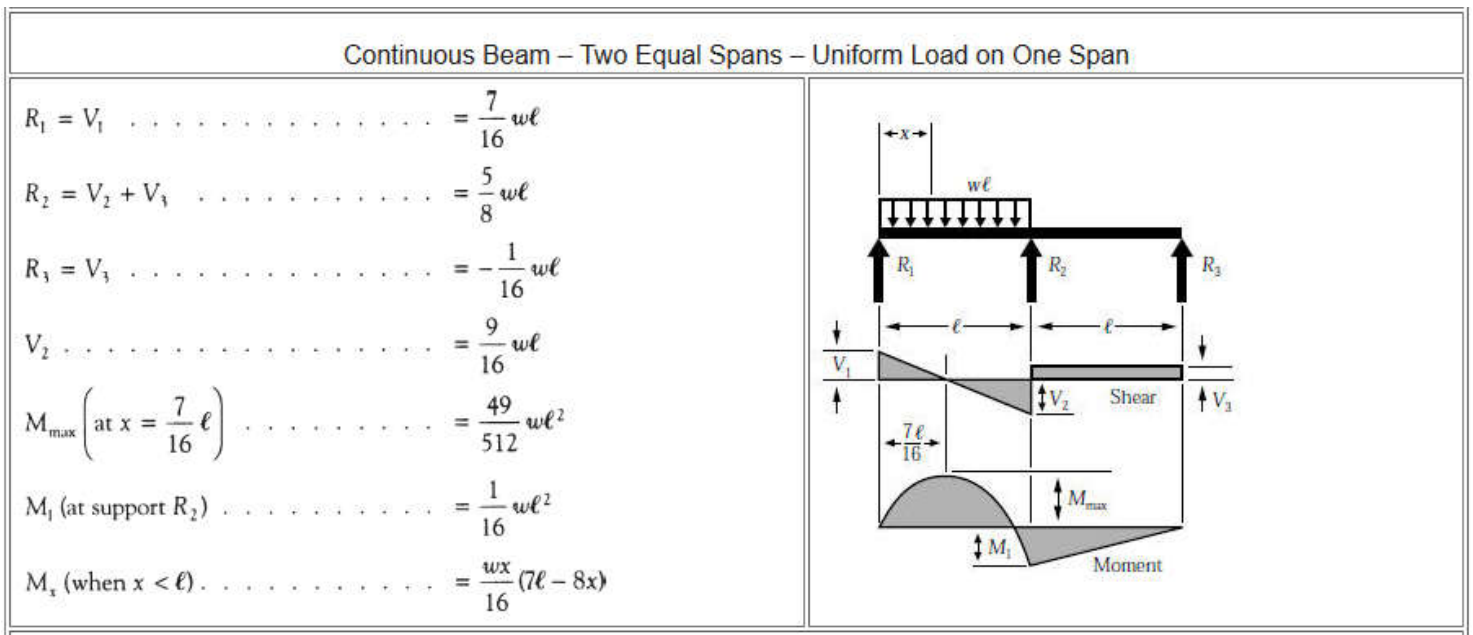
مقطع جوابگو نیست بنابراین از باز توزیع لنگر استفاده می‌شود، که مقدار لنگر قابل باز توزیع:

$$0.08 \times 362 = 28.9 \text{ KN} - m$$

مقدار لنگر منفی تکیه گاه داخلی پس از باز توزیع:

$$M_u^- = 362 - 28.9 = 333 < 336.6 \text{ KN} - m \rightarrow OK$$

شایان ذکر است که علاوه بر استفاده از باز توزیع لنگر، می‌توانیم با انتقال خطی کابل پیش تنیدگی و یا افزودن آرماتور به مقطع



این کمبود مقاومت خمشی را جبران نمود.

## مبحث کنترل تنش‌ها

• ضوابط آیین‌نامه‌ی ACI

## 2-1- گروه‌بندی اعضای خمشی پیش‌تنیده بر اساس $f_t$

اعضای پیش‌تنیده را می‌توان در سه گروه طراحی جای داد. این تقسیم‌بندی بر اساس تنش مجاز کششی در حالت بهره‌برداری انجام می‌شود.

گروه	رفتار	حدود
U	فاقد ترک خوردگی	$f_t \leq 0.62\sqrt{f'_c}$
T	مرحله‌ی انتقالی بین ترک خوردگی و عدم ترک خوردگی	$0.62\sqrt{f'_c} \leq f_t \leq \sqrt{f'_c}$
C	ترک خوردگی	$f_t \geq \sqrt{f'_c}$

## 2-2- تنش‌های مجاز بتن در حالت بهره‌برداری

تنش‌های مجاز بتن در حالت بهره‌برداری در دو بخش نیروی پیش‌تنیدگی اولیه و نیروی پیش‌تنیدگی مؤثر مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### 2-2-1- تنش‌های مجاز بتن در مرحله‌ی نیروی پیش‌تنیدگی اولیه

در این مرحله رعایت محدودیت‌های زیر در مورد تنش‌ها در کلیه‌ی گروه‌های طراحی الزامیست.

#### الف- تنش‌های فشاری

- تنش در دورترین تار فشاری در محل تکیه‌گاه‌های ساده:

$$f_c \geq -0.7f'_{ci}$$

- در سایر نقاط:

$$f_c \geq -0.6f'_{ci}$$

#### ب- تنش‌های کششی

- تنش در دورترین تار کششی در محل تکیه‌گاه‌های ساده:

$$f_t \leq 0.5\sqrt{f'_{ci}}$$

- در سایر نقاط:

$$f_t \leq 0.25\sqrt{f'_{ci}}$$

با فرض اینکه تنش‌ها در بالای مقطع، کششی و در پایین مقطع، فشاری باشند، روابط آن‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

الف- در محل تکیه‌گاه‌های ساده

$$f_t = -\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} \leq 0.5\sqrt{f'_{ci}}$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} \geq -0.7 f'_{ci}$$

ب- در سایر نقاط

$$f_t = -\frac{P_i}{A} + \frac{P_i e}{S_t} - \frac{M_0}{S_t} \leq 0.25\sqrt{f'_{ci}}$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A} - \frac{P_i e}{S_b} + \frac{M_0}{S_b} \geq -0.6 f'_{ci}$$

$M_0$  لنگر ناشی از وزن تیر است.

2-2-2- تنش‌های مجاز بتن در مرحله‌ی نیروی پیش‌تندگی مؤثر



در این مرحله محدودیت‌های زیر برای تنش فشاری در گروه‌های طراحی U و T باید اعمال شود.

#### الف- تنش‌های فشاری

- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش‌تنیدگی و بارهای دائمی

$$f_c \geq -0.45 f_{ci}'$$

- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش‌تنیدگی و کل بارهای وارده

$$f_c \geq -0.6 f_c'$$

#### ب- تنش‌های کششی

- گروه U :

$$f_t \leq 0.62 \sqrt{f_c'}$$

- گروه T :

$$0.62 \sqrt{f_c'} \leq f_t \leq \sqrt{f_c'}$$

در محل تکیه‌گاه‌ها به دلیل احتمال بیشتر در کشش قرار گرفتن بالای مقطع، تنش‌ها در بالای مقطع، کششی و در پایین مقطع، فشاری فرض می‌شوند و در سایر نقاط تنش‌ها در بالای مقطع، فشاری و در پایین مقطع، کششی فرض می‌شوند. با این فرض روابط تنش‌ها را می‌توان به صورت زیر نوشت. ضمناً این فرض‌ها فقط یک حدس اولیه بر اساس حالات معمول طراحی است. چنانچه این فرض‌ها با رفتار واقعی عضو مطابقت نداشته باشد، لازم است با تنش مجاز مربوطه مقایسه شود.

الف- در محل تکیه‌گاه‌های ساده

$$\text{classU} \rightarrow f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} \leq 0.62\sqrt{f'_{ci}}$$

$$\text{classT} \rightarrow 0.62\sqrt{f'_{ci}} \leq f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} \leq \sqrt{f'_{ci}}$$

$$f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} \geq -0.45f'_{ci}$$

ب- در سایر نقاط

- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش‌تنیدگی و بارهای دائمی

$$f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} - \frac{M_s}{S_t} \geq -0.45f'_c$$

$$\text{classU} \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_s}{S_b} \leq 0.62\sqrt{f'_c}$$

$$\text{classT} \rightarrow 0.62\sqrt{f'_c} \leq f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_s}{S_b} \leq \sqrt{f'_c}$$

$M_s$  لنگر ناشی از بارهای دائمی است.

- تنش در دورترین تار فشاری ناشی از پیش‌تنیدگی و کل بارهای وارده

$$f_t = -\frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{S_t} - \frac{M_t}{S_t} \geq -0.6f'_c$$

$$\text{classU} \rightarrow f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_t}{S_b} \leq 0.62\sqrt{f'_c}$$

$$\text{classT} \rightarrow 0.62\sqrt{f'_c} \leq f_b = -\frac{P_e}{A} - \frac{P_e e}{S_b} + \frac{M_t}{S_b} \leq \sqrt{f'_c}$$

$M_t$  لنگر ناشی از کل بارهای وارده است.

## 2-3- تنش‌های مجاز فولاد پیش‌تنیدگی

### 2-3-1- مرحله‌ی نیروی جک

تنش در فولاد پیش‌تنیدگی تحت اثر نیروی جک، نباید از مینیمم مقادیر زیر و همچنین حداکثر مقدار توصیه‌شده توسط سازنده‌ی کابل یا گیره بیشتر شود.

$$f_{pj} \leq 0.94 f_{py}$$

$$f_{pj} \leq 0.8 f_{pu}$$

### 2-3-2- مرحله‌ی نیروی پیش‌تنیدگی اولیه

محدودیت تنش در فولاد پیش‌تنیدگی بلافاصله پس از انتقال نیروی پیش‌تنیدگی از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$f_{pi} \leq 0.82 f_{py}$$

$$f_{pi} \leq 0.74 f_{pu}$$

تنش در فولاد پیش‌تنیدگی در محل گیره‌ی کابل‌های پس‌کشیده نباید از  $0.7 f_{pu}$  بیشتر شود.

## • ضوابط آیین‌نامه‌ی AASHTO

در آیین‌نامه‌ی اشتوی 2012، محدودیت تنش‌ها در قالب جداولی ارائه شده است که مطابق جدول ذیل قابل دست‌یابی است.

محدودیت کششی		محدودیت فشاری		
<ul style="list-style-type: none"> <li>حداکثر مقدار توصیه‌شده</li> <li>توسط سازنده‌ی کابل یا گیره</li> <li>جدول 5.9.3-1</li> </ul>		---		تاندهای پیش‌تنیده
تحت بارهای سرویس و بعد از اتلاف تنش‌ها	برای تنش‌های موقت قبل از اتلاف تنش‌ها	تحت بارهای سرویس و بعد از اتلاف تنش‌ها	برای تنش‌های موقت قبل از اتلاف تنش‌ها	بتن
جدول 5.9.4.2.2-1	جدول 5.9.4.1.2-1	جدول 5.9.4.2.1-1	بند 5.9.4.1.1	

## مثال 1-2

عضو پیش‌تینده‌ی مثال فصل قبل را از نظر تنش در فولاد پیش‌تیندگی و در بتن، در وسط دهانه و در تکیه‌گاه‌ها بررسی نمایید.

تنش‌ها در فولاد پیش‌تیندگی:

در مرحله‌ی نیروی جک:

$$f_{pj} = 0.75f_{pu} \leq 0.8f_{pu}$$

$$f_{pj} = 0.75 * 1890 = 1417.5 \leq 0.94f_{py} = 0.94 * 1610 = 1513.4$$

در مرحله‌ی نیروی پیش‌تیندگی اولیه:

$$f_{pj} = 0.75f_{pu} \leq 0.8f_{pu}$$

$$f_{pi} = 1288.1 \frac{N}{mm^2} \leq 0.82f_{py} = 0.82 * 1610 = 1320.2 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{pi} = 1288.1 \frac{N}{mm^2} \leq 0.74f_{pu} = 0.74 * 1890 = 1398.6 \frac{N}{mm^2}$$

تنش‌ها در فولاد پیش‌تیندگی قابل قبول هستند.

تنش‌ها در بتن:

در مورد تیرهای تی شکل پیش‌ساخته، ضخامت بال باید از نصف عرض جان تیر کوچکتر نباشد و عرض موثر بال باید از چهار برابر عرض جان تیر بزرگتر نباشد. این موارد را چک می‌کنیم:

$$t = 25cm > \frac{20}{2} = 10cm$$

$$b = 40cm \leq 4(20) = 80cm$$

بنابراین مقطع شرایط مقطع تی شکل پیش‌ساخته را دارد و می‌توان از مشخصات مقطع در محاسبات تنش‌ها استفاده کرد.

در مرحله‌ی نیروی پیش‌تیندگی اولیه:

در محل تکیه گاه‌ها:

$$P_i = 3081KN$$

$$f_t = -\frac{3081000}{340000} + \frac{3081000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} = 5.19 N/mm^2 > 0.5\sqrt{24.1} = 2.45 N/mm^2$$

جوابگو نمی باشد.

$$f_b = -\frac{3081000}{340000} - \frac{3081000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} = -23.3 N/mm^2 < -0.7 * 24.1 = -16.9 N/mm^2$$

جوابگو نمی باشد.

در وسط دهانه:

$$P_i = 3178KN$$

$$f_t = -\frac{3178000}{340000} + \frac{3178000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} - \frac{628.82 * 10^6 * 600}{518.8 * 10^8} = -1.92 N/mm^2 \geq -0.6 * 24.1 = -14.46 N/mm^2$$

$$f_b = -\frac{3178000}{340000} - \frac{3178000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} + \frac{628.82 * 10^6 * 600}{518.8 * 10^8} = -16.78 N/mm^2 < -0.6 * 24.1 = -14.46 N/mm^2$$

جوابگو نمی باشد.

در مرحله‌ی نیروی پیش‌تنیدگی موثر:

در محل تکیه گاه‌ها:

$$P_e = 1882KN$$

$$f_t = -\frac{1882000}{340000} + \frac{1882000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} = 3.17 N/mm^2 \leq 0.62\sqrt{32} = 3.51 N/mm^2$$

$$f_b = -\frac{1882000}{340000} - \frac{1882000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} = -14.24 N/mm^2 > -0.45 * 32 = -14.4 N/mm^2$$

در وسط دهانه:

$$P_e = 2573KN$$

تحت اثر بارهای دائمی:

$$f_t = -\frac{2573000}{340000} + \frac{2573000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} - \frac{200.8 * 10^7 * 600}{518.8 * 10^8} = -18.89 \text{ N/mm}^2 < -0.45 * 32 = -14.4 \text{ N/mm}^2$$

جوابگو نمی باشد.

$$f_b = -\frac{2573000}{340000} - \frac{2573000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} + \frac{200.8 * 10^7 * 600}{518.8 * 10^8} = 3.75 \text{ N/mm}^2 > 0.62\sqrt{32} = 3.51 \text{ N/mm}^2$$

جوابگو نمی باشد.

تحت اثر کل بارهای وارده:

$$M_t = \frac{0.82 + 1 + 1.5}{8} * 25^2 = 254 * 10^7 \text{ N.mm}$$

جوابگو

$$f_t = -\frac{2573000}{340000} + \frac{2573000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} - \frac{254 * 10^7 * 600}{518.8 * 10^8} = -25.04 \text{ N/mm}^2 < -0.6 * 32 = -19.2 \text{ N/mm}^2$$

نمی -

باشد.

$$f_b = -\frac{2573000}{340000} - \frac{2573000 * 400 * 600}{518.8 * 10^8} + \frac{254 * 10^7 * 600}{518.8 * 10^8} = 9.9 \text{ N/mm}^2 > 0.62\sqrt{32} = 3.51 \text{ N/mm}^2$$

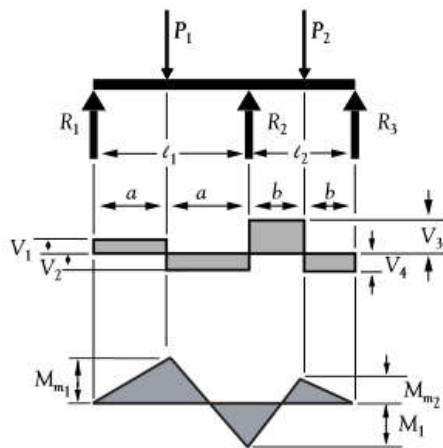
جوابگو نمی باشد.

منابع

- 1- یمان الیاسیان، تکنیکهای بهسازی و مقاوم سازی سازه ها، انتشارات سازمان عمران، 1389
- 2- دکترعلیرضا خالو، طراحی سازه های بتنی پیش تنیده، انتشارات سینه سرخ، 1382
- 3- دکتر محمودزاده کنی، طراحی سازه های پیش تنیده، انتشارات جهاد دانشگاهی تهران، چاپ اول 1384
- 4- آیین نامه بتن پیش تنیده ایران سازمان مدیریت و برنامه ریزی (نشریه 250)
- 5- حسین میسمی، بتن پیش ساخته و پیش تنیده، انتشارات سازمان عمران 1388
- 6- دکتر علیرضا رهایی اسلاید آموزشی بتن پیش تنیده
- 7- PCI DESIGN HANDBOOK- PRECAST AND PRESTRESSED CONCRETE
- 8- Antoine E.Naaman Prestressed concrete analysis and design fundamentals
- 9- Edward G.Nawy prestressed concrete a fundamental approach
- 10- دکتر حبیب ا... بنگر، بتن پیش تنیده

- 11-Indian institute of technology madras
- 12-Gilbert prestressed concrete
- 13-Sami Khan,Martin Williams,post tension concrete floors
- 14-Arthur Nilson design of prestressed concrete
- 15-T.Y.Lin-Ned H.Burns DESIGN OF prestressed concrete structures
- 16-James Libby modern prestressed concrete
- 17-M.K.Hurst prestressed concrete design
- 18- P Collins,Denis Mitchell Prestressed Concrete Structures
- 19-Robert Benaim, The Design of Prestressed Concrete Bridges
- 20- Frp Composites for Reinforced and prestressed Concrete Structures

**Figure 32 Continuous Beam – Two Unequal Spans – Concentrated Load on Each Span Symmetrically Placed**



$$\begin{aligned}
 R_1 & \dots \dots \dots = \frac{M_1}{\ell_1} + \frac{P_1}{2} \\
 R_2 & \dots \dots \dots = P_1 + P_2 - R_1 - R_3 \\
 R_3 & \dots \dots \dots = \frac{M_1}{\ell_2} + \frac{P_2}{2} \\
 V_1 & \dots \dots \dots = R_1 \\
 V_2 & \dots \dots \dots = P_1 - R_1 \\
 V_3 & \dots \dots \dots = P_2 - R_3 \\
 V_4 & \dots \dots \dots = R_3 \\
 M_1 & \dots \dots \dots = -\frac{3}{16} \left( \frac{P_1 \ell_1^2 + P_2 \ell_2^2}{\ell_1 + \ell_2} \right) \\
 M_{m_1} & \dots \dots \dots = R_1 a \\
 M_{m_2} & \dots \dots \dots = R_3 b
 \end{aligned}$$

Continuous Beam – Two Unequal Spans – Uniformly Distributed Load

$$\begin{aligned}
 R_1 & \dots \dots \dots = \frac{M_1}{\ell_1} + \frac{w\ell_1}{2} \\
 R_2 & \dots \dots \dots = w\ell_1 + w\ell_2 - R_1 - R_3 \\
 R_3 = V_4 & \dots \dots \dots = \frac{M_1}{\ell_2} + \frac{w\ell_2}{2} \\
 V_1 & \dots \dots \dots = R_1 \\
 V_2 & \dots \dots \dots = w\ell_1 - R_1 \\
 V_3 & \dots \dots \dots = w\ell_2 - R_3 \\
 V_4 & \dots \dots \dots = R_3 \\
 M_1 & \dots \dots \dots = -\frac{w\ell_2^3 + w\ell_1^3}{8(\ell_1 + \ell_2)} \\
 M_{x_1} \left( \text{when } x_1 = \frac{R_1}{w} \right) & \dots \dots \dots = R_1 x_1 - \frac{w x_1^2}{2} \\
 M_{x_2} \left( \text{when } x_2 = \frac{R_3}{w} \right) & \dots \dots \dots = R_3 x_2 - \frac{w x_2^2}{2}
 \end{aligned}$$

